

# 非截面二维光子晶体排列矩形波导的全模式分析\*

殷海荣<sup>†</sup> 宫玉彬 魏彦玉 路志刚 巩华荣 岳玲娜 黄民智 王文祥

(电子科技大学物理电子学院, 成都 610054)

(2006 年 9 月 11 日收到, 2006 年 10 月 15 日收到修改稿)

在对周期性结构进行谐波分析的基础上, 导出了非截面二维光子晶体排列矩形波导的本征值方程. 基于此方程, 可以对这类光子晶体波导的所有可能模式进行分析. 分析认为, 非截面二维光子晶体排列矩形波导内能存在的模式包括  $E_{c,y}$ ,  $TE_y$ ,  $H_{c,y}$  和  $TM_y$  模式. 改变波导高度, 可以实现  $E_{c,y}$  模式和其他模式通带的完全分离. 然而改变任一结构参数, 都不能使  $E_{c,y}$  和  $H_{c,y}$  的各个模式通带, 以及  $E_{c,y}$  模式和  $H_{c,y}$  模式的通带完全隔离. 波导单模工作的带宽由  $E_{c,y,1}$  和  $E_{c,y,2}$  模式的低端截止频率决定.

关键词: 波导, 光子晶体, 本征值方程, 模式

PACC: 7125P, 4270Q, 5270G

## 1. 引 言

由于光子晶体<sup>[1]</sup>具有特殊的控制电磁波传输的能力, 近年来在工程领域受到了大量研究. 从光波段的研究开始, 光子晶体的应用频段已经扩展到了微波、毫米波和 THz 波段. 在微波、毫米波以及 THz 波段, 光子晶体的加工相对更为容易<sup>[2-5]</sup>, 它通常被作为传输线、滤波器和天线反射面等结构加以研究.

文献[6]研究了一类非截面二维光子晶体排列波导, 这类波导不但能够实现对电磁波的特殊控制, 还具有特殊的散射特性. 在具有 90° 折弯的情况下, 这类光子晶体的反射很小. 由于该类光子晶体波导同时又是一种慢波结构, 使用它可以实现将行波管的输入输出装置和慢波电路的设计整合到一起, 从而实现行波管传输系统的统一设计. 它还可以被用作行波管的切断结构, 使得切断结构的设计也可以统一到慢波电路的设计中. 由于光子晶体结构本身的特点, 变周期光子晶体结构以及不均匀性周期性改变结构的加工可以相对方便自然地得以实现<sup>[7,8]</sup>, 使用这些结构可以容易地实现对波导模式色散的控制, 解决波导在信息传输过程中的群速不一致问题. 综上, 在微波、毫米波和 THz 波段, 光子晶体波导的使用不但能带来常规波导不能实现的性能, 而且其

工程加工是可行的.

要在工程上利用光子晶体波导, 首先必须对波导的模式及其色散有清楚的认识. 虽然对如何计算光子晶体禁带的研究已经很多, 但是从理论上研究光子晶体波导模式的文献却很少, 且现有的文献<sup>[9-11]</sup>都停留在对分析方法或者反射特性的研究上. 因此, 为了工程需要, 本文将对光子晶体波导实现全模式分析. 为了使分析具有典型性, 我们选取文献[2]对其进行了实验研究, 并被认为在工程上极具利用价值的非截面二维光子晶体排列矩形波导(图 1)作为分析对象.

许多方法, 包括时域有限差分法(FDTD), N-阶法、有限元法、有限积分法、平面波展开法(PWM)等等都可以被用以计算光子晶体的本征模式. 一些基于完全数值分析方法的模拟软件, 如 HFSS 和 MWS-CST, 也可以方便地计算波导的模式色散, 而且适应性很广. 然而, 对于光子晶体的计算, 这些软件有相当大的局限性. 首先, 这些软件的计算时间相对较长; 其次, 计算无限光子晶体结构禁带时, 高级通带解上下界必须事先给定而且收敛性较差; 再次, 计算光子晶体波导结构时, 模式需要通过场分布去识别, 而一旦收敛性不是足够的好, 场分布变形, 模式便无法辨认, 而对于高级模式, 要实现计算的完全收敛, 机时达到了不可忍受的程度. 因此, 模拟软件虽然

\* 国家自然科学基金重点项目(批准号: 60532010)和国家自然科学基金(批准号: 60601005)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: yhr555@sohu.com

可以用以计算光子晶体和光子晶体波导,但仅限于低级禁带和低级模式.为了实现对光子晶体波导的全模式分析,本文以平面波展开法为基础,通过将不均匀物质和矢量电磁场同时展开为空间傅里叶级数,从而导出波导的本征值方程.方程中显在地含有模式标识整数,取定标识整数便对应一个模式.需要指出的是,尽管本文针对图 1 所示的结构进行分析,但本文的方法只要稍加处理便可适用于其他形式的一维或者三维光子晶体波导.

