

混沌通信系统中非线性信道的自适应神经 Legendre 正交多项式均衡*

赵海全^{1,2)} 张家树¹⁾ 曾祥萍³⁾

1) 西南交通大学信号与信息处理四川省重点实验室, 成都 610031)

2) 成都信息工程学院电子工程系, 成都 610225)

3) 成都信息工程学院电子实验中心, 成都 610225)

(2006 年 6 月 19 日收到, 2006 年 10 月 31 日收到修改稿)

针对混沌通信系统中非线性信道干扰问题, 基于混沌信号重构理论和 Legendre 正交多项式结构, 提出了一种自适应神经 Legendre 正交多项式信道均衡器, 并给出相应的归一化最小均方算法. 仿真研究表明, 所提出的自适应神经 Legendre 正交多项式信道均衡器能有效地消除线性和非线性信道干扰, 均衡器输出信号能反映出混沌信号的特性, 具有良好的抗干扰性能. 该均衡器的结构简单, 权系数参数较少, 收敛稳定性较好.

关键词: Legendre 正交多项式, 信道均衡, 混沌吸引子, 神经网络

PACC: 0545

1. 引 言

近年来, 混沌通信理论与技术的研究已成为国内外的研究热点课题. 不过, 现有的混沌通信理论与技术研究主要集中在理想信道或中等程度的噪声范畴内^[1-8], 而实际通信环境中存在着各种干扰, 如码间干扰以及由多径传播而引起的多径干扰, 特别是信道的非理想特性引起的非线性失真干扰, 将严重地蜕化混沌通信系统的性能, 并会造成系统无法工作, 阻止了混沌通信系统的实用化^[9-14]. 解决上述问题的途径之一就是采用信道的非线性均衡技术来恢复重构信号. 而近年来混沌信号重构的研究主要集中在基于神经网络和多项式展式结构的非线性重构方法^[9-19]等方面. 由于神经网络具有良好的非线性逼近性等优点而得到较多的研究, 如文献 [11-14] 提出了改进的回归神经网络以及径向基神经网络能够较好恢复出混沌信号. 但是, 由于神经网络本身固有的缺点(如参数空间过大以及参数的初始化需谨慎等), 将限制其在混沌通信系统中实用化^[9-14]. Volterra 滤波器由于其输出线性依赖于滤波器本身系数, 从而使 Volterra 滤波器与其核矢量具

有线性关系, 便于分析非线性系统. 同时, Volterra 滤波器存在大量的非线性耦合项, 因此使基于截断 Volterra 模型的非线性技术能够有效地重构混沌信号^[15-19]. 然而, 使用 Volterra 均衡器消除非线性干扰时, 随着 Volterra 均衡器的阶数或记忆单元 m 增大, Volterra 均衡器的权系数将按幂次快速增加, 相应所需的计算次数亦成幂次快速增加, 这将限制其在混沌通信系统中的实用化^[18-20]. 因此, 计算复杂性低、稳态误差低、结构简单且参数少的非线性均衡器还有待进一步研究.

本文在分析 Volterra 系统模型特点的基础上, 结合单层神经网络模型^[21]和 Legendre 正交多项式逼近定理设计了新型的非线性信道自适应神经 Legendre 正交多项式均衡器(NLOPAE).

2. 用于混沌通信系统中的 NLOPAE

从信号处理的观点看, 在基于混沌通信系统工程中, 从受到噪声或各种非线性干扰的混沌信号中恢复出混沌信号也就是均衡问题, 同时也可以描述成信号重构. 为了使基于混沌的通信系统运行良

* 国家自然科学基金(批准号: 60572027)和教育部新世纪优秀人才支持计划(批准号: NCET-05-0794)资助的课题.

好,信道的影响必须最小化,在满足 Taken 相空间重构定理的条件下,非线性均衡器能够准确地恢复或重构混沌信号。

图 1 为基于混沌通信系统框图,其中 $x(k)$ 为混沌调制器所产生的发射信号, h 为信道传输函数,信道的输出 $s(k)$ 被噪声 η 所污染,该噪声通常建模为加性白高斯过程, $\hat{x}(k)$ 为均衡器的输出信号。接收机所收到的信号通过均衡器还原发射信号,并通过解调器恢复信息信号。 h 能够建模为非线性算子,它一般由 $s(k) = h(x(k))$ 给出,而均衡器的输入信号为 $r(k) = s(k) + \eta$ 。

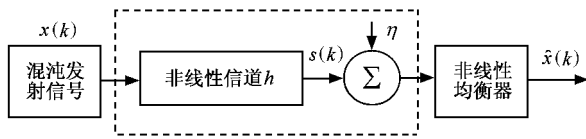


图 1 基于混沌的通信系统框图

2.1. 二阶 Volterra 滤波器

令一个离散时间非线性因果系统的输入信号为 x , 输出信号为 y , 则 y 关于 x 的二阶截断 Volterra 级数扩展形式表示为

$$y(n) = f_0 + \sum_{m_1=0}^{N-1} f_1(m_1)x(n - m_1) + \sum_{m_1=0}^{N-1} \sum_{m_2=m_1}^{N-1} f_2(m_1, m_2)x(n - m_1) \times x(n - m_2). \quad (1)$$

