

傍轴光束在单轴左手介质中传输的矢量性质*

曹京晓^{1)†} 胡 巍^{1)†} 罗海陆²⁾ 杨湘波³⁾

1) 华南师范大学光子信息技术实验室 广州 510006)

2) 华南师范大学传输光学实验室 广州 510006)

3) 华南师范大学激光生命科学研究所 广州 510631)

(2006 年 6 月 28 日收到 2006 年 9 月 19 日收到修改稿)

研究了沿光轴入射的傍轴光束在单轴左手介质中传输的矢量性质.通过平面角谱的方法得到了横电(TE)波和横磁(TM)波在单轴左手介质中传输的严格解,并得到了傍轴近似下的矢量传输模型.利用这一模型,分析得到垂直于光轴方向不同偏振态的入射光束在单轴左手介质中同时激发横向场和低阶纵向场.如果单轴左手介质的介电常数张量在沿垂直于光轴方向上的两元素不相等,同时磁导率张量在沿垂直于光轴方向上的两元素也不相等(即 z 方向为光轴方向 $\epsilon_x \neq \epsilon_y$, $\mu_x \neq \mu_y$),那么入射光束激发的横向场的分布与入射光束的初始场分布和偏振态有关,而纵向场的分布与入射光束的偏振态无关,只决定于入射光束的初始场分布.

关键词:傍轴传输,单轴左手介质,矢量效应

PACC:4210Q,4225F,4225J

1. 引 言

1968 年,前苏联科学家 Veselago^[1]提出了负折射率介质的概念.由于负折射率介质具有负的介电常数和磁导率,电场方向、磁场方向和波矢方向三者构成左手螺旋关系,所以又被称为左手介质.左手介质有许多奇特的性质,如负折射现象、反 Doppler 效应、反 Vavilov-Cerenkov 效应等.左手介质在自然界里是不存在的,人工制造的具有负折射性质的介质具有周期性结构^[2-8].而分裂环型左手介质通常又是各向异性的^[2-5],光在其中的各向同性性质只能在特定的传输方向和偏振态时才能实现.

随着纳米技术和材料科学的飞速发展,左手介质的设计和制作更为简便,从而激发了人们对左手介质光学性质的浓厚兴趣^[9-20].Shen 等^[21]分析了无损耗单轴左手介质应满足的充分必要条件.Dumelow 等^[22]分析了双曲色散型单轴左手介质的成像性质.为了深入了解光在单轴左手介质中的特性,对光束在其中传输的矢量性质作进一步的研究就具有深刻的意义.

在对传统的单轴晶体的研究中,Ciattoni 等^[23]利

用平面角谱的方法得到了傍轴光束在单轴晶体中沿光轴传输的矢量模型,Luo 等^[24]则建立了垂直光轴入射的傍轴光束在单轴晶体中传输的矢量模型.在此基础上,本文研究了傍轴光束在单轴左手介质中沿光轴传输时的矢量性质.利用平面角谱的方法得到横电(TE)波和横磁(TM)波在单轴左手介质中传输的一般解,其中 TE 波和 TM 波的横向分量分别满足两个无耦合的抛物线方程,而 TM 波的纵向分量是 TE 波和 TM 波横向分量的一阶小量,可将其写成横向场的一阶微分形式.分析 TE 波的横向分量和 TM 波的横向分量及纵向分量可知:如果单轴左手介质的介电常数张量在沿垂直于光轴方向上的两元素不相等,同时磁导率张量在沿垂直于光轴方向上的两元素也不相等(即 z 方向为光轴方向 $\epsilon_x \neq \epsilon_y$, $\mu_x \neq \mu_y$),那么傍轴光束在单轴左手介质中传输时,横向场的分布除了与入射光场的初始场分布有关外,还与初始光场的偏振态有关.但由于纵向场是横向场的低阶小量,故纵向场的分布仅由入射光场的初始场分布决定,而与入射光场的偏振情况无关.作为应用,我们以含调制的高斯光束为例,分析了偏振方向即垂直于光轴又互相垂直的两束光(沿 x 轴方向偏振的光和沿 y 轴方向偏振的光)在单轴左手介质

* 国家自然科学基金(批准号:60278013,10474023)和广东省自然科学基金重点项目(批准号:04105804)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: huwei@scnu.edu.cn

中沿光轴传输时具有的不同传输性质.

2. 光束在单轴左手介质中传输的角谱表述

通常可以用平面角谱的方法处理光束传输问题.平面角谱的方法就是将光束看作是沿不同方向传输的平面波的叠加.而任一点的场强,为各个平面波传输到该点所经历相移后对各个平面波场强求和得到.在本文的问题中,光束沿单轴左手介质的光轴传输.不失一般性,设 z 轴为光轴方向.而对无损耗单轴左手介质^[21]而言,主坐标系 xyz 下相对介电常数张量 ϵ 和相对磁导率张量 μ 可分别表示为

$$\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$\mu = \begin{pmatrix} \mu_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu_y & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{pmatrix}.$$

同时,相对介电常数张量 ϵ 和相对磁导率张量 μ 各元素满足

$$\frac{\epsilon_x}{\mu_x} = \frac{\epsilon_y}{\mu_y} \neq \frac{\epsilon_z}{\mu_z} \cap \epsilon_x \epsilon_y > 0 \cap \epsilon_x \mu_y > 0, \quad (2)$$