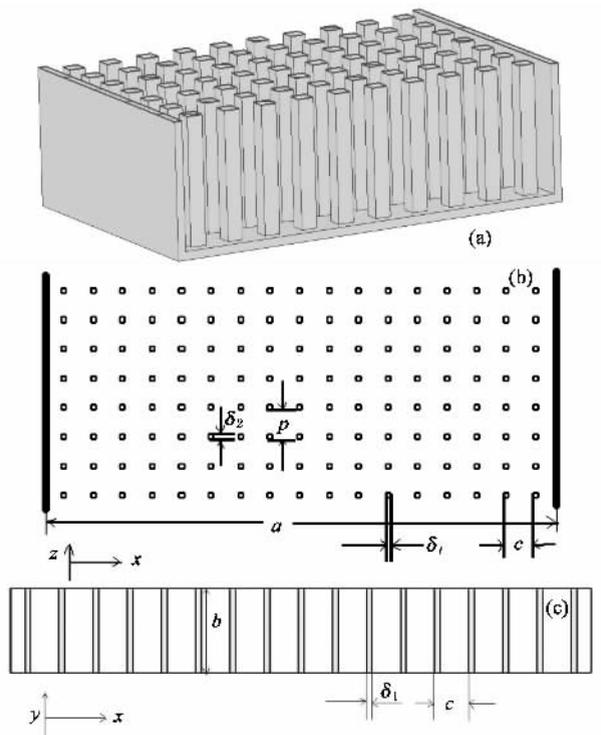


图 1 非截面二维光子晶体排列矩形波导 (a)非截面二维光子晶体排列矩形波导的三维视图(不包含波导上盖)(b) $x-z$ 平面视图(c) $x-y$ 平面视图

## 2. 光子晶体波导内的麦克斯韦方程和不均匀性的展开

图 1 为所要分析的非截面二维光子晶体排列矩形波导的结构.其中, $z$ 方向为传播方向,假定波导在 $z$ 向为无限长.二维光子晶体排列在 $x-z$ 平面上,沿 $y$ 方向,在波导内部结构是均匀的.波导内背景材料的介电常数为 $\epsilon_f$ ,光子晶体的介电常数为 $\epsilon_p$ .波导的宽和高分别为 $a$ 和 $b$ ,光子晶体原胞为 $M = ce_x + pe_z$ .光子晶体柱的形状可以是任意的.

在非截面二维光子晶体排列波导内,麦克斯韦方程组的两旋度方程可以统一写为

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon [1 - (1 - \epsilon_r)S_{(x,z)}] \mathbf{E}, \quad (1a)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu_0 \mathbf{H}. \quad (1b)$$

上式中,当场点位于光子晶体内部时,函数 $S_{(x,y)} = 1$ ,否则 $S_{(x,y)} = 0$ . $S_{(x,y)}$ 函数为周期性函数,其周期等于光子晶体的倒格子晶矢,即 $\mathbf{P}_s = 2\pi/c\mathbf{e}_x + 2\pi/p\mathbf{e}_z$ . $\epsilon_f$ 为背景填充材料的介电常数. $\epsilon_r = \epsilon_p/\epsilon_f$ ,为晶体材料相对于背景材料的相对介电常数.

假定波导宽度刚好等于光子晶体在宽度方向的周期的整数倍,即

$$a = v c, \quad (2)$$

这里 $v$ 为一正整数.

将波导内的电磁场分离变量,并考虑到边界条件,我们可以将所有电磁场标量分量展开为如下形式的二维傅里叶级数:

$$F_{(i)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{m,n}^{(i)} e^{j(\frac{l\pi x}{a} + \frac{2m\pi x}{c})} Y(y) e^{-j\beta_n z}, \quad (3)$$

$$Y(y) = \begin{cases} 1, & 0 \leq y \leq b, \\ \sin(h\pi y/b), & h > 0, \\ \cos(h\pi y/b), & h < 0, \end{cases} \quad (3a)$$

$l$ 和 $h$ 为整数,对应于各个波导模式的不同阶数.其中 $l = 1, 2, \dots, h = 1, 2, \dots$ .当 $i$ 取1,2或者3时,分别对应于 $x, y$ 和 $z$ 相应的量表示关于这个方向上的函数或者系数. $\beta_n = \beta_0 + 2n\pi/p, \beta_0$ 是电磁波的传播常数.(3a)式中,当波导模式场分量函数与此方向不相关时,函数取常数,否则取复三角函数.

如果对(1b)式直接求旋,再将(1a)式代入,有

$$\nabla^2 E_i + k^2 E_i - k^2(1 - \epsilon_r)S_{(x,z)} E_i - \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) = 0, \quad (4)$$

式中, $k = \omega\sqrt{\epsilon_f}/c$ ,这里的 $c$ 为自由空间的光速.将(1a)式中有关介电常数的项换算到左边并对之求旋,再将(1b)式代入,如果假定在编号 $i$ 所对应的坐标轴为法线的平面内,另两个对应电场分量对该平面另一坐标的倒数之差为零,最后可以得到

$$\frac{1 - \epsilon_r}{\epsilon_f} \nabla \cdot S_{(x,z)} \nabla H_i + \nabla^2 H_i + k^2 H_i - \nabla(\nabla \cdot \mathbf{H}) = 0. \quad (5)$$