(1) 式描述的是 $N - 1$ 个延迟的二阶 Volterra 扩展形式,其系数个数为 $1 + N + N \times (N + 1) / 2$, 计算复杂度为 $O(N^2)$, 即系数的个数与 N^2 成正比。

2.2. 简化的非线性滤波器

根据非线性系统 Volterra 的分析理论和非线性信道 Wiener 模型,一般单输入单输出系统均可以分解成一个动态线性系统与一个无记忆的非线性系统相级联,如图 2 所示。因此,Volterra 非线性滤波器可以由一个横向滤波器和一个无记忆的非线性处理器级联逼近^[20], 并且结构相对简单,其系数个数为 $m + n$ 。而无记忆的非线性处理器部分的数学表达式为 $g(x) = h_0 + h_1x + h_2x^2 + \dots$, 即

$$s_k = g(y_k) = h_0 + h_1y_k + h_2y_k^2 + \dots$$

$$= h_0 + h_1F(k)X^T(k) + h_2F(k)X^T(k)X(k)F^T(k) + \dots, \quad (2)$$

式中 y_k 为线性滤波器输出信号,并作为非线性处理器的输入信号, $X^T(k)$ 为输入信号矢量 $[x(k) x(k-1) \dots x(k-m+1)]$ 的转置, $F(k)$ 为滤波器的系数矢量, h_n 为第 n 阶系数。

$$y_k = F(k)X^T(k), F(k) = [f_1(k) f_2(k) \dots f_m(k)].$$

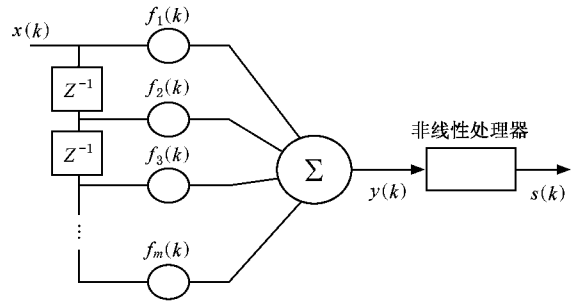


图 2 简化的非线性滤波器结构示意图

图 2 中 $x(k)$ 为滤波器的输入信号, Z^{-1} 表示一个单位的延迟, $f_i(k)$ 为横向滤波器的权系数, m 为滤波器的长度, $y(k)$ 为横向滤波器的输出, $s(k)$ 为非线性处理器的输出。

2.3. NLOPAE 结构

图 2 中的非线性处理器虽然结构简单,整个非线性滤波器的参数也较少,但是对于非线性处理器部分却不能保证其收敛以及快速的收敛。为了解决这些问题,结合单层神经网络模型和 Legendre 正交多项式逼近定理设计了新型的均衡器,如图 3 所示。图 3 中 $w_i(k) \ (i = 1, 2, \dots, N_1)$ 为神经部分中横向滤波器的权系数, $u(k)$ 为横向滤波器的输出, $z(k)$ 为神经部分的输出并作为 Legendre 正交多项式部分的输入信号, $C_i(k) \ (i = 1, 2, \dots, N_2)$ 为 Legendre 正交多项式的基函数,表示对 $z(k)$ 第 i 项 Legendre 正交多项式展开, $a_i(k) \ (i = 1, 2, \dots, N_2)$ 为其权系数,而 $d(k)$ 为期望信号。

图 3 中 $\mathcal{S}(\cdot)$ 是新增加的一般神经网络的激励函数,这是为了保证非线性处理器的输入在 $[-1, 1]$ 之间,并从理论上保证了正交多项式的收敛。当 Legendre 正交多项式 $\{C_i(x), i = 1, 2, \dots\}$ 满足如下递推关系:

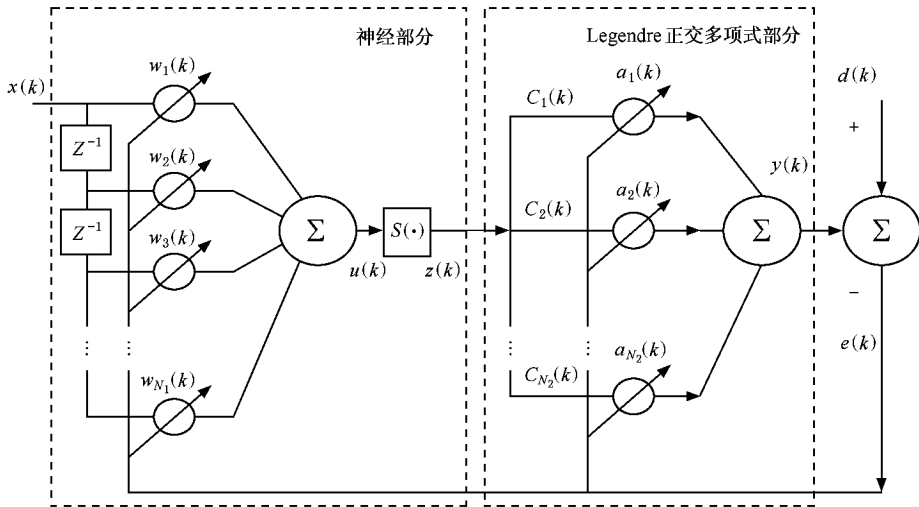


图3 神经 Legendre 正交多项式自适应均衡器结构示意图

$$\begin{aligned} C_1(x) &= 1, \\ C_2(x) &= x, \end{aligned} \quad (3)$$

$$(i+1)C_{i+1}(x) = (2i+1)x C_i(x) - i C_{i-1}(x)$$

时,存在以下定理.

定理 1 当 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上有连续导数时,级数 $\sum_{l=1}^{\infty} a_l C_l(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上绝对一致收敛且有 (n 足够大)

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{l=1}^{\infty} a_l C_l(x) \\ &\approx a_1 C_1(x) + a_2 C_2(x) + \dots + a_n C_n(x). \end{aligned}$$

因此,新增加的 $S(\cdot)$ 函数和前面的横向滤波器就构成了单层的神经网络结构.同时,用 Legendre 正交多项式代替多项式的一般展开形式是为加快收敛速度,并且增强非线性逼近能力.与现有的多输入神经网络相比,图3所示结构具有待定参数少、网络结构简单易实现,且非线性处理器为正交多项式,能够保证其快速收敛等优点;与 Volterra 自适应均衡器相比,还具有实现复杂性低、不存在不利于自适应梯度算法快速收敛的非线性耦合项等优点.

3. 自适应均衡算法

由图3可知,神经部分中横向滤波器的输出为

$$\begin{aligned} u(k) &= \sum_{i=1}^m w_i(k) x(k-i+1) \\ &= W(k)X(k)^T, \end{aligned} \quad (4)$$

式中

$$\begin{aligned} X(k) &= [x(k) x(k-1) \dots x(k-N_1+1)], \\ W(k) &= [w_1(k) w_2(k) \dots w_{N_1}(k)]. \end{aligned}$$

神经部分的输出为

$$z(k) = S(u(k)), \quad (5)$$

式中 $S(u(k))$ 为激活函数 Sigmoid 并定义

$$S(u(k)) = \frac{2}{1 + e^{-x(u(k))}} - 1. \quad (6)$$

显然, $S(u(k)) \in [-1, 1]$, $S(u(k))$ 在 Matlab 中可用正切函数 (tansig) 表示,其导数可用正切求导函数 (dtansig) 表示.

在 Legendre 正交多项式滤波器部分, Legendre 多项式展开的第 i 项 $C_i(k)$ 是关于其输入 $z(k)$ 的函数,记作

$$C_i(k) = g_i(z(k)).$$

由(1)式知, $C_i(k)$ ($i=1, 2, \dots, N_2$) 满足

$$\begin{aligned} C_1(k) &= g_1(z(k)) = 1, \\ C_2(k) &= g_2(z(k)) = z(k), \\ C_{i+1}(k) &= g_{i+1}(z(k)) \\ &= ((2i+1)z(k)g_i(z(k)) \\ &\quad - ig_{i-1}(z(k)))(i+1), \end{aligned} \quad (7)$$

则均衡器的输出序列为

$$\begin{aligned} y(k) &= \sum_{i=1}^{N_2} a_i(k) C_i(k) \\ &= \sum_{i=1}^{N_2} a_i(k) g_i(z(k)) \\ &= A(k) \alpha(k)^T, \end{aligned} \quad (8)$$

式中

$$A(k) = [a_1(k) a_2(k) \dots a_{N_2}(k)],$$

$$C(k) = [c_1(k) c_2(k) \dots c_{N_2}(k)].$$

利用误差信号 $e(k)$ 来调节神经部分的抽头系数 $W(k)$ 和 Legendre 正交多项式滤波器的抽头系数 $A(k)$ 。

令误差为

$$e(k) = d(k) - y(k),$$

定义归一化的代价函数

$$E(k) = E \left[\left(\frac{e(k)}{\|X(k)\|} \right)^2 \right]. \quad (9)$$

结合归一化最小均方 (NLMS) 算法得到

$$\begin{aligned} A(k+1) &= A(k) - \eta_1 \frac{\partial E(k)}{\partial A(k)} \\ &\quad \times \frac{1}{1 + \|C(k)\|^2}, \\ W(k+1) &= W(k) - \eta_2 \frac{\partial E(k)}{\partial W(k)} \\ &\quad \times \frac{1}{1 + \|X(k)\|^2}, \end{aligned}$$