并且 $\epsilon_x, \epsilon_y, \mu_x, \mu_y$ 都小于零.直接从麦克斯韦方程组出发,得到电场

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \exp(\mathbf{i} \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \mathbf{i} \omega t)$$

的复振幅包络 $\mathbf{E}(\mathbf{r}_\perp, z)$ 满足传输方程

$$\mathbf{k} \times (\mu^{-1} \mathbf{k} \times \mathbf{E}_0) + k_0^2 \epsilon \mathbf{E}_0 = 0. \quad (3)$$

这里

$$\mathbf{E}_0 = E_x \mathbf{e}_x + E_y \mathbf{e}_y + E_z \mathbf{e}_z,$$

$$\mathbf{r}_\perp = x \mathbf{e}_x + y \mathbf{e}_y,$$

其中 \mathbf{e}_x 和 \mathbf{e}_y 是坐标的单位矢量, $k_0 = \omega/c$ 为真空中的波数.

由于相对介电常数张量 ϵ 和相对磁导率张量 μ 代表单轴左手介质的各向异性,只有波矢 \mathbf{k} 和偏振态满足一定条件的波才可以在单轴左手介质中传输.由(3)式可以得到两组正向传输基本解

$$\tilde{\mathbf{E}}_{\text{TE}} = U_{\text{TE}} \begin{pmatrix} -\mu_y k_y \\ \mu_x k_x \\ 0 \end{pmatrix} \times \exp(\mathbf{i} \mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp + \mathbf{i} k_{\text{TE}z} z),$$

$$\tilde{\mathbf{E}}_{\text{TM}} = U_{\text{TM}} \begin{pmatrix} \mu_y k_x \\ \mu_x k_y \\ -k_\perp^2 k_{\text{TM}z} \\ k_0^2 \epsilon_z - \frac{k_x^2}{\mu_y} - \frac{k_y^2}{\mu_x} \end{pmatrix} \times \exp(\mathbf{i} \mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp + \mathbf{i} k_{\text{TM}z} z). \quad (4)$$

式中

$$\mathbf{k}_\perp = k_x \mathbf{e}_x + k_y \mathbf{e}_y,$$

为波矢 \mathbf{k} 的横向分量,而

$$k_{\text{TE}z} = -\sqrt{k_0^2 \epsilon_y \mu_x - \frac{\mu_x k_x^2}{\mu_z} - \frac{\mu_y k_y^2}{\mu_z}},$$

$$k_{\text{TM}z} = -\sqrt{k_0^2 \epsilon_y \mu_x - \frac{\epsilon_x k_x^2}{\epsilon_z} - \frac{\epsilon_y k_y^2}{\epsilon_z}}$$

分别是单轴左手介质中 TE 波和 TM 波的纵向波矢分量, U_{TE} 和 U_{TM} 是任意的振幅参量,由入射光束的初始条件决定.

实际上,电场三个矢量分量并不互相独立,只要知道电场横向分量 $\mathbf{E}_\perp = E_x \mathbf{e}_x + E_y \mathbf{e}_y$ 就可以^[25, 26]了.假定入射到单轴左手介质界面电场的横向分量为 $\mathbf{E}(\mathbf{r}_\perp, 0)$,其角谱分布可由二维傅里叶变换得到^[27],

$$\tilde{\mathbf{E}}_\perp(\mathbf{k}_\perp) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2 \mathbf{r}_\perp \times \exp(-\mathbf{i} \mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp) \mathbf{E}_\perp(\mathbf{r}_\perp, 0) \quad (5)$$

式中

$$\tilde{\mathbf{E}}_\perp = \tilde{E}_x(\mathbf{k}_\perp) \mathbf{e}_x + \tilde{E}_y(\mathbf{k}_\perp) \mathbf{e}_y.$$

由边值条件可以得出

$$U_{\text{TE}} = \frac{1}{k_\perp^2} \left[-\frac{k_y}{\mu_y} \tilde{E}_x(\mathbf{k}_\perp) + \frac{k_x}{\mu_x} \tilde{E}_y(\mathbf{k}_\perp) \right], \quad (6)$$

$$U_{\text{TM}} = \frac{1}{k_\perp^2} \left[\frac{k_x}{\mu_y} \tilde{E}_x(\mathbf{k}_\perp) + \frac{k_y}{\mu_x} \tilde{E}_y(\mathbf{k}_\perp) \right].$$

由角谱的方法可得到光场传输的通解形式

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_\perp, z) = \int d^2 \mathbf{r}_\perp \exp(\mathbf{i} \mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp) \times \left[U_{\text{TE}} \begin{pmatrix} -\mu_y k_y \\ \mu_x k_x \\ 0 \end{pmatrix} \exp(\mathbf{i} k_{\text{TE}z} z) + U_{\text{TM}} \begin{pmatrix} \mu_y k_x \\ \mu_x k_y \\ -k_\perp^2 k_{\text{TM}z} \\ k_0^2 \epsilon_z - \frac{k_x^2}{\mu_y} - \frac{k_y^2}{\mu_x} \end{pmatrix} \exp(\mathbf{i} k_{\text{TM}z} z) \right] = \mathbf{E}_{\text{TE}}(\mathbf{r}_\perp, z) + \mathbf{E}_{\text{TM}}(\mathbf{r}_\perp, z). \quad (7)$$

