

# 基于幂律尾指数研究不同尺度系统 对降水的影响<sup>\*</sup>

支 蓉<sup>1)B)</sup> 廉 毅<sup>2)</sup> 封国林<sup>2)†)</sup>

1) (扬州大学物理科学与技术学院, 扬州 225009)

2) (吉林省气象科技研究所气候研究开放实验室, 长春 130062)

3) (中国科学院大气物理研究所东亚区域气候-环境重点实验室, 北京 100029)

4) (国家气候中心, 中国气象局气候研究开放实验室, 北京 100081)

(2006 年 7 月 12 日收到, 2006 年 9 月 2 日收到修改稿)

利用中国气象局国家气候中心 740 站点 1960—2000 年日降水观测资料, 统计分析表明, 各气候特征区 30 mm 以上日降水存在幂律尾分布特征, 从中国的整体情况来看, 幂律尾指数的均值超过了 3.0, 其对应的降水过程不存在平稳性成分, 因此长期暴雨预报成为一个艰巨的任务. 借助滤波方法进一步研究发现: 日降水幂律尾分布特征是大气中各尺度系统相互作用的结果, 其中一周尺度系统对 30 mm 以上日降水幂律尾指数影响最大.

关键词: 幂律尾指数, 传递熵, 暴雨

PACC: 9260X

## 1. 引 言

大气系统是强迫耗散的非线性开放系统, 气候变化受到多种尺度因素的影响, 其中既包括月际尺度的月球公转、年际尺度的地球公转以及以 11 年为周期的太阳黑子活动等大尺度外强迫的影响, 也包含了火山爆发、台风等以一周为主要尺度的天气过程的影响. 降水作为气候系统变化特征的重要表现形式, 也是大气中各种不同尺度系统相互作用的产物<sup>[1,2]</sup>. 由于各尺度系统对降水的影响不同, 当前已有部分气候工作者借助滤波方法、小波分解和 EMD 方法等分离出不同尺度的信息, 以便更好地了解降水发生发展的内在机理, 进而清晰地揭示降水的本质规律<sup>[3-10]</sup>.

在文献[11]中, 我们对中国七个气候特征区 0—29 mm 日降水(对应微量降水到大雨)进行统计分析发现其中存在一共同特征——幂律尾分布, 且各气候特征区幂律尾指数大小有相对稳定的排序关系. 类似于文献[11]中的统计方法继续研究 30 mm 以上日降水, 发现仍然存在幂律尾分布特征, 但各气

候特征区幂律尾指数的排序情况与 0—29 mm 日降水相比有所变化, 其可能原因是对应着不同的天气过程, 受不同的气候背景的影响, 幂律尾指数均值明显增大, 达到 3.0 以上, 表明 30 mm 以上日降水是一个非平稳性过程, 其长期预报将变得非常困难. 借助滤波方法研究不同尺度系统对幂律尾指数的影响发现: 单一尺度分量的统计结果失去了幂律尾分布特征. 结合复杂性科学的理论, 我们认为日降水幂律尾分布特征是大气中各尺度系统共同作用的结果, 是大气系统自组织临界状态的行为标志, 其中一周尺度系统对 30 mm 以上日降水幂律尾指数的影响最大, 是我们需要关注的时间尺度.

## 2. 30 mm 以上日降水幂律尾指数随时间的演变特征

本文采用中国气象局国家气候中心 740 站点 1960—2000 年(共 41a)的日降水观测资料. 为了真实反映降水的时空分布规律, 对 740 站点资料进行了检测, 缺测较多或不满 41 a 连续观测的站点, 本文没有考虑. 经检测有 435 个站点满足上述要求, 个别缺测通过插值方法补足.

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号 90411008), 国家重点基础研究发展计划(973 项目)(批准号 2004CB418300)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: feng\_gl@sina.com