其中 η_1 和 η_2 为控制收敛的步长因子。通过对 $E(k)$ 分别求 $W(k)$ 和 $A(k)$ 的偏导得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(k)}{\partial A(k)} &= -e(k)C(k), \\ \frac{\partial E(k)}{\partial W(k)} &= -e(k) \frac{\partial y(k)}{\partial z(k)} \frac{\partial z(k)}{\partial W(k)} \\ &= -e(k)X(k)^T \frac{4e^{-2\alpha(k)}}{(1 + e^{-2\alpha(k)})^2} \\ &\quad \times \sum_{j=1}^n a_j(k)g'_j(z(k)). \end{aligned}$$

因此, 权系数更新方程为

$$\begin{aligned} A(k+1) &= A(k) + \eta_1 e(k)C(k) \\ &\quad \times \frac{1}{1 + \|X(k)\|^2}, \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W(k+1) &= W(k) + \eta_2 e(k)X(k)^T \frac{4e^{-2\alpha(k)}}{1 + e^{-2\alpha(k)}} \\ &\quad \times \sum_{j=1}^n a_j(k)g'_j(z(k)) \\ &\quad \times \frac{1}{1 + \|X(k)\|^2}. \quad (11) \end{aligned}$$

式中 η_1 和 η_2 为控制收敛的步长因子, 其取值范围为 $0 < \eta_1 < 1$ 和 $0 < \eta_2 < 1$ 。如果 $0 < \eta_1$ 和 $\eta_2 < 1/\text{tr}(R)$ (其中 R) 为输入信号的自相关矩阵, 算法的收敛性得到保证。

4. 计算仿真

为了验证本文提出的非线性自适应均衡器在混沌通信系统中的性能, 采用 Hénon 映射的混沌系统

$$x_1(k+1) = 1 - \alpha_1 x_1^2(k) + x_2(k),$$

$$x_2(k+1) = \alpha_2 x_1(k),$$

其中分岔参数 $\alpha_1 = 1.4, \alpha_2 = 0.3$ 。选择 $x_2(k)$ 作为发射信号, 无噪声情况下的 Hénon 混沌系统吸引子见图 4。

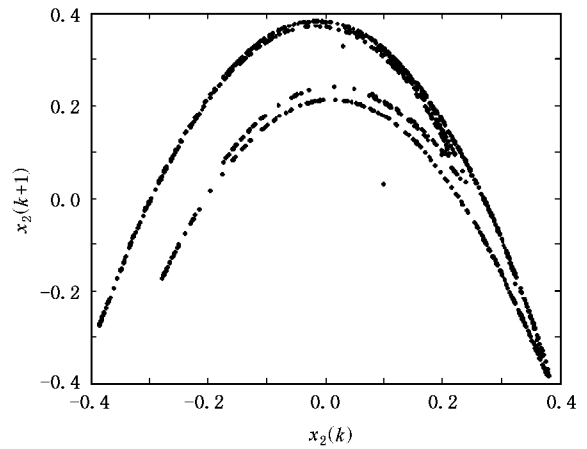


图 4 发射混沌信号的吸引子

4.1. 线性信道

线性信道的系统传递函数为

$$H(z) = 1 + 0.5Z^{-1}.$$

Hénon 映射发射信号通过该信道的混沌信号的吸引子见图 5(a), 信道的输出加上 10 dB 噪声后的混沌信号吸引子见图 5(b)。由图 5 可见, 混沌信号通过信道后发生了严重的畸变。在仿真时, NLOPAE 取 $N_1 = 10$, Legendre 多项式部分取 4 阶, 采用 2000 个信号进行训练, 1000 个信号验证均衡器。

从图 6 仿真结果可以看出, 无论是加入 10 dB 的噪声还是没有加入噪声, 均衡信号均能良好反映出发射混沌信号的特性, 说明通过此非线性均衡器, 均能较好地重构出发射信号。从图 7 的均方误差 (MSE) 学习曲线可以看出, 无论是加入 10 dB 的噪声还是没有加入噪声, 新型非线性均衡器均能在 200 个训练样本点左右达到收敛, 并趋于稳定。