(7) 式给出光束在单轴左手介质中传输场的全矢量角谱表述. 由(5)–(7)式就可以得到初始光场横向分布为 $E_{\perp}(\mathbf{r}_{\perp}, 0)$ 的光束在单轴左手介质中($z > 0$) 的严格传输解. 将(6)式代入(7)式后得到

$$\begin{aligned} E_{\perp\text{TE}}(\mathbf{r}_{\perp}, z) &= \int d^2 k_{\perp} \exp[\mathbf{i} k_{\perp} \cdot \mathbf{r}_{\perp} \\ &\quad + \mathbf{i} k_{\text{TE}z} z] \mathbf{P}_{\text{TE}} \cdot \mathbf{E}_{\perp}(\mathbf{k}_{\perp}), \\ E_{\text{TE}z}(\mathbf{r}_{\perp}, z) &= 0, \\ E_{\perp\text{TM}}(\mathbf{r}_{\perp}, z) &= \int d^2 k_{\perp} \exp[\mathbf{i} k_{\perp} \cdot \mathbf{r}_{\perp} \\ &\quad + \mathbf{i} k_{\text{TM}z} z] \mathbf{P}_{\text{TM}} \cdot \mathbf{E}_{\perp}(\mathbf{k}_{\perp}), \quad (8) \\ E_{\text{TM}z}(\mathbf{r}_{\perp}, z) &= - \frac{k_{\text{TM}z}}{k_0^2 \epsilon_z - \frac{k_x^2}{\mu_y} - \frac{k_y^2}{\mu_x}} \int d^2 k_{\perp} \\ &\quad \times \exp[\mathbf{i} k_{\perp} \cdot \mathbf{r}_{\perp} + \mathbf{i} k_{\text{TM}z} z] \\ &\quad \times \left[\frac{k_x}{\mu_y} \tilde{E}_x(\mathbf{k}_{\perp}) + \frac{k_y}{\mu_x} \tilde{E}_y(\mathbf{k}_{\perp}) \right], \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\text{TE}} &= \frac{1}{k_{\perp}^2} \begin{bmatrix} k_y^2 & -\frac{\mu_y}{\mu_x} k_x k_y \\ -\frac{\mu_x}{\mu_y} k_x k_y & k_x^2 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{P}_{\text{TM}} &= \frac{1}{k_{\perp}^2} \begin{bmatrix} k_x^2 & \frac{\mu_y}{\mu_x} k_x k_y \\ \frac{\mu_x}{\mu_y} k_x k_y & k_y^2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (9)$$

张量 $\mathbf{P}_{\text{TE}}, \mathbf{P}_{\text{TM}}$ 满足以下关系:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\text{TE}}^2 &= \mathbf{P}_{\text{TE}}, \\ \mathbf{P}_{\text{TM}}^2 &= \mathbf{P}_{\text{TM}}, \\ \mathbf{P}_{\text{TE}} + \mathbf{P}_{\text{TM}} &= \mathbf{1}, \\ \mathbf{P}_{\text{TE}} \cdot \mathbf{P}_{\text{TM}} &= \mathbf{0}. \end{aligned}$$

这使得 $\mathbf{P}_{\text{TE}}, \mathbf{P}_{\text{TM}}$ 为一对正交完备的投影算符, 保证任何偏振态的横向光场 E_{\perp} 都可以由 TE 波和 TM 波分量叠加得到.

3. 傍轴光束传输的矢量理论

在傍轴条件下, 光束中各角谱成分满足 $|\mathbf{k}_{\perp}| \ll k_0$, 所以将(8)式中指数部分的根号进行泰勒展开, 仅保留 $|\mathbf{k}_{\perp}|/k_0$ 二阶小量^[28]. 因为非傍轴效应对光束强度的影响在 $(|\mathbf{k}_{\perp}|/k_0)^2$ 的量级, 在傍轴近似条件下, 也忽略强度项中的三阶小量, 可以得到