对中国七个气候特征区——华南、华中、华北、东北、华东、西南和西北——日降水序列分别进行统计分析,取窗口长度为 10 a,滑动步长为 1 a(1960—1969,1961—1970 年,...)统计每个滑动窗口中数值分别在 30.1—33,33.1—36,...的天数  $dp(h_i)$ ,计算降水概率  $p(h_i)$ ,即

$$p(h_i) = \frac{dp(h_i)}{l} \times 100, \quad (1)$$

其中  $h_i$  为各数值段中点值,  $l$  为窗口长度,本文  $l$  取 3652 或 3653 天。

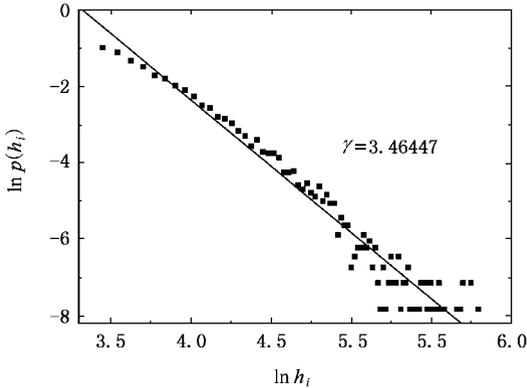


图 1 华东地区 1960—1969 年 30 mm 以上日降水的统计结果

由图 1 可以看出,华东地区 1960—1969 年 30 mm 以上日降水的统计结果呈幂律尾分布(其他时段及其他气候特征区统计结果类似,图略),即

$$p(h_i) \sim h_i^{-\gamma}, \quad (2)$$

其中  $\gamma$  为幂律尾指数.以滑动窗口末尾年份  $T$  为横坐标,相应幂律尾指数  $\gamma$  为纵坐标,揭示各气候特征区 30 mm 以上日降水幂律尾指数随时间的演变特征。

图 2 为中国七个气候特征区 30 mm 以上日降水幂律尾指数随时间的演变图,参照表 1 可知各气候特征区幂律尾指数均值从大到小依次为西北、华东、东北、华中、西南、华北和华南.这一排序情况与文献[11]中(0—29 mm 日降水)有所不同,幂律尾指数大小有着显著增加:0—7 mm 日降水对应  $\bar{\gamma} < 1$  的情况,8—29 mm 日降水,  $1 < \bar{\gamma} < 2$ ;而 30 mm 以上日降水除华南外其他六个区的  $\bar{\gamma}$  均大于 3.0. Schertzer

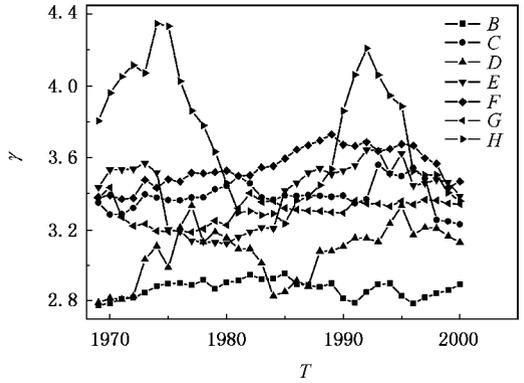


图 2 中国七个气候特征区 30 mm 以上日降水幂律尾指数随时间的演变图 (B 为华南;C 为华中;D 为华北;E 为东北;F 为华东;G 为西南;H 为西北)

等指出<sup>[12]</sup>,如果一个过程的能谱表现出幂律尾分布特征,则其幂律尾指数  $\gamma$  就包含有该过程的平稳性信息. Davis 等进一步的定量研究表明<sup>[13]</sup>:当  $\gamma < 1$  时,其过程是平稳的;  $\gamma > 1$  则表示过程非平稳,其中  $\gamma < 3$  的情况下不排除该过程中可能存在平稳性成分.对比中国日降水的幂律尾指数大小可知:0—7 mm 日降水( $\bar{\gamma} < 1$ )主要受控于大尺度气候背景,它的过程是平稳的,除非大尺度的气候背景发生了根本性的改变,其状态分布不依赖于时间;8—29 mm 日降水( $1 < \bar{\gamma} < 2$ ),含有部分平稳性成分,我们可以通过层次分析,分离并提取平稳性信号,基于传统统计方法和非线性方法相结合进行预测;而 30 mm 以上日降水,由于其  $\bar{\gamma} > 3$ ,超过了临界阈值,因此该过程是一个非平稳过程,状态分布依赖于时间,短期可预测但长期行为不可预测.由于气候系统的非稳定性,给气候预测带来了巨大的误差,使当前气候预测在理论上面临着危机.尽管迄今为止人们还没有建立任何有关非平稳过程的预测的一般性理论,但杨培才等已从不同的角度分别提出了复合重构和解耦隔离等方法来建立非平稳气候系统的预报方程<sup>[14—16]</sup>.