对于函数 $S_{(x,y)}$ ,可以展开为如下的二维傅里叶级数:

$$S_{(x,z)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_{m,n} e^{\frac{j2m\pi x}{c}} e^{\frac{j2n\pi z}{p}}, \quad (6)$$

由此,由(3)和(6)式,得到如下的表达式:

$$S_{(x,z)} \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{m,n}^{(i)} e^{j(\frac{l}{a} + \frac{2m}{c})\pi x} e^{-j\beta_n z}$$

$$= \sum_{m,n} \sum_{m',n'} A_{m,n}^{(i)} G_{m-m',n-n'} e^{j\left(\frac{l}{a} + \frac{2m'}{c}\right)\pi x} e^{-j\beta_n z}. \quad (7)$$

### 3. 色散方程和模式分析

为方便,用宽度为  $a$  的周期性边界代表  $x$  方向的电壁,利用(4)式和(7)式,经过诸多中间过程,可以得到如下形式的本征值方程:

$$k^2(1 - \epsilon_r) \sum_{m'} \sum_{n'} A_{m',n'}^{(i)} G_{m-m',n'-n} = \left[ k^2 - \left( \frac{l\pi}{a} + \frac{2m'\pi}{c} \right)^2 - \left( \frac{h\pi}{b} \right)^2 - \beta_n^2 \right] A_{m,n}^{(i)}. \quad (8)$$

利用(5)和(7)式,可以得到的本征值方程为

$$\frac{1 - \epsilon_r}{\epsilon_r} \sum_{m'} \sum_{n'} A_{m',n'}^{(i)} G_{m-m',n'-n} \times \left[ \left( \frac{l\pi}{a} + \frac{2m'\pi}{c} \right) \left( \frac{l\pi}{a} + \frac{2m'\pi}{c} \right) + \left( \frac{h\pi}{b} \right)^2 + \beta_n \beta_{n'} \right] = \left[ k^2 - \left( \frac{l\pi}{a} + \frac{2m'\pi}{c} \right)^2 - \left( \frac{h\pi}{b} \right)^2 - \beta_n^2 \right] A_{m,n}^{(i)}. \quad (9)$$

后面的讨论将证明,以上两式即为非截面二维光子晶体排列矩形波导所有模式的本征值方程,并能给出完整解.

为方便起见,我们将所有波导模式分为第一、二和三类,分别对应于模式的电场矢量的个数等于、少于和多于磁场矢量的个数.下面针对每类模式进行分析.

#### 3.1. 第一类

第一类模式中,从理论上来看,只有  $TEM_y(E_x, 0, E_z; H_x, 0, H_z)$  模式和 EH 模式(六个电磁场矢量均存在)可以存在.对于金属晶体,由于平行的金属杆可以看成为多导体传输线,其上可以传输 TEM 波,因而可以存在  $TEM_y$  模式.但对于本文中的介质晶体,由于介质表面不存在表面电流,因而不能存在 TEM 波.

将 EH 模式的六个电磁场分量代入到(1)式中,最后可以得到(8)和(9)式,此时的  $i$  可取 1、2 和 3.另外,还可以得到各模式系数  $A_{(m,n)}^{(x)}$ ,  $A_{(m,n)}^{(y)}$  和  $A_{(m,n)}^{(z)}$  间的关系,由于表达式比较复杂,计算量大,因此本文不直接求解它,在第二类模式的处理中将继续讨论这个问题.

#### 3.2. 第二类

在不考虑具体结构的情况下,理论上,第二类包

括了六类模式,它们是  $E_{(x)}(E_x, 0, 0, 0, H_y, H_z)$ ,  $E_{(y)}(0, E_y, 0, H_x, 0, H_z)$ ,  $E_{(z)}(0, 0, E_z, H_x, H_y, 0)$ ,  $TE_z(E_x, E_y, 0, H_x, H_y, H_z)$ ,  $TE_y(E_x, 0, E_z, H_x, H_y, H_z)$ , 和  $TE_x(0, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z)$ . TE 模式可以看成为适当 E 模式的叠加.

对于  $E_{(z)}$  模式,将它的三个电磁场分量代入到(1)式中,得到(4)式( $i$  取 3)和下面的表达式:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 E_z}{\partial y \partial z} = 0. \quad (10)$$

考虑到(10)式所要求的条件(3)式中的函数无法满足它的要求,因此  $E_{(z)}$  模式不能存在.

与  $E_{(z)}$  模式类似(3)式也无法满足  $E_{(x)}$  模式所要求的条件,因此  $E_{(x)}$  模式不能存在.将  $E_{(y)}$  模式的场分量代入到(1)式中,根据所导出的表达式,在(3a)式中取常数 1,再代入到(4)式中,最后导出的本征值方程相当于(8)式中的  $i$  为 2,并相应去掉  $h\pi/b$  一项.可以看到,  $E_{(y)}$  模式不过是  $TE_y$  模式当  $h = 0$  时的特殊情况.