$$E_{\perp\text{TE}}(\mathbf{r}_{\perp}, z)$$

$$\begin{aligned} &= \exp(-\mathbf{i} k_0 \sqrt{\epsilon_y \mu_x z}) \int d^2 k_{\perp} \\ &\quad \times \exp\left[\mathbf{i} k_{\perp} \cdot \mathbf{r}_{\perp} + \frac{\mathbf{i} (\mu_x k_x^2 + \mu_y k_y^2) z}{2k_0 \sqrt{\epsilon_y \mu_x \mu_z}}\right] \mathbf{P}_{\text{TE}} \cdot \tilde{\mathbf{E}}_{\perp}(\mathbf{k}_{\perp}) \\ &\equiv \exp(-\mathbf{i} k_0 \sqrt{\epsilon_y \mu_x z}) \mathbf{A}_{\perp\text{TE}}(\mathbf{r}_{\perp}, z), \\ E_{\text{TE}z}(\mathbf{r}_{\perp}, z) &= 0, \\ E_{\perp\text{TM}}(\mathbf{r}_{\perp}, z) &= \exp(-\mathbf{i} k_0 \sqrt{\epsilon_y \mu_x z}) \int d^2 k_{\perp} \\ &\quad \times \exp\left[\mathbf{i} k_{\perp} \cdot \mathbf{r}_{\perp} + \frac{\mathbf{i} (\epsilon_x k_x^2 + \epsilon_y k_y^2) z}{2k_0 \sqrt{\epsilon_y \mu_x \epsilon_z}}\right] \mathbf{P}_{\text{TM}} \cdot \tilde{\mathbf{E}}_{\perp}(\mathbf{k}_{\perp}) \\ &\equiv \exp(-\mathbf{i} k_0 \sqrt{\epsilon_y \mu_x z}) \mathbf{A}_{\perp\text{TM}}(\mathbf{r}_{\perp}, z), \\ E_{\text{TM}z}(\mathbf{r}_{\perp}, z) &= \exp(-\mathbf{i} k_0 \sqrt{\epsilon_y \mu_x z}) \left[\frac{\sqrt{\epsilon_y \mu_x}}{k_0 \epsilon_z} \right] \int d^2 k_{\perp} \\ &\quad \times \exp\left[\mathbf{i} k_{\perp} \cdot \mathbf{r}_{\perp} + \frac{\mathbf{i} (\epsilon_x k_x^2 + \epsilon_y k_y^2) z}{2k_0 \sqrt{\epsilon_y \mu_x \epsilon_z}}\right] \\ &\quad \times \left[\frac{k_x}{\mu_y} \tilde{E}_x(\mathbf{k}_{\perp}) + \frac{k_y}{\mu_x} \tilde{E}_y(\mathbf{k}_{\perp}) \right] \\ &\equiv \exp(-\mathbf{i} k_0 \sqrt{\epsilon_y \mu_x z}) \mathbf{A}_{\text{TM}z}(\mathbf{r}_{\perp}, z). \end{aligned} \quad (10)$$

式中 \mathbf{A} 为慢变振幅. 注意到傍轴光束在单轴左手介质中传输的两个特点: 第一, 由于 $|\mathbf{k}_{\perp}|/k_0 \ll 1$, 所以 TM 波的纵向分量远小于其横向分量, 这与傍轴光束在传统的单轴晶体中的传输是类似的. 第二, TE 波和 TM 波的快变部分均为 $\exp(-\mathbf{i} k_0 \sqrt{\epsilon_y \mu_x z})$, 这与单轴晶体中 o 光和 e 光的波矢面相切于 $\mathbf{k} = k_0 n_o \mathbf{e}_z$ 是不同的. 因为此时 TE 波和 TM 波的波矢面相切于 $\mathbf{k} = -k_0 \sqrt{\epsilon_y \mu_x} \mathbf{e}_z$. 同时可以看出, 傍轴光束在单轴左手介质中的传输方向与在传统单轴晶体中的传输方向是相反的.

由(10)式可以看出: 无论入射光是沿 x 轴方向偏振 ($E_y(\mathbf{k}_{\perp}) = 0$) 还是沿 y 轴方向偏振 ($E_x(\mathbf{k}_{\perp}) = 0$), 介质中都存在 TE 波的横向分量和 TM 波的横向分量, 同时激发出 TM 波的纵向分量. 分析单轴左手介质的充要条件(2)式, 我们可以将单轴左手介质分为两类. (1) $\epsilon_x = \epsilon_y, \mu_x = \mu_y$. 此时单轴左手介质的色散关系曲面(椭球面或双曲面)在 xy 平面上的投影是圆, 而传统单轴晶体的色散关系曲面(椭球面)在 xy 平面上的投影也是圆. 故傍轴光束在此类单轴左手介质中传输的矢量性质与它在传统的单轴晶体中传输的矢量性质^[23]是类似的, 即在单轴左手介质中

横向场分布与入射光的偏振态无关,只决定于入射光场的初始分布。(2) $\epsilon_x \neq \epsilon_y, \mu_x \neq \mu_y$. 这时由于单轴左手介质色散曲面(椭球面或双曲面)在 xy 平面上的投影是椭圆,所以光在此类单轴左手介质中传输的矢量性质与它在传统的单轴晶体中传输的矢量性质是不同的,主要表现是光在此类单轴左手介质中的横向场分布除了与初始场分布有关外,还受到入射光场偏振态的影响. 下面我们将会针对傍轴光束在第二类左手介质中传输的矢量性质进行讨论.

由(10)式还可以知道慢变振幅 $A_{\perp TE}(\mathbf{r}_{\perp}, z)$ 和 $A_{\perp TM}(\mathbf{r}_{\perp}, z)$ 分别满足下列方程:

$$\begin{aligned} & \left[i \frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{2k_0 \sqrt{\epsilon_y \mu_x \mu_z}} \right. \\ & \left. \times \left(\mu_x \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \mu_y \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \right] A_{\perp TE} = 0, \\ & \left[i \frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{2k_0 \sqrt{\epsilon_y \mu_x \epsilon_z}} \right. \\ & \left. \times \left(\epsilon_x \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \epsilon_y \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \right] A_{\perp TM} = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

这里 TE 波和 TM 波分别满足各自的抛物线型传输方程,彼此独立传输. 由(10)式还可以求出 TM 波纵向场满足

$$\begin{aligned} A_{TMz}(\mathbf{r}_{\perp}, z) = & -i \frac{\sqrt{\epsilon_y \mu_x}}{k_0 \epsilon_z} \left(\frac{1}{\mu_y} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{\mu_x} \frac{\partial}{\partial y} \right) \\ & \times \left[A_{\perp TE}(\mathbf{r}_{\perp}, C \frac{\mu_z}{\epsilon_z} z) \right. \\ & \left. + A_{\perp TM}(\mathbf{r}_{\perp}, z) \right], \end{aligned} \quad (12)$$

式中 $C = \epsilon_x / \mu_x = \epsilon_y / \mu_y$.