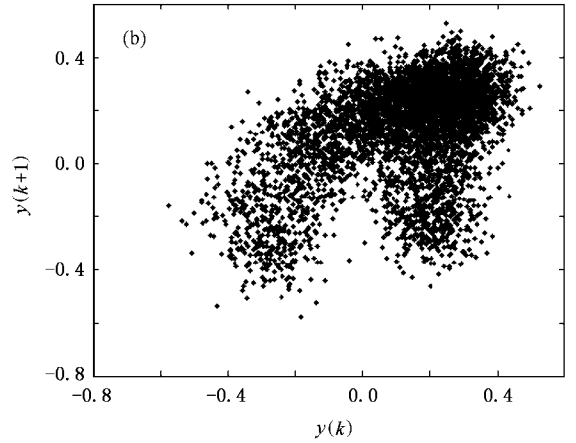
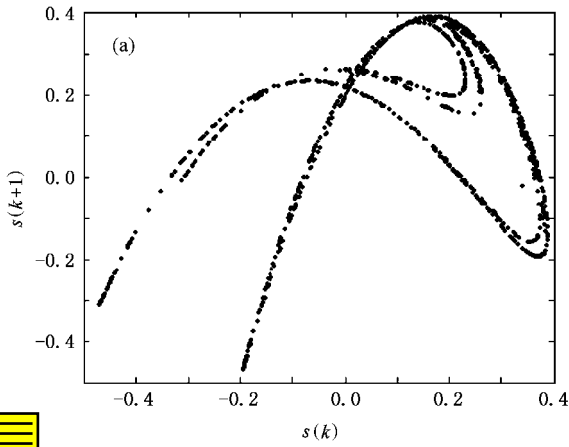


图 5 混沌信号通过线性信道受到干扰畸变的吸引子 (a)通过线性信道的畸变混沌信号吸引子 (b)加入 10 dB 噪声的畸变混沌信号吸引子

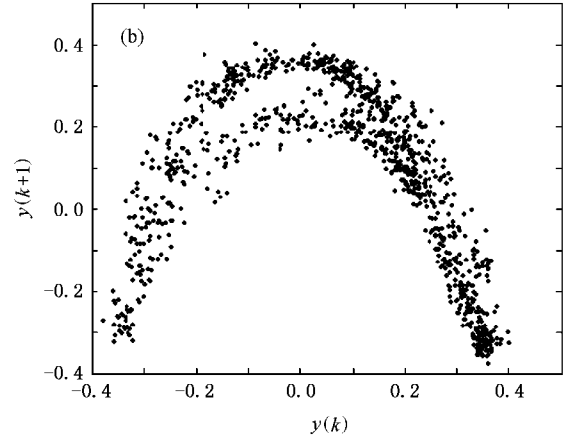
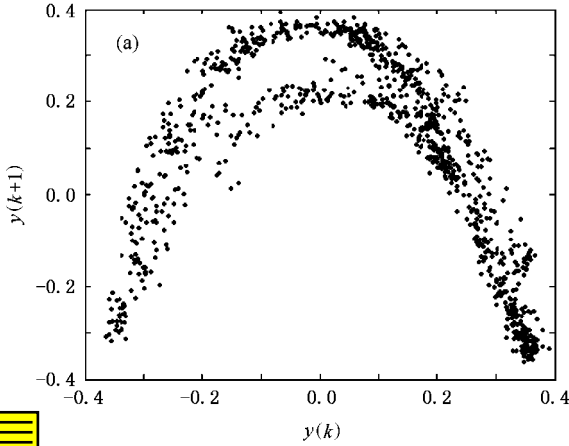


图 6 线性信道的信号通过 NLOPAE 后均衡信号的吸引子 (a)无噪声时均衡信号的混沌吸引子 ,(b)加入 10 dB 噪声时均衡信号的混沌吸引子

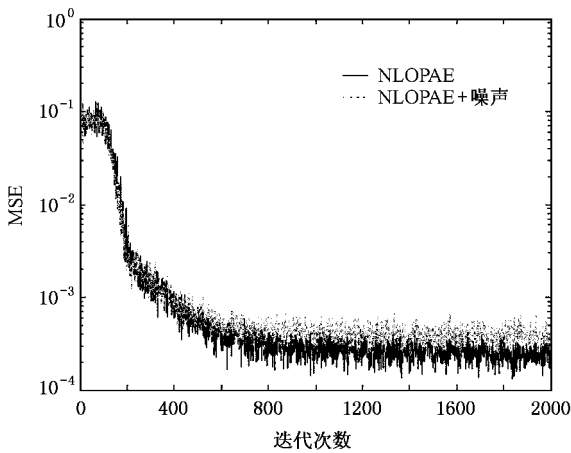


图 7 线性信道的 MSE 学习曲线

4.2. 非线性信道

在非最小相位线性信道 $\hat{s}(k) = 0.3482x(k) +$

$0.8704x(k-1) + 0.3482x(k-2)$ 上加入非线性干扰,且干扰方程为

$$s(n) = \hat{s}(n) + a_1 \hat{s}(n)^2 + a_2 \hat{s}(n)^3,$$

其中 $a_1 = 0.2, a_2 = -0.1$,其非线性信道模型如图 8 所示. Hénon 映射发射信号通过该信道的混沌吸引子见图 9(a),信道输出加上 10 dB 噪声后的混沌吸引子见图 9(b).