将  $TE_y$  模式的各个场分量代入(1)式中,可以得到

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) = 0, \quad (11a)$$

$$- \frac{\partial^2 E_z}{\partial z \partial x} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - k^2(1 - \epsilon_r) S_{(x,z)} E_x = 0, \quad (11b)$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 E_x}{\partial z \partial x} - k^2(1 - \epsilon_r) S_{(x,z)} E_z = 0. \quad (11c)$$

观察(11)各式可以知道,将(11a)式代入到(11b)和(11c)式中可以得到当  $i$  分别取 1 和 3 的(4)式,最终可以得到当  $i$  取 1 和 3 的本征值方程(8).因此,这里我们使用当  $i$  取 1 和 3 的统统一本征值方程(8)式,而不是由(11b)和(11c)式直接导出的本征值方程.这时,取不为常数的(3)各式,由(11a)式得到

$$\left( \frac{l\pi}{a} + \frac{2m\pi}{c} \right) A_{m,n}^{(x)} = \beta_n A_{m,n}^{(z)}. \quad (12)$$

(12)式和当  $i$  取 1 和 3 的(8)式便是  $TE_y$  模式的完整本征值方程.

类似于对  $TE_y$  模式的处理,将  $TE_x$  模式和  $TE_z$  模式的各个场分量代入(1)式中,最终可以分别得到当  $i$  取 2 和 3,以及当  $i$  取 1 和 2 的(8)式,此外还分别有

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) = 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} \right) = 0. \quad (14)$$

为  $TE_x$  模式和  $TE_z$  模式在 (3) 式中取非常数函数, 代入到 (13) 和 (14) 式中, 分别有

$$-j\beta_n A_{m,n}^{(z)} = \frac{h\pi}{b} A_{m,n}^{(y)}, \quad (15)$$

$$j \left( \frac{l}{a} + \frac{2m}{c} \right) A_{m,n}^{(x)} = \frac{h}{b} A_{m,n}^{(y)}. \quad (16)$$

假定场分量  $E_y$  和  $E_z$  都是关于  $x$  坐标的偶对称函数 (15) 式要求它们在  $z$  方向上有  $\pi/2$  的相位差. 如果  $E_y$  是关于  $z$  的偶对称函数, 则  $E_z$  必须是关于  $z$  的奇对称函数. 这时

$$\begin{aligned} \frac{h\pi}{b} A_{m,-n}^{(z)} &= \frac{h\pi}{b} A_{m,n}^{(z)} = -j\beta_{-n} A_{m,-n}^{(z)} \\ &= j\beta_{-n} A_{m,n}^{(z)} = -j\beta_n A_{m,n}^{(z)}. \end{aligned} \quad (17)$$

显然 (17) 式只能在  $\beta_0$  为零的情况下才能成立, 而在假定  $E_y$  和  $E_z$  有其他对称性时, 也可以得出同样的结论, 因此  $TE_x$  模式无法存在.

假定是场分量  $E_y$  是关于  $x$  的偶函数,  $E_x$  是关于  $x$  的奇函数, 则 (16) 式要求  $E_x$  和  $E_y$  在  $z$  方向同相位. 如果  $E_x$  和  $E_y$  都是关于  $z$  的偶函数, 则有

$$\begin{aligned} \frac{h}{b} A_{-m,n}^{(y)} &= \frac{h}{b} A_{m,n}^{(y)} = j \left( \frac{l}{a} - \frac{2m}{c} \right) A_{-m,n}^{(x)} \\ &= j \left( -\frac{l}{a} + \frac{2m}{c} \right) A_{m,n}^{(x)} \\ &= j \left( \frac{l}{a} + \frac{2m}{c} \right) A_{m,n}^{(x)}. \end{aligned} \quad (18)$$

(18) 式仅有在  $l$  为零时才能成立, 同样, 关于  $E_x$  和  $E_y$  的其他对称性假定也能导出同样的结论, 因此  $TE_z$  模式不能存在.

现在, 仔细分析 (8) 式可以发现, 当  $i$  单独取定 1、2 或者 3 的时候, 它的解包含了  $TE_y$  模式和  $EH$  模式的所有解, 而  $EH$  模式的解还必须满足 (9) 式. 因此, 事实上只需要利用 (8) 和 (9) 式便足以分析第一类和第二类模式了. 当然, 在分析  $E_{x_i}(E_x, 0, 0, 0, H_y, H_z)$ ,  $E_{y_i}(0, E_y, 0, H_x, 0, H_z)$  和  $E_{z_i}(0, 0, E_z, H_x, H_y, 0)$  模式时 (8) 式的相应项应该被去掉.

### 3.3. 第三类

不考虑具体结构, 从理论上讲, 第三类模式包括  $H_{x_i}(H_x, 0, 0, 0, E_y, E_z)$ ,  $H_{y_i}(0, H_y, 0, E_x, 0, E_z)$ ,  $H_{z_i}(0, 0, H_z, E_x, E_y, 0)$ ,  $TM_z(H_x, H_y, 0, E_x, E_y, E_z)$ ,  $TM_y(H_x, 0, H_z, E_x, E_y, E_z)$ , 和

$TM_x(0, H_y, H_z, E_x, E_y, E_z)$  六类具体模式. 由于第二类与第三类模式之间具有对偶性, 基于关于第二类模式的分析结论, 我们知道  $TM_z$  模式和  $TM_x$  模式不能存在, 当  $i$  单独取定 1、2 或者 3 时 (9) 式的解中除去能满足 (8) 式的解, 便是模式  $TM_y$  的解.  $H_{y_i}$  模式仍然只是当  $h=0$  时  $TM_y$  模式的特殊情况.