(11)(12)式为我们提供了研究傍轴光束在单轴左手介质中沿光轴传输的矢量模型. 利用这一矢量模型,就可以方便地解决光束在单轴左手介质中的矢量传输问题.

4. 类高斯光束在单轴左手介质中的传输

在以上所得到的矢量模型基础上,以类高斯光束^[23]为例研究光束在第二类单轴左手介质中的传输性质. 首先研究边界条件满足

$$\mathbf{E}_{\perp}(\mathbf{r}_{\perp}, 0) = E_0 \left(\frac{r_{\perp}^2}{s^2} - 2 \right) \exp \left(- \frac{r_{\perp}^2}{2s^2} \right) \mathbf{e}_x \quad (13)$$

的类高斯光束在单轴左手介质中的传输现象.(13)

式中 E_0 和 s 分别是与光强和束宽有关的任意常数. 这一类高斯光束电场初始时沿 x 轴方向偏振,初始波形为函数 $(r_{\perp}^2 / s^2 - 2)$ 调制下的高斯型. 实际上对 $\mathbf{E}_{\perp}(\mathbf{r}_{\perp}, 0)$ 进行傅里叶变换得到

$$\tilde{\mathbf{E}}_{\perp}(\mathbf{k}_{\perp}) = -E_0 \frac{s^4}{2\pi} k_{\perp}^2 \exp \left(- \frac{s^2 k_{\perp}^2}{2} \right) \mathbf{e}_x. \quad (14)$$

将(14)式代入(10)式,经过计算得到沿 x 轴方向偏振的光在单轴左手介质中传输时的场分布为

$$\begin{aligned} A_{\text{TEX}} &= \frac{E_0 [q_{e2} + 2Y^2 i]}{q_{e1}^{1/2} q_{e2}^{5/2}} \\ & \times \exp \left[i \left(\frac{X^2}{q_{e1}} + \frac{Y^2}{q_{e2}} \right) \right], \\ A_{\text{TEY}} &= -i E_0 \gamma \frac{2XY}{q_{e1}^{3/2} q_{e2}^{3/2}} \\ & \times \exp \left[i \left(\frac{X^2}{q_{e1}} + \frac{Y^2}{q_{e2}} \right) \right], \\ A_{\text{TMX}} &= \frac{E_0 [q_{m1} + 2X^2 i]}{q_{m1}^{5/2} q_{m2}^{1/2}} \\ & \times \exp \left[i \left(\frac{X^2}{q_{m1}} + \frac{Y^2}{q_{m2}} \right) \right], \\ A_{\text{TMY}} &= i E_0 \gamma \frac{2XY}{q_{m1}^{3/2} q_{m2}^{3/2}} \\ & \times \exp \left[i \left(\frac{X^2}{q_{m1}} + \frac{Y^2}{q_{m2}} \right) \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

根据同样的方法,上述类高斯光束电场初始时沿 y 轴方向偏振,则经过计算可以得到沿 y 轴方向偏振的光在单轴左手介质中传输时的场分布为

$$\begin{aligned} A_{\text{TEY}} &= -i E_0 \frac{1}{\gamma} \frac{2XY}{q_{e1}^{3/2} q_{e2}^{3/2}} \\ & \times \exp \left[i \left(\frac{X^2}{q_{e1}} + \frac{Y^2}{q_{e2}} \right) \right], \\ A_{\text{TEX}} &= \frac{E_0 [q_{e1} + 2X^2 i]}{q_{e1}^{5/2} q_{e2}^{1/2}} \\ & \times \exp \left[i \left(\frac{X^2}{q_{e1}} + \frac{Y^2}{q_{e2}} \right) \right], \\ A_{\text{TMX}} &= i E_0 \frac{1}{\gamma} \frac{2XY}{q_{m1}^{3/2} q_{m2}^{3/2}} \\ & \times \exp \left[i \left(\frac{X^2}{q_{m1}} + \frac{Y^2}{q_{m2}} \right) \right], \\ A_{\text{TMY}} &= \frac{E_0 [q_{m2} + 2Y^2 i]}{q_{m1}^{1/2} q_{m2}^{5/2}} \\ & \times \exp \left[i \left(\frac{X^2}{q_{m1}} + \frac{Y^2}{q_{m2}} \right) \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

这里 $\gamma = \mu_x / \mu_y$. 同时为处理问题的方便,引入归一化坐标

$$\begin{aligned} X &= x/w_0, \\ Y &= y/w_0, \\ Z &= z/z_R. \end{aligned}$$

相应的瑞利距离

$$\begin{aligned} z_R &= -k_0 \sqrt{\epsilon_y \mu_z} w_0^2 / 2 \\ &= -k_0 \sqrt{\epsilon_y \mu_x} s^2, \end{aligned}$$