### 3. 各尺度系统对日降水幂律尾分布特征的影响

为了进一步探讨各气候特征区幂律尾指数大小

表 1 中国七个气候特征区 30 mm 以上日降水幂律尾指数随时间演变的均值

分区	华南	华中	华北	东北	华东	西南	西北
$\bar{\gamma}$	2.868527	3.387095	3.068507	3.404348	3.549187	3.302723	3.714861

及排序情况的影响因素,我们借助滤波方法提取日降水序列中不同尺度的信息加以分析.本文所用滤波方法是 Zheng 等提出的一种滤波频带很窄的多级滤波器,能够实现高、低频的分离,利用这种方法滤波后序列的长度与原序列相同<sup>[17-19]</sup>.该方法曾被 Rasmusson, Wang 等用于分离海平面温度 29 a 以上的慢变均值.本文所用滤波程序由 Wang 提供.

对七个气候特征区日降水序列分别滤波得到一周、两周、60 天左右季节内振荡、一年和十年这五个时间尺度分量.取窗口长度为 10 a,滑动步长为 1 a,统计每条序列中数值分别在  $\min - (\min + 3)$  ( $\min + 3.1$ )— $(\min + 6)$ , … ( $\min$  为各序列中的最小值)的天数  $d_p(k_i)$  并计算降水概率  $p(k_i)$  (方法同上).由于滤波得到的各尺度分量均出现负值,其统计结果无法直接在图中表示,因此作图时采用了横坐标平移( $k_i$  为平移后各数值段中点值).

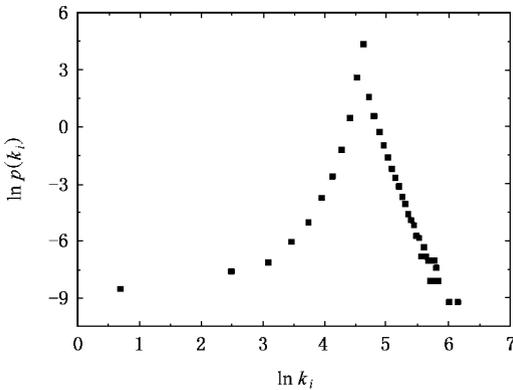


图3 华东地区 1960—1969 年日降水序列一周尺度分量统计情况

由图 3 可以看出华东地区 1960—1969 年日降水序列一周尺度分量的统计结果近似正态分布(其他尺度分量、时段及气候特征区统计结果类似,图略)失去了幂律尾分布特征,可见幂律尾分布特征并非某一尺度系统单独作用的结果.根据复杂性科学的研究成果<sup>[20-23]</sup>,幂律规则是自组织临界状态系统的行为标志.由于在广延耗散动力学系统中,大量组元(子系统)之间存在着强烈的相互作用,使系统自发地朝着临界状态演变,而自然界中大多数系统(包括大气系统)都是具有耗散特性的开放系统,所以幂律规则在自然界中广泛存在,具有一定的普遍性.由此我们认为,日降水的幂律尾分布特征是大气中各尺度系统相互作用的结果.众所周知,不同雨量降水受大气中各尺度系统的影响不同,例如微量降水、小雨等主要受大尺度气候系统的影响,而暴雨、

大暴雨等则主要受中小尺度天气系统的影响,30 mm 以上和以下日降水所对应的主要影响系统不同造成了其相应幂律尾指数大小的变化,并在七个气候特征区幂律尾指数的排序情况上反映出来.

为了最大程度地保留各尺度系统间的相互作用信息,更全面地反映降水的本质特征,我们采用单尺度分离方法“逆向”研究各尺度系统对降水的影响,即从七个气候特征区日降水序列中分别仅分离出一周、两周、60 天左右季节内振荡、一年和十年这五个尺度分量之一,得到 35 条序列.

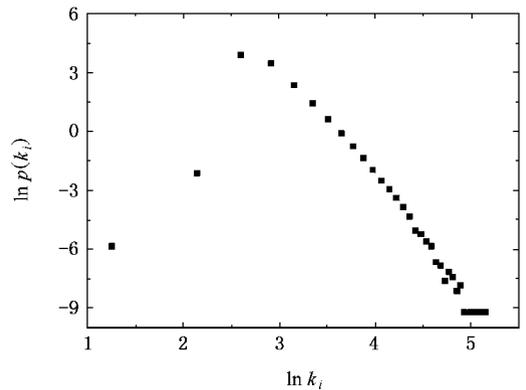


图4 华东地区 1960—2000 年日降水序列分离一周尺度分量后的统计情况

由图 4 可以看出,华东地区 1960—2000 年日降水序列分离一周尺度分量后的统计结果基本保留了幂律尾分布特征(分离其他尺度分量、时段及气候特征区统计结果类似,图略),说明单尺度分离方法具有一定的可行性.由于横坐标平移对定量研究幂律尾指数的大小有一定影响,且检验表明负值区域所占比例很小,所以下文对负值区域的点均不做考虑,不再进行横坐标平移.