## 4. 数值计算结果

首先, 我们假定波导的背景材料为真空, 光子晶体的形状为长方形, 其长和宽分别为  $\delta_1$  和  $\delta_2$ . 首先, 我们取  $a$  和  $b$  为 5 mm,  $c$  和  $p$  为 1 mm,  $\delta_1$  和  $\delta_2$  为 0.5 mm, 光子晶体的相对介电常数为 5.

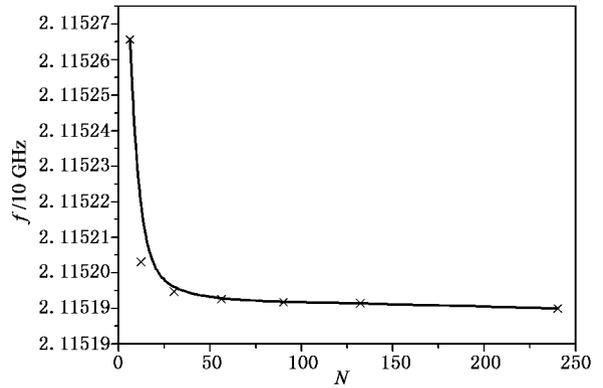


图 2 PWM 方法的收敛性

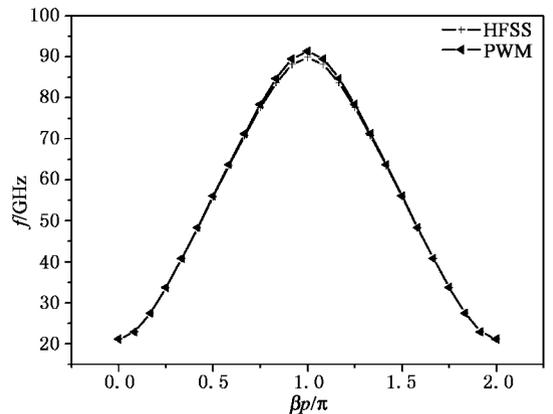


图 3 PWM 方法与 HFSS 模拟结果的比较

图 2 给出了  $E_{y_i}$  模式的收敛状况. 图中的横坐标为所使用的平面波数. 可以看到, 随着所使用的平面波数由 0 增加至 50 左右时, 计算结果迅速减小, 当平面波数继续增加时, 变化不再剧烈. 由于曲线在所给出的区间内是单调连续的, 因此我们可以推测, 利用本文方法所得到结果总是比实际值有所

偏高. 图 3 给出了本文理论方法所得到的  $E_{(y)}$  模式的本征频率与 HFSS 模拟结果比较. 可以看到, 本文方法所得到的结果与电磁模拟软件 HFSS 所得到的结果符合良好. 此次计算中, 我们取了 121 次平面波, 相对收敛误差小于  $10^{-8}$ , 设定迭代误差小于  $10^{-5}$ .

图 4 给出了在取定上述结构参数的情况下, 各个模式的本征频率. 图 4 及后面的所有图中, 纵坐标的归一化参数  $c$  为自由空间的光速. 可以看到, 当波导宽度与高度尺寸相等时, 各个模式的通带之间十分靠近.

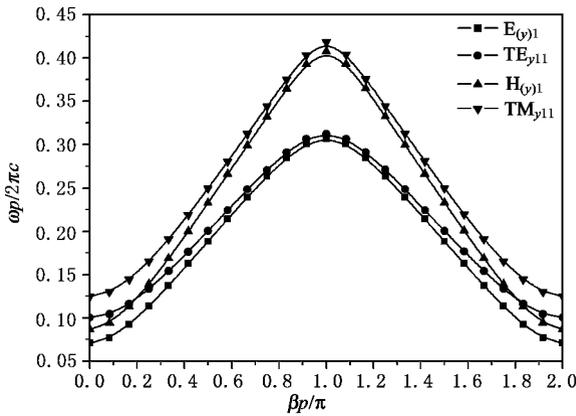


图 4 波导高度和宽度相等时的模式

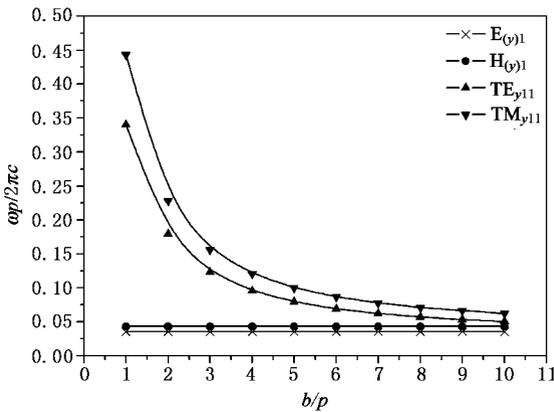


图 5 波导高度对色散的影响

为了进一步了解光子晶体波导中的模式, 下面改变晶体以及波导结构参数进行计算. 图 5 是在改变波导高度的情况下,  $E_{(y)}$ ,  $H_{(y)}$ ,  $TE_{y11}$  和  $TM_{y11}$  模式色散的变化. 对于图 5 我们取  $a$  为 10 mm, 其他参数保持不变,  $z$  向每周期的相移为 0. 由图可见, 改变波导高度对  $E_{(y)}$  和  $H_{(y)}$  模式并没影响, 而降低波导高度, 其他模式的本征频率上升, 因此可以将其他模式与  $E_{(y)}$  和  $H_{(y)}$  模式分离开来. 本例中, 当  $b/a$