其中 w_0 是束腰处的光束宽度, s^2 是 w_0^2 的 $1/2$. 这里我们可以看出类高斯傍轴光束在单轴左手介质中传输时瑞利距离是小于零的. 同时

$$q_{e1} = \frac{\mu_x}{\mu_z} Z - i,$$

$$q_{e2} = \frac{\mu_y}{\mu_z} Z - i,$$

$$q_{m1} = \frac{\epsilon_x}{\epsilon_z} Z - i,$$

$$q_{m2} = \frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} Z - i,$$

分别为归一化后 x, y 方向上 TE 波和 TM 波的 q 参量. 联合 (11) (14) 和 (15) 式, 经分析可知无论入射光是沿 x 轴方向偏振还是沿 y 轴方向偏振, 它所激发的 TM 波纵向场是相同的, 计算后得到 TM 波纵向场分布为

$$\begin{aligned} A_{TMZ} &= -i \frac{E_0 \sqrt{\epsilon_y \mu_x}}{k_0 w_0 \epsilon_z q_{m1} q_{m2}} \\ &\times \left[\frac{X}{\mu_y} \left(\frac{q_{m1} + 4i + 2X^2 i}{q_{m1}^2} \right) \right. \\ &+ \frac{q_{m2} + 4Y^2 i}{q_{m2}^2} \\ &+ \frac{Y}{\mu_x} \left(\frac{q_{m2} + 4i + 2Y^2 i}{q_{m2}^2} \right) \\ &+ \left. \frac{q_{m1} + 2X^2 i}{q_{m1}^2} \right] \\ &\times \exp \left[i \frac{X^2}{q_{m1}} + \frac{Y^2}{q_{m2}} \right]. \quad (17) \end{aligned}$$

(15)–(17) 式给出类高斯光束在单轴左手介质中傍轴传输的矢量描述. 分析 (12) 式可知, 对于横向场, 纵向场是可以忽略不计的. 而将 (15) (16) 式分别除以 (17) 式, 得到横向场与纵向场之比在 $k_0 w_0$ 的量级, 亦即 $k_0 s$ 的量级. 对于傍轴光束, $k_0 s \gg 1$, 这时仍可以忽略纵向场.

由 (15) (16) 式可以知道, 沿 x 轴方向偏振的光向单轴左手介质入射时所激发的 TE 波和 TM 波的横向场 A_{TEY}, A_{TMX} 及沿 y 轴方向偏振的光向单轴左

手介质入射时所激发的 TE 波和 TM 波的横向场 A_{TEX}, A_{TMY} 可以看成一阶厄米-高斯光束形式, 它们的快变因子均为 $\exp(-ik_0 \sqrt{\epsilon_y \mu_x} z)$. 取归一化后 x, y 方向上 TE 波和 TM 波的 q 参量分别为

$$q_{e1} = \pm 0.2Z - i,$$

$$q_{e2} = \pm 0.1Z - i,$$

$$q_{m1} = \pm 0.8Z - i,$$

$$q_{m2} = \pm 0.4Z - i.$$

图 1—图 4 给出了傍轴光束在单轴左手介质中传输时的横向场分布. 其中图 1 为沿 x 轴方向偏振的光入射时 $z = -z_R$ ($Z = -1$) 处归一化的横向场分布, 归一化的 TE 波和 TM 波的 q 参量中 Z 的系数为同号; 图 2 为沿 y 轴方向偏振的光入射时 $z = -z_R$ ($Z = -1$) 处归一化的横向场分布, 归一化的 TE 波和 TM 波的 q 参量中 Z 的系数也为同号; 图 3 为沿 x 轴方向偏振的光入射时 $z = -z_R$ ($Z = -1$) 处归一化的横向场分布, 此时归一化的 TE 波和 TM 波的 q 参量中 Z 的系数异号; 图 4 为沿 y 轴方向偏振的光入射时 $z = -z_R$ ($Z = -1$) 处归一化的横向场分布, 归一化的 TE 波和 TM 波的 q 参量中 Z 的系数为异号.

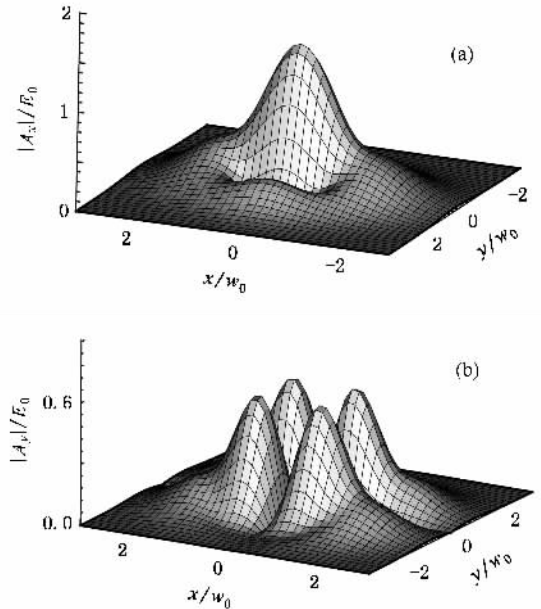


图 1 沿 x 轴方向偏振的光在 $z = -z_R$ 处的分布, 归一化后 TE 波和 TM 波的 q 参量中 Z 的系数为同号 (a) $|A_x|/E_0$, (b) $|A_y|/E_0$