从图 10 可以看出,对于非线性信道,新型非线性

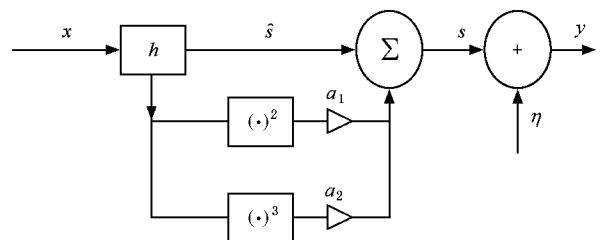


图 8 非线性信道模型

性均衡器均能较好重构出发射信号,并能消除非线性干扰.从图 11 的 MSE 误差学习曲线可以看出,无论是加入 10 dB 的噪声还是没有噪声干扰,新型非

线性均衡器均能在 250 个训练样本点左右达到收敛,并趋于稳定.

图12是基于混沌通信系统的非线性信道的二

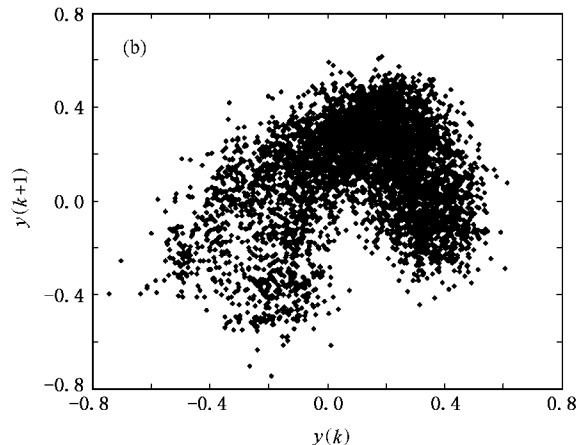
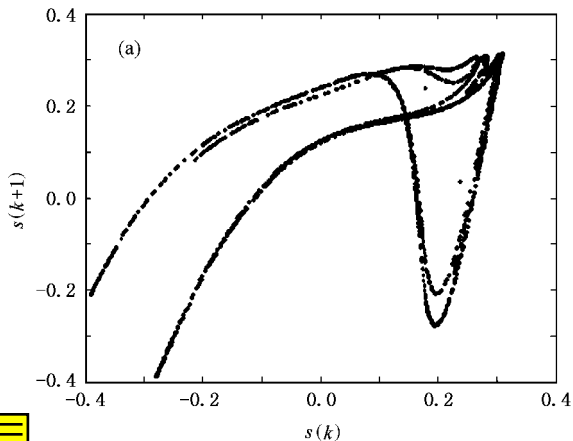


图 9 混沌信号通过非线性信道受到干扰畸变的吸引子 (a)通过非线性信道的畸变混沌信号吸引子,(b)加入 10 dB 噪声的畸变混沌信号吸引子

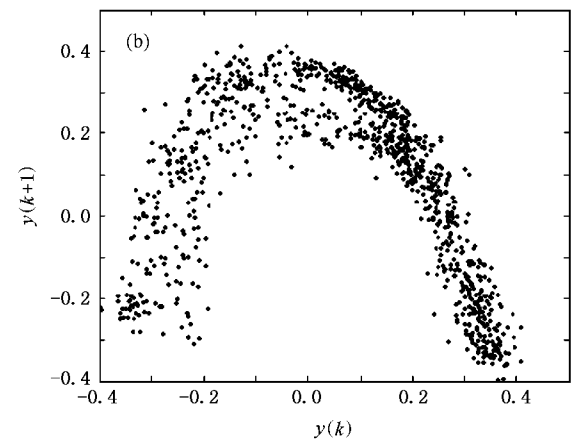
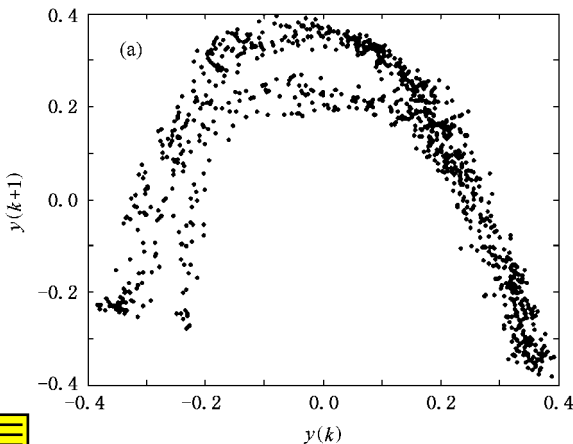


图 10 非线性信道的信号通过 NLOPAE 后均衡信号的吸引子 (a)无噪声时均衡信号的混沌吸引子,(b)有噪声时均衡信号的混沌吸引子

阶 Volterra 均衡器(SVE)简化的非线性均衡器(SNLE)以及 NLOPAE 的各种性能比较.仿真结果表明 SVE 和 NLOPAE 的均衡性能非常接近,能较好重构出发射信号,并能消除噪声的干扰以及在信道传输时产生的线性和非线性以及码间干扰.而且从 MSE 误差学习曲线可以看出,NLOPAE 和 SVE 的 MSE 性能非常接近,均能在 250 个训练样本点附近达到收敛并趋于稳定,且稳态误差较低,保持稳定的误差输出.