#### 4. 单尺度分离对日降水幂律尾指数的影响

对各气候特征区日降水序列和单尺度分离后的序列分别进行统计分析(方法与本文第 2 节相同),取滑动窗口末尾年份  $T$  为横坐标,相应幂律尾指数  $\gamma$  为纵坐标,揭示单尺度分离后的序列幂律尾指数随时间的演变情况.

由图 5 可以看出(其他气候特征区类似,图略):分离尺度越大,相应幂律尾指数越小(参照表 2);分离一周尺度分量使幂律尾指数偏离原日降水序列最

表 2 华东地区日降水序列单尺度分离后幂律尾指数随时间演变的平均值

序列( 标号 )	B	C	D	E	F	G
$\bar{\gamma}$	3.549187	4.855356	3.654127	3.617598	3.511667	3.425697

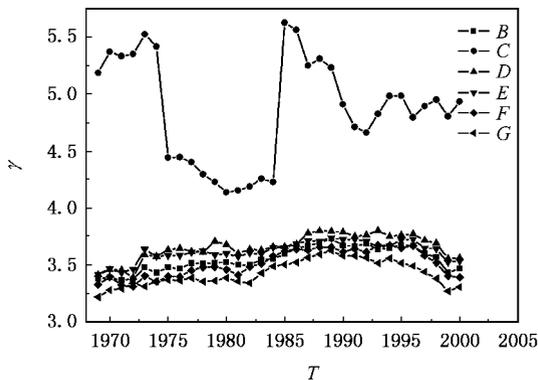


图 5 华东地区日降水序列单尺度分离后幂律尾指数随时间的演变图 ( B 为日降水序列 ; C 为分离一周尺度 ; D 为分离两周尺度 ; E 为分离 60 天左右季节内振荡尺度 ; F 为分离 1 a 尺度 ; G 为分离 10 a 尺度 )

远,说明一周尺度分量对幂律尾指数的影响最大,是我们需要关注的时间尺度.为了进一步验证这一结论,我们计算单尺度分离后各序列对相应日降水序列的传递熵,以确定各尺度系统对日降水贡献的相对大小.传递熵的主要思想如下<sup>[24-26]</sup>:

设  $X, Y$  和  $Z$  是三个相互作用的系统,  $Y, Z$  系统各自对  $X$  系统传递熵的大小可以反映它们对  $X$  系统影响程度的相对大小.  $Y$  对  $X$  的传递熵定义为

$$IT_{Y \rightarrow X} = \frac{1}{N} \sum_i p(x_i, y_i, z_i) \times \log \frac{p(x_i | y_i, z_i)}{p(x_i | z_i)}, \quad (3)$$

其中  $N$  为序列长度(序列  $X, Y$  和  $Z$  长度相同),  $p(\bullet)$  为条件概率,即

$$\begin{aligned} p(x_i, y_i, z_i) &= \frac{1}{N_{\text{pairs}}} n(\Delta x_{ij} < \epsilon_x, \Delta y_{ij} < \epsilon_y, \\ &\Delta z_{ij} < \epsilon_z), \end{aligned} \quad (4)$$

$$p(x_i | y_i, z_i) = \frac{p(x_i, y_i, z_i)}{p(y_i, z_i)}, \quad (5)$$

$\Delta x_{ij} = |x_i - x_j|$  ( $\Delta y_{ij}, \Delta z_{ij}$  定义类似),  $N_{\text{pairs}}$  是序列中所有可能的  $ij$  对个数 ( $N_{\text{pairs}} = C_N^2$ ),  $n(\bullet)$  是所有符合相应条件的  $ij$  对个数.由于是计算  $Y, Z$  系统对  $X$

系统的传递熵,因此对应某一确定的  $\epsilon_x$  值,选取相应的  $\epsilon_y, \epsilon_z$  的方法为

$$\epsilon_y = \arg \max p(x_i | y_i), \quad (6)$$

即使  $p(x_i | y_i)$  为最大时的  $\epsilon_y$  值 ( $\epsilon_z$  取值方法类似).