比较图 1—图 4 可知, 由于单轴左手介质介电常数张量和磁导率张量各元素满足 (2) 式, 导致不同

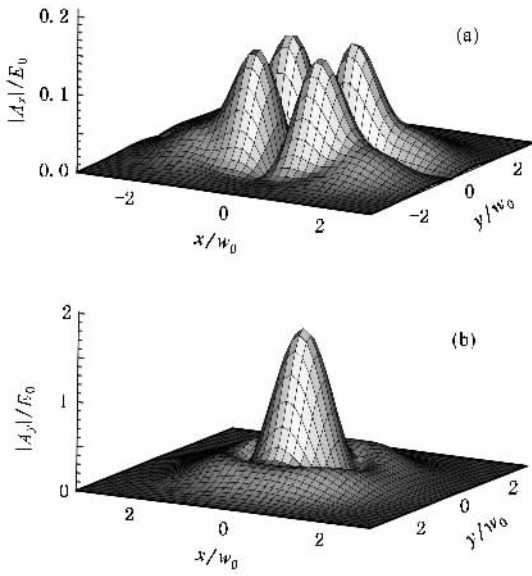


图 2 沿 y 轴方向偏振的光在 $z = -z_R$ 处的分布, 归一化后 TE 波和 TM 波的 q 参量中 Z 的系数为同号 (a) $|A_x|/E_0$, (b) $|A_y|/E_0$

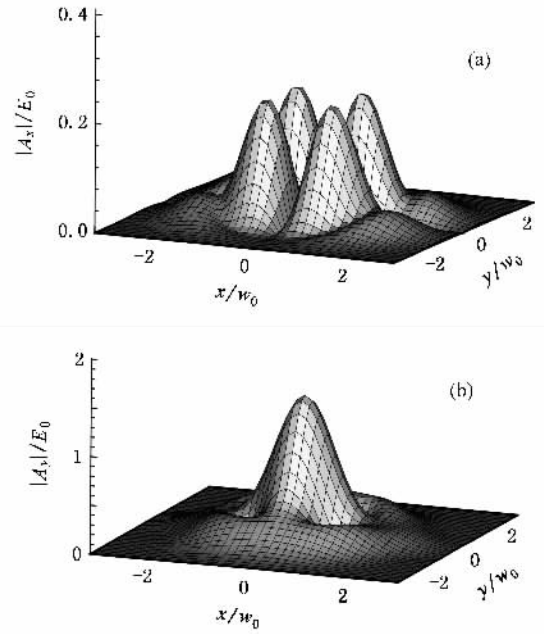


图 4 沿 y 轴方向偏振的光在 $z = -z_R$ 处的分布, 归一化后 TE 波和 TM 波的 q 参量中 Z 的系数为异号 (a) $|A_x|/E_0$, (b) $|A_y|/E_0$

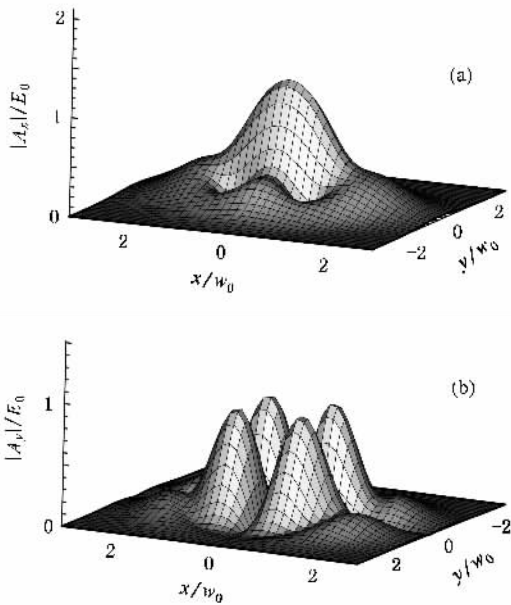


图 3 沿 x 轴方向偏振的光在 $z = -z_R$ 处的分布, 归一化后 TE 波和 TM 波的 q 参量中 Z 的系数为异号 (a) $|A_y|/E_0$, (b) $|A_x|/E_0$

偏振态的傍轴光束在其中沿光轴传输时的发散程度有不同的特点. 当 $\gamma > 1$ 时, 沿 x 轴方向偏振的光在单轴左手介质中发散较快. 当 $\gamma < 1$ 时, 沿 y 轴方向偏振的光在单轴左手介质中发散较快. 这与传统单轴晶体中光束的传播是不同的. 因为此时 $\epsilon_x \neq \epsilon_y, \mu_x$

$\neq \mu_y$, 色散关系曲面在 xy 平面上的投影是椭圆, 导致不同偏振态的光束在传输过程中光强在垂直于光轴方向上的分布会发生变化. 而当 $\gamma = 1$ 时, $\epsilon_x = \epsilon_y, \mu_x = \mu_y$, 使得不同偏振态的光束在传输过程中光强在垂直于光轴方向上的分布不发生变化, 从而光束在此类单轴左手介质中的发散程度与入射光的偏振态是无关的. 这与传统的单轴晶体的性质类似. 因为在此类单轴左手介质中 $\gamma = 1$, 即 $\epsilon_x = \epsilon_y, \mu_x = \mu_y$, 色散关系曲面在 xy 平面上的投影是圆. 同时对同一偏振态的傍轴光束(沿 x 轴方向偏振的光或沿 y 轴方向偏振的光), TE 波和 TM 波的 q 参量中 Z 的系数为异号时, 亦即 ϵ_z, μ_z 异号时, 它在单轴左手介质中发散较快.