小于 0.1 时, 可实现  $E_{(y)}$  和  $H_{(y)}$  模式的通带与其他模式的通带完全分离. 尽管图 5 没有计算  $E_{(y)}$  模式与  $H_{(y)}$  模式, 但由于  $E_{(y)}$  和  $H_{(y)}$  模式与高度无关, 因此依靠改变波度, 不能实现  $E_{(y)}$  模式之间和  $H_{(y)}$  模式之间的分离.

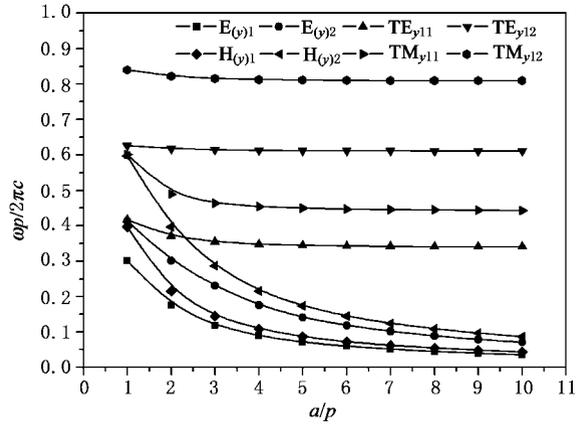


图 6 波导宽度对色散的影响

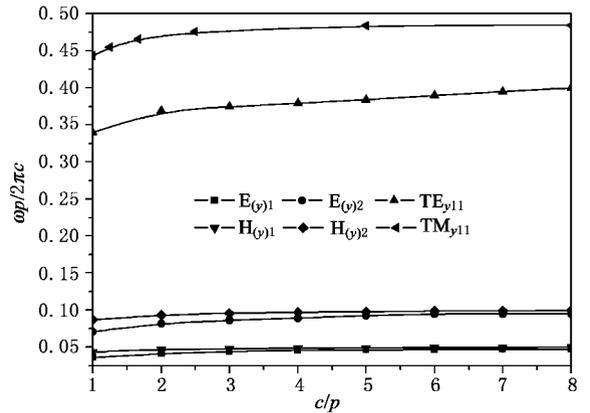


图 7 改变光子晶体横向周期对色散的影响

在图 5 结果的基础上, 我们改变  $b$  的取值为 1 mm, 并保持其他参数不变和取  $z$  向每周期的相移为 0, 其计算结果如图 6 所示. 对于图 6, 可以看到, 相对于图 4 而言, 除了波导很窄的情况, 已经实现了  $E_{(y)}$  和  $H_{(y)}$  模式与其他模式的完全分离. 另外, 除了波导较窄的情况, 改变波导宽度对各个模式的影响并不大. 随着波导宽度的增加, 各个模式的本征频率下降, 但会稳定到某一个水平. 改变波导宽度, 对  $E_{(y)}$  的各个模式和  $H_{(y)}$  的各个模式的影响是一致的.

图 7 为在改变光子晶体横向周期的情况下, 模式  $E_{(y)}$ ,  $E_{(y)}$ ,  $H_{(y)}$ ,  $H_{(y)}$ ,  $TE_{y11}$  和  $TM_{y11}$  模式的色散. 图中横坐标的参数  $c$  为光子晶体横向周期的长

度。对于图 7,我们取  $a$  为 10 mm 并保持其他参数不变和取  $z$  向每周期的相移为 0. 可以看到,当光子晶体的横向周期增大,也即填充比减小时,模式本征频率上升,其极限值为真空波导相应模式的截止频率。然而除非  $c/p$  特别小,否则改变晶体的横向周期对模式色散的影响并不大。并且,  $E_{(y)\parallel}$  与  $E_{(y)\perp}$  模式,以及  $H_{(y)\parallel}$  与  $H_{(y)\perp}$  模式对晶体横向周期改变的响应基本一致,因此,依靠改变光子晶体横向周期不能将  $E_{(y)\parallel}$  与  $E_{(y)\perp}$  模式,以及  $H_{(y)\parallel}$  与  $H_{(y)\perp}$  模式分离。