对于 SVE,经分析可知,未知的权系数个数为 $1 + m + m(m + 1)2 = 1 + 15 + 15 \times (15 + 1)2 = 136$,而 NLOPAE 的参数个数为 $m + n = 10 + 4 = 14$,因而 NLOPAE 的参数个数较少,计算复杂性降低.

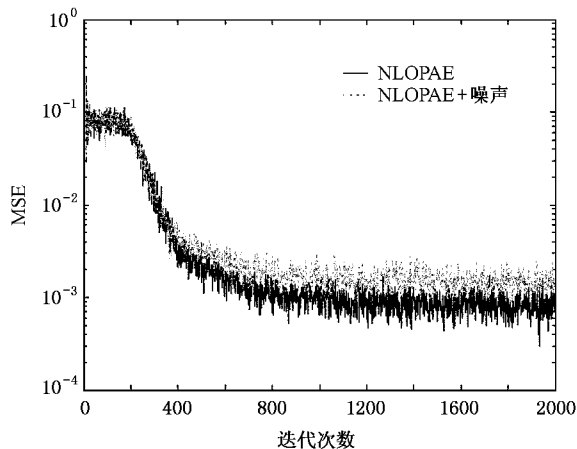


图 11 非线性信道的 MSE 学习曲线

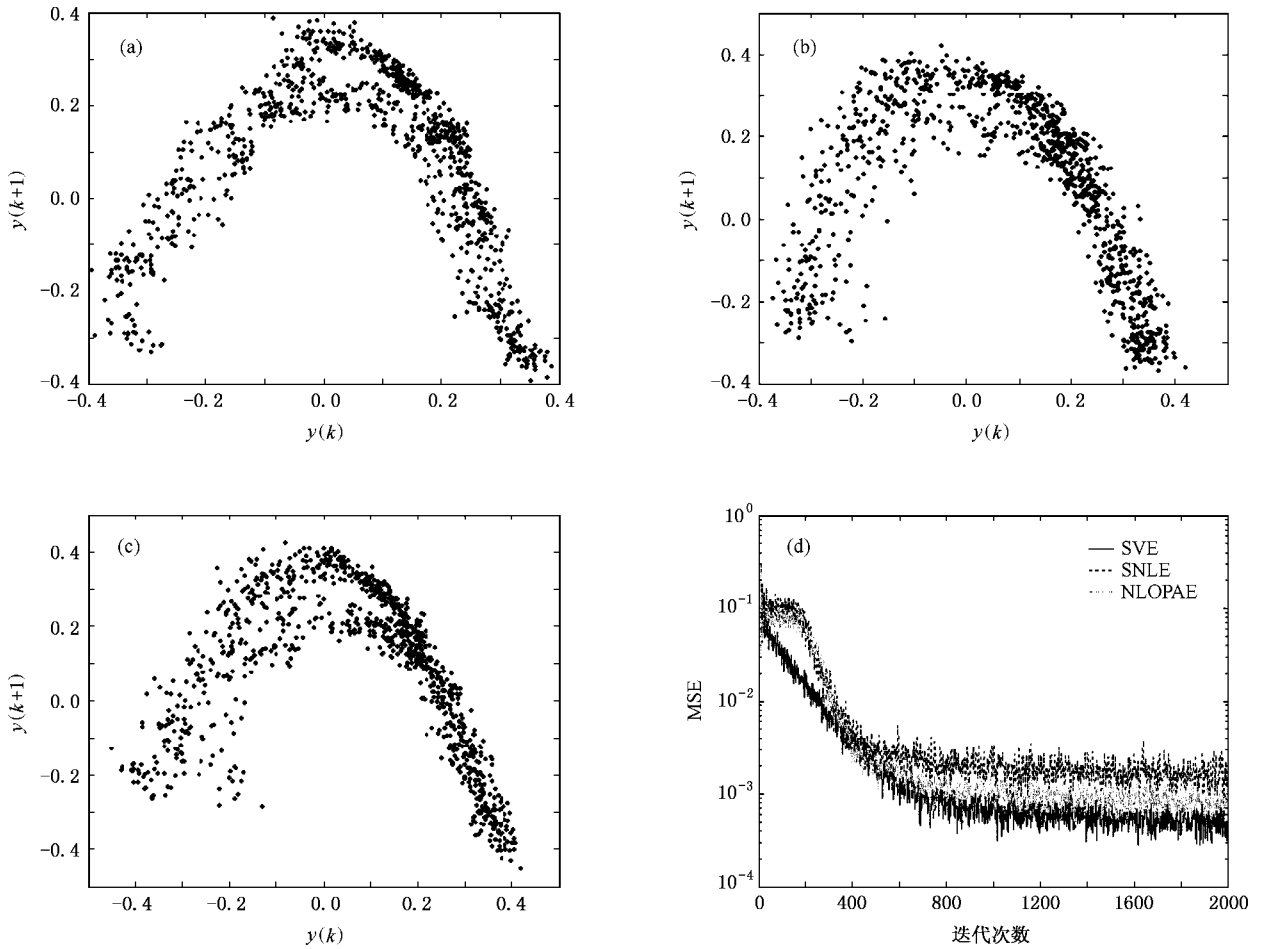


图 12 三种非线性均衡器的均衡信号及 MSE 学习曲线 (a)SVE 均衡信号的混沌吸引子 (b)SNLE 信号的混沌吸引子 (c)NLOPAE 均衡信号的混沌吸引子 (d)MSE 学习曲线