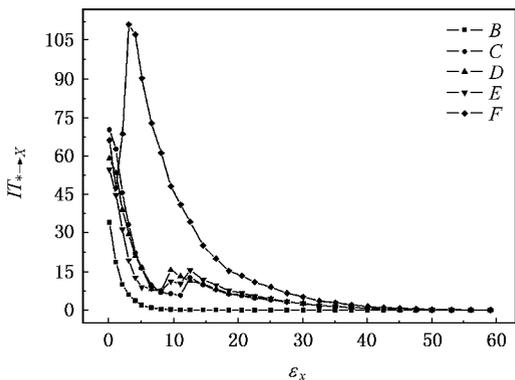


图 6 华东地区分离单尺度分量后的序列对相应日降水序列的传递熵 ( B 为分离一周尺度 ; C 为分离两周尺度 ; D 为分离 60 天左右季节内振荡尺度 ; E 为分离 1 a 尺度 ; F 为分离 10 a 尺度 )

图 6 是华东地区日降水序列分离单尺度分量后分别对原序列计算传递熵的结果(其他气候特征区结果类似,图略),可以看出分离一周尺度分量后的序列对原序列的传递熵小于分离其他尺度分量的情况.根据传递熵的主要思想,这一结果充分说明分离一周尺度分量造成其对原序列的相对贡献大大减少,且减少的幅度明显大于分离其他尺度分量的情况,从而“逆向”证明了就各单尺度分量而言一周尺度分量对日降水序列的相对贡献最大,即一周尺度系统对日降水的影响相对最大,恰与本文之前的结论相符.此外,分离 10 a 尺度分量得到的传递熵最大,说明 10 a 尺度系统对日降水的影响与其他几个尺度相比相对最小;分离两周、60 天左右季节内振荡和一年尺度分量的情况下得到的对原序列的传递熵大小比较接近,其中分离一年尺度分量的情况对应的传递熵相对更小一些,说明了年际尺度对日降水,尤其是 30 mm 以上日降水的贡献,在中尺度数值预报模式的研制与开发中还需要充分考虑.

## 5. 结 论

1. 中国七个气候特征区 30 mm 以上日降水的统计结果仍然呈幂律尾分布,但各气候特征区幂律尾指数大小的排序情况与 0—29 mm 日降水有所不同,就中国总体情况而言, $\bar{\gamma} > 3$ ,增幅明显.结合已有的研究结果,说明 30 mm 以上日降水是一个非平稳性过程,使得长期的暴雨预报面临严峻的挑战.

2. 日降水幂律尾分布特征是大气中各尺度系统相互作用的结果,30 mm 以上和以下日降水对应

的主要影响系统不同可能是造成相应幂律尾指数发生改变的原因;由于单一尺度分量无法全面反映降水的本质规律,统计结果失去幂律尾分布特征,因此本文借助滤波方法对日降水序列进行单尺度分离,“逆向”研究不同尺度系统对降水的影响.

3. 采用单尺度分离方法研究各尺度系统对日降水幂律尾指数的影响发现:一周尺度系统对 30 mm 以上日降水幂律尾指数影响最大,是我们需要关注的时间尺度;单尺度分离后序列对相应日降水序列的传递熵的计算结果也证实了这一结论.