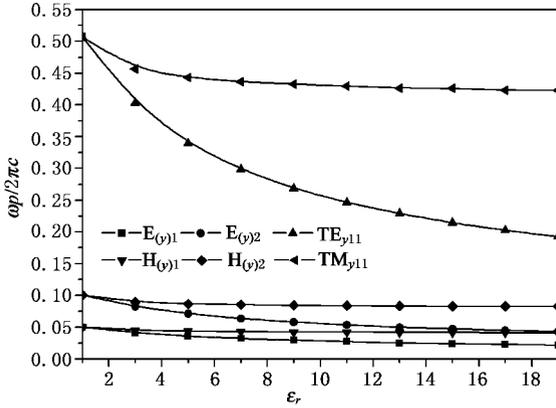


图 8 改变光子晶体相对介电常数对色散的影响

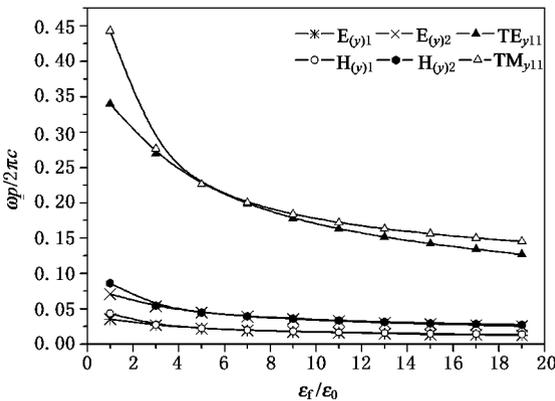


图 9 改变背景材料相对介电常数对色散的影响

基于图 4 至图 7 的计算结果,我们取  $a$  为 10 mm,  $b$  为 1 mm,  $c$  和  $p$  为 1 mm,  $\delta_1$  和  $\delta_2$  为 0.5 mm, 令传播方向每周期的相移为零,改变光子晶体相对介电常数的大小,计算结果如图 8 所示。可以看到,改变光子晶体相对介电常数的大小,对  $E_{(y)}$  模式和  $TE_y$  模式的影响较大,而对  $H_{(y)}$  模式和  $TM_y$  模式的影响则相对较弱。利用这一特点,可以使  $E_{(y)}$  模式与  $H_{(y)}$  模式通带间的距离加大。然而由图 8 的计算看来,由于随着晶体相对介电常数的进一步加大,  $E_{(y)}$  模式及  $TE_y$  模式本征值下降趋势进一步减弱,因而

依靠改变晶体的相对介电常数不能保证将  $E_{(y)}$  模式与  $H_{(y)}$  模式的通带完全分开。

图 9 中,继续取  $a$  为 10 mm,  $b$  为 1 mm,  $c$  和  $p$  为 1 mm,  $\delta_1$  和  $\delta_2$  为 0.5 mm, 和传播方向每周期的相移为零,并取光子晶体的相对介电常数为 5,使背景材料的相对介电常数在 1 至 19 之间变化。可以看到,当背景材料的相对介电常数和光子晶体的相对介电常数相等时,  $E_{(y)m}$  模式和  $H_{(y)m}$  模式,以及  $TE_{ymn}$  模式和  $TM_{ymn}$  模式的本征值最为接近,这个时候相当于均匀介质填充的矩形波导。当背景材料的相对介电常数与光子晶体的相对介电常数不等时,  $E_{(y)m}$  模式和  $H_{(y)m}$  模式,以及  $TE_{ymn}$  模式和  $TM_{ymn}$  模式本征值间的距离相对更远,而当背景材料的相对介电常数小于光子晶体的相对介电常数时,其距离要更远一些,并在背景材料为真空时达到极限。

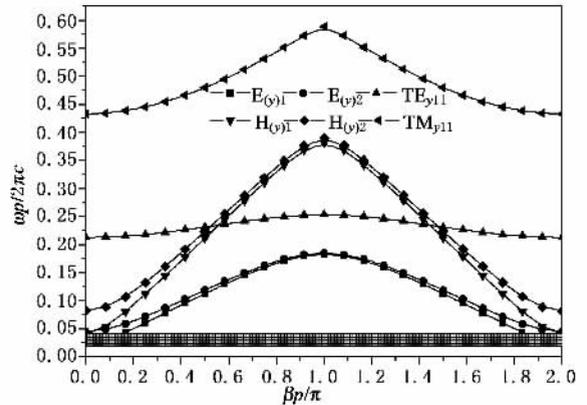


图 10 宽高比为 0.1 时的模式色散

综上所述,对于非截面二维光子晶体排列的矩形波导,当波导高度和宽度尺寸接近时,各个模式的通带相互交叠,降低波导高度,则可以将  $E_{(y)}$  模式和  $H_{(y)}$  模式与其他模式通带之间完全分离。当背景材料的相对介电常数小于光子晶体的相对介电常数时,各个模式本征值间的相对距离要较大于光子晶体的相对介电常数时为远。改变其他的参数时,均对模式间的距离有一定影响,但是,依靠改变任一个参数,都不能使  $E_{(y)}$  和  $H_{(y)}$  的各个模式通带,以及  $E_{(y)\parallel}$  模式和  $H_{(y)\parallel}$  模式的通带完全隔离。并且,以上的计算中我们没有发现 EH 模式。