5. 结 论

本文研究了沿光轴入射的傍轴光束在单轴左手介质中传输的矢量性质. 通过角谱的方法得到了 TE 波和 TM 波在单轴左手介质中传输的一般严格解, 并得到了傍轴传输条件下的近似解. TE 波和 TM 波的横向分量分别满足两个无耦合的抛物线方程. 由于单轴左手介质独特的各向异性特点(z 方向为光轴方向, 同时在满足条件 $\epsilon_x \neq \epsilon_y, \mu_x \neq \mu_y$ 下), 使得

不同偏振态的光入射时,它所诱发的横向场的分布发生变化,而纵向场的分布与入射光的偏振态无关.作为应用,我们以类高斯光束为例,分析了沿 x 轴

方向偏振的光和沿 y 轴方向偏振的光在不同类型单轴左手介质中传输的矢量性质.

- [1] Veselago V G 1968 *Sov. Phys. Usp.* **10** 509
- [2] Smith D R, Padilla W J, Vier D C *et al* 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 4184
- [3] Shelby R A, Smith D R, Schultz S 2001 *Science* **292** 77
- [4] Parazzoli C G, Greegor R B, Li K *et al* 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 107401
- [5] Houck A A, Brock J B, Chuang I L 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 137401
- [6] Caloz C, Itoh T 2003 *IEEE Microwave Wireless Compon. Lett.* **13** 547
- [7] Eleftheriades G V, Iyer A K, Kremer P C 2002 *IEEE Trans. Microwave Theor. Techn.* **50** 2701
- [8] Feng Y J, Teng X H, Chen Y *et al* 2005 *Phys. Rev. B* **72** 245107
- [9] Lindel I V, Tretyakov S A, Nikoskinen K I *et al* 2001 *Opt. Technol. Lett.* **31** 129
- [10] Hu L B, Chui S T 2002 *Phys. Rev. B* **66** 085108
- [11] Luo H L, Hu W, Yi X N *et al* 2005 *Acta Opt. Sin.* **25** 1249 (in Chinese) [罗海陆、胡 巍、易煦农等 2005 光学学报 **25** 1249]
- [12] Luo H L, Hu W, Yi X N *et al* 2005 *Opt. Commun.* **254** 353
- [13] Hu W, Luo H L, Cao J X 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 2069
- [14] Luo H L, Hu W, Shu W X *et al* 2006 *Europhys. Lett.* **74** 1081
- [15] Luo H L, Hu W, Ren Z Z *et al* 2006 *Opt. Commun.* **266** 327
- [16] Luo H L, Shu W X, Li F *et al* 2006 *Opt. Commun.* **267** 271
- [17] Depine R A, Inchaussandague M E 2006 *J. Opt. Soc. Am. A* **23** 949
- [18] Zhuang F, Shen J Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 955 (in Chinese) [庄 飞、沈建其 2005 物理学报 **54** 955]
- [19] Zhang D K, Zhang Y W, He L *et al* 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 768 (in Chinese) [张东科、张冶文、赫 丽等 2005 物理学报 **54** 768]
- [20] Shi H Y, Jiang Y Y, Sun X D *et al* 2005 *Chin. Phys.* **14** 1571
- [21] Shen N H, Wang Q, Chen J *et al* 2005 *Phys. Rev. B* **72** 153104
- [22] Dumelow T, Costa J A P D, Freire V N 2005 *Phys. Rev. B* **72** 235115
- [23] Ciattoni A, Crosignani B, Porto P D 2001 *J. Opt. Soc. Am. A* **18** 1656
- [24] Luo H L, Hu W, Yi X N *et al* 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2947 (in Chinese) [罗海陆、胡 巍、易煦农等 2004 物理学报 **53** 2947]
- [25] Ciattoni A, Crosignani B, Porto P D 2000 *Opt. Commun.* **177** 9
- [26] Ciattoni A, Porto P D, Crosignani B *et al* 2000 *J. Opt. Soc. Am. B* **17** 809
- [27] Bracewell R N 2000 *The Fourier Transform and Its Applications* (3rd ed) (New York : McGraw-Hill)
- [28] Lax M, Louisell W H, McKnight W B 1975 *Phys. Rev. A* **11** 1365

The vectorial properties of paraxial beams propagating in uniaxial left-handed materials^{*}

Cao Jing-Xiao^{1,2)†} Hu Wei^{1,2)†} Luo Hai-Lu²⁾ Yang Xiang-Bo³⁾

¹ *✉ Laboratory of Photonic Information Technology, South China Normal University, Guangzhou 510006, China*

² *✉ Laboratory of Light Transmission Optics, South China Normal University, Guangzhou 510006, China*

³ *✉ Institute of Laser Life Science, South China Normal University, Guangzhou 510631, China*

(Received 28 June 2006 ; revised manuscript received 19 September 2006)

Abstract

The vectorial properties of paraxial beams propagating along the optical axis of uniaxial left-handed materials are studied. On the basis of a suitable plane-wave angular spectrum representation of the electromagnetic field, we obtain the analytical expressions of the optical field. The longitudinal component is expressible in terms of the first correction of the transverse field. Moreover, the transverse field varies when either of the polarization and the distributing of the initial electromagnetic field is changed. But the longitudinal component is only dependent on the initial distributing of the field.

Keywords : paraxial propagation, uniaxial left-handed material, vectorial effect

PACC : 4210Q, 4225F, 4225J

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60278013, 10474023) and the Key Program of the Natural Science Foundation of Guangdong Province, China (Grant No. 04105804).

[†] Corresponding author. E-mail : huwei@sclu.edu.cn