- [ 1 ] Chou J F 1997 *Bulletin of the Chinese Academy of Sciences* **5** 325 ( in Chinese ) [ 丑纪范 1997 中国科学院院刊 **5** 325 ]
- [ 2 ] Ding Y H 1994 *Acta Meteorologica Sinica* **52** 274 ( in Chinese ) [ 丁一汇 1994 气象学报 **52** 274 ]
- [ 3 ] Shi N 2005 *Chin. Phys.* **14** 844
- [ 4 ] Feng G L, Gong Z Q, Dong W J, Li J P 2005 *Acta. Phys. Sin.* **54** 5494 ( in Chinese ) [ 封国林、龚志强、董文杰、李建平 2005 物理学报 **54** 5494 ]
- [ 5 ] Yang F Q, Yang D S 1996 *Scientia Meteorologica Sinica* **16** 197 ( in Chinese ) [ 杨福全、杨大升 1996 气象科学 **16** 197 ]
- [ 6 ] Yang F Q, Yang D S 1996 *Quarterly Journal of Applied Meteorology* **7** 9 ( in Chinese ) [ 杨福全、杨大升 1996 应用气象学报 **7** 9 ]
- [ 7 ] Rong P P, Liu S D 1997 *Climatic and Environmental Research* **2** 77 ( in Chinese ) [ 荣平平、刘式达 1997 气候与环境研究 **2** 77 ]
- [ 8 ] Feng G L, Chou J M, Dong W J 2004 *Chin. Phys.* **13** 1582
- [ 9 ] Feng G L, Dong W J 2003 *Chin. Phys.* **13** 413
- [ 10 ] Dai X G, Fu C B, Wang P 2005 *Chin. Phys.* **14** 850
- [ 11 ] Zhi R, Gong Z Q, Wang D Y, Feng G L 2006 *Acta. Phys. Sin.* **55** 6191 ( in Chinese ) [ 支 蓉、龚志强、王德英、封国林 2006 物理学报 **55** 6191 ]
- [ 12 ] Schertzer D, Lovejoy S 1987 *J. Geophys. Res.* **92** 9693
- [ 13 ] Davis A, Marshak A, Wiscombe W, Cahalan R 1994 *J. Geophys. Res.* **D 99** 8055
- [ 14 ] Yang P C, Bian J C, Wang G L, Zhou X J 2003 *Chinese Science Bulletin* **48** 1470 ( in Chinese ) [ 杨培才、卞建春、王革丽、周秀骥 2003 科学通报 **48** 1470 ]
- [ 15 ] Yang P C, Zhou X J 2005 *Acta Meteorologica Sinica* **63** 556 ( in Chinese ) [ 杨培才、周秀骥 2005 气象学报 **63** 556 ]
- [ 16 ] Wang G L, Yang P C 2005 *Inter J of Climatology* **25** 1265
- [ 17 ] Zheng D W, Dong D N 1986 *Acta. Astron. Sin.* **27** 368
- [ 18 ] Shi N, Chen Y, Pan H J 2000 *J. Trop. Meteor.* **16** 131 ( in Chinese ) [ 施 能、谌 芸、潘惠娟 2000 热带气象学报 **16** 131 ]
- [ 19 ] Wang X L, Ropelewski C F 1995 *J. Climate* **8** 1584
- [ 20 ] Carlson J M, Langer J S 1989 *Phys. Rev. A* **40** 6470
- [ 21 ] Nakanishi H 1990 *Phys. Rev. A* **41** 7086
- [ 22 ] Bak P, Tang C 1989 *J. Geophys. Res.* **94** 15635
- [ 23 ] Ito K, Matsuzaki M 1990 *J. Geophys. Res.* **95** 6853
- [ 24 ] Schreiber T 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 461
- [ 25 ] Kaiser A, Schreiber T 2002 *Physica D* **166** 43
- [ 26 ] Verdes P F 2005 *Phys. Rev. E* **72** 026222

# The influence of different scale systems on precipitation analyzed on the basis of power-law exponent<sup>\*</sup>

Zhi Rong<sup>1)B)</sup> Lian Yi<sup>2)</sup> Feng Guo-Lin<sup>2)H)†</sup>

1) (*Physics Collage, Yangzhou University, Yangzhou 225009, China*)

2) (*Institute of Meteorological Science of Jilin Province, Changchun 130062, China*)

3) (*Key Laboratory of Regional Climate-Environment Research for Temperature East Asia, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China*)

4) (*Laboratory for Climate Studies of China Meteorological Administration, National Climate Center, Beijing 100081, China*)

(Received 12 July 2006; revised manuscript received 2 September 2006)

## Abstract

Based on the daily precipitation observations of 740 stations in China from 1960 to 2000, this paper expounds the power-law tail distribution characteristic of the daily precipitation  $\geq 30$  mm in 7 climate characteristic regions, and the power-law exponent  $\gamma > 3.0$  in most part of China. It is found that the daily precipitation  $\geq 30$  mm is a non-stationary process, and it makes the long-term prediction of heavy rainfall very difficult. It is also found from further investigation using the filtering method that the power-law tail distribution characteristic is the result of the interaction of atmospheric systems of various scales, among them the one-week scale system has the most important influence on power-law tail exponent of the daily precipitation  $\geq 30$  mm.

**Keywords:** power-law tail exponent, transfer entropy, heavy rainfall

**PACC:** 9260X

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 90411008) and the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No. 2004CB418300).

<sup>†</sup> E-mail: feng\_gl@sina.com