由上面的讨论和计算结果,现在我们取  $a$  和  $b$  分别为 10 mm 和 1 mm,  $c$  和  $p$  分别为 0.5 mm 和 1 mm,  $\delta_1$  和  $\delta_2$  分别为 0.5 mm 和 0.25 mm, 取背景材料为真空,并取光子晶体的相对介电常数为 16.5。

计算得到的  $E_{(y)1}$ ,  $E_{(y)2}$ ,  $H_{(y)1}$ ,  $H_{(y)2}$ ,  $TE_{y11}$  和  $TM_{y11}$  模式的通带如图 8 所示. 图中阴影区域表示在这个波段波导工作在单模状态, 它位于  $E_{(y)1}$  和  $E_{(y)2}$  模式的低端截止之间, 因而它的宽度由两模式的低端截止频率决定. 如果光子晶体的完全禁带存在, 波导的单模工作频段还可出现在第一个禁带以上和第二个通带的低部.

## 5. 结 论

本文推导得到了非截面二维光子晶体排列矩形

波导全波模式本征值方程. 计算所得到的模式通带与 HFSS 所得到的结果符合良好. 通过对各种可能模式的讨论, 非截面二维光子晶体排列矩形波导内能存在的模式包括  $E_{(y)}$ ,  $TE_y$ ,  $H_{(y)}$  和  $TM_y$  模式, 其中  $E_{(y)}$  和  $H_{(y)}$  模式以看成是  $TE_y$  和  $TM_y$  模式的特殊情况. 改变波导高度, 可以实现  $E_{(y)}$  模式和  $H_{(y)}$  模式与其他模式通带的完全分离. 然而改变任一参数, 都不能使  $E_{(y)}$  和  $H_{(y)}$  的各个模式通带, 以及  $E_{(y)1}$  模式和  $H_{(y)1}$  模式的通带完全隔离. 波导单模工作的带宽由  $E_{(y)1}$  和  $E_{(y)2}$  模式的低端截止频率决定.

- [ 1 ] Yablonovich E, Gmitter T J 1986 *Phys Rev Lett* **63** 1950
- [ 2 ] Gauthier G P, Courty A, Rebeiz G M 1997 *IEEE Trans. Antennas & Propag.* **45** 1310
- [ 3 ] Ho K M, Chan C T, Soukoulis C M, Biswas R 1994 *Solid State Commun.* **89** 413
- [ 4 ] Ozbay E 1996 *Opt. Soc. Am. B* **13** 1945
- [ 5 ] Sigalas M M, Chan C T, Ho K M, Soukoulis C M 1995 *Physical Review B* **52** 11744
- [ 6 ] Toshio Suzuki, Paul, Yu K L 1996 *IEEE MTT-S Digest* **36** 572
- [ 7 ] Gonzalo R, Ederra I, Martinez B, Maagt 2005 *Electronics Letters* **41** 985
- [ 8 ] Andrew Byers, Rumsey Ian, Zoya Popovic 1998 *IEEE Trans. Antennas & Propag.* **32** 910
- [ 9 ] Emanuel Istrate, Edward Sargent H 2005 *IEEE Journal of Quantum Electronics* **41** 461
- [ 10 ] Nikolaos Florous J, Masanori Koshiha 2004 *3d international Conference on Computational Electromagnetics and Its Applications Proceedings* **1** 9
- [ 11 ] Bristow Alan D, Vasily N, Astratov, Ryoko Shimada 2002 *IEEE Journal of Quantum Electronics* **38** 880
- [ 12 ] Hao B L, Liu P K, Tang C J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1862 (in Chinese) [ 郝保良、刘濮鲲、唐昌建 2006 物理学报 **55** 1862 ]
- [ 13 ] Gong Y B, Zhang Z, Wei Y Y 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3990 (in Chinese) [ 宫玉彬、张 章、魏彦玉 2004 物理学报 **53** 3990 ]

# Full-mode analysis of a two-dimensional photonic crystal waveguide<sup>\*</sup>

Yin Hai-Rong<sup>†</sup> Gong Yu-Bin Wei Yan-Yu Lu Zhi-Gang Gong Hua-Rong

Yue Ling-Na Huang Min-Zhi Wang Wen-Xiang

(*School of Physical Electronics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China*)

(Received 11 September 2006; revised manuscript received 15 October 2006)

## Abstract

To determine the guide operating band, we derived the eigenvalue equations for a two dimensional photonic crystal rectangular waveguide, and found that the  $E_{(y)}$ ,  $TE_y$ ,  $H_{(y)}$  and  $TM_y$  modes can exist in the photonic crystal rectangular waveguide. The calculation explains that this kind of waveguide can operate in single mode, if the height of the waveguide is low enough. And the bandwidth when the waveguide operates in single mode is determined by the cutoff frequency of the  $E_{(y)}$  mode and that of the  $E_{(y)}$  mode.

**Keywords** : waveguide, photonic crystals, dispersion equation, modes

**PACC** : 7125P, 4270Q, 5270G

<sup>\*</sup> Project supported by the State Key Program of National Natural Science of China (Grant No. 60532010) and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60601005).

<sup>†</sup> E-mail : yhr555@sohu.com