5. 结 论

本文研究的是基于混沌的通信系统的非线性信道均衡问题。根据混沌信号重构理论,以及对 Volterra 级数的分析和 Legendre 正交多项式的特点

并结合单层神经网络结构,提出了一种新型非线性自适应均衡器,该均衡器结构简单、参数较少。仿真表明,此均衡器无论是线性还是非线性信道,有噪声还是无噪声,均表现出与 SVE 相近的性能,能较好地重构出混沌信号,消除线性和非线性干扰,且收敛较稳定。

- [1] Oppenheim A V, Cuomo K M, Barson R J et al 1996 *Chaotic, Fractal and Nonlinear Signal Processing* (New York: AIP) p289
- [2] Ciftci M, Williams D B 1999 *ICASSP* (Phoenix: IEEE) p1301
- [3] Cuomo K M, Oppenheim A V, Barron R J 1996 *ICASSP* (Atlanta: IEEE) p1605
- [4] Shama N, Ott E 1998 *Phys. Lett. A* **248** 862
- [5] Liu F, Ren Y 2001 *Chin. Phys.* **10** 606
- [6] Zhang J S, Xiao X C 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2121 (in Chinese) [张家树、肖先赐 2001 物理学报 **50** 2121]
- [7] Mu J, Tao C, Du G H 2003 *Chin. Phys.* **12** 381

- [8] Lu J G, Xi Y G 2005 *Chin. Phys.* **14** 274
- [9] Wang B Y 2004 *Chin. Phys.* **13** 329
- [10] Ye M Y, Wang X D, Zhang H R 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2568 (in Chinese) [叶美盈、王晓东、张浩然 2005 物理学报 **54** 2568]
- [11] Feng J C, Lu R 2002 *Chin. Phys. Lett.* **19** 302
- [12] Feng J C, Tse C K, Lau C M 2003 *IEEE Trans. Circ. Syst. I* **50** 954
- [13] Feng J C, Tse C K 2001 *Phys. Rev. E* **63** 026202
- [14] Feng J C, Qiu Y H 2004 *Chin. Phys. Lett.* **21** 250

- [15] Mathews V J 1991 *IEEE Trans. Signal Proc.* **8** (3) 10 [张家树、肖先赐 2000 物理学报 **49** 403]
- [16] Zhang J S , Xiao X C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1221 (in Chinese) [张家树、肖先赐 2000 物理学报 **49** 1221]
- [17] Zhang J S , Xiao X C 2001 *Chin. Phys.* **10** 390 [20] Lin J Y , Wei C H 1999 *ISCAS* **5** 2814
- [18] Zhang J S , Xiao X C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 403 (in Chinese) [21] Mandic D P 2000 *Electron. Lett.* **36** 845

Adaptive neural Legendre orthogonal polynomial nonlinear channel equalization for chaos-based communications systems ^{*}

Zhao Hai-Quan^{1,2)} Zhang Jia-Shu¹⁾ Zeng Xiang-Ping³⁾

¹ *Key Laboratory of Signal and Information Processing of Sichuan Province , Southwest Jiaotong University , Chengdu 610031 , China)*

² *Department of Electronic Engineering , Chengdu University of Information Technology , Chengdu 610225 , China)*

³ *Center of Electronic Experiment , Chengdu University of Information Technology , Chengdu 610225 , China)*

(Received 19 June 2006 ; revised manuscript received 31 October 2006)

Abstract

The performance of chaos-based communications systems is greatly affected by many sorts of nonlinear distortions. If nonlinear distortions in the channel can be removed, the performance of chaos-based communications systems can be improved. According to analysis of Volterra filter, a novel structure of neural network Legendre orthogonal polynomial equalizer is proposed based on the theory of chaotic signal reconstruction. Combining the characteristic of single layer neural network and structure of Legendre orthogonal polynomial, the equalizer is designed and realized after the analysis of a few parameter nonlinear filters, and adaptive algorithm is deduced using the normalized least mean square algorithm. To support the analysis, simulation results for nonlinear chaos-based communication channel are provided.

Keywords : Legendre orthogonal polynomial , channel equalization , chaotic attractor , neural network

PACC : 0545

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60572027) and the Program for New Century Excellent Talents in University of Ministry of Education , China (Grant No. NCET-05-0794).