

改进的全矢量有效折射率方法分析 光子晶体光纤的色散特性*

赵兴涛† 侯蓝田 刘兆伦 王 伟 魏红彦 马景瑞

(燕山大学信息科学与工程学院, 红外光纤与传感研究所, 秦皇岛 066004)

(2006 年 6 月 27 日收到, 2006 年 9 月 3 日收到修改稿)

得到了全矢量有效折射率方法中归一化等效纤芯半径(p/Λ)随归一化空气孔直径(d/Λ)和归一化频率(Λ/λ)的变化关系,修正了 p/Λ 为固定值的不合理取法,得到了改进的全矢量有效折射率方法(IFVEIM).用 IFVEIM 计算的基模有效折射率和总色散等模式特性与多极法的结果和试验值相比较都具有很好的一致性,将基模有效折射率的误差减小了 2—3 个数量级.用 IFVEIM 详细地分析了光子晶体光纤的色散特性,得到了色散值、波长、孔间距、 d/Λ 之间的相互变化关系.

关键词:光子晶体光纤,有效折射率方法,等效纤芯半径,色散

PACC:4280M,4281D,8120J

1. 引 言

光子晶体光纤(PCF)由沿轴向规则地排列着空气孔的石英阵列包层和一个破坏了包层结构周期性的缺陷纤芯组成^[1,2].由于结构设计的特殊性和高度可调性,使其具有了许多比传统光纤更为优越的特性,如奇异的色散特性、无休止的单模特性以及极大的模场面积单模、高非线性、高双折射、大的数值孔径等^[3-7].由于它的这些特性,人们研究出了基于 PCF 的各种光学装置,如零色散光纤、基于 PCF 的模耦合装置等,在通信、传感、激光器等领域都具有广阔应用前景^[8,9].

2. 基本理论

有效折射率方法(EIM)^[10,11]具有简单、高速的特点,但与其他方法相比其计算误差较大,而且在大的空气填充率情况下,随着光纤纤芯与包层有效折射率差的增大,弱导近似条件不再成立,这种方法就会出现更大的误差.全矢量有效折射率方法(FVEIM)^[12-14]具有与 EIM 几乎同样简单、高速的特点,而在很大空气填充率的范围内都能适用,并且准确性较 EIM 好,但与其他方法相比较,准确性还有

待提高.FVEIM 的核心问题是等效纤芯半径的选择不尽相同,文献[12—14]中都将等效纤芯半径与孔间距的比值取为常数,而与孔径的大小无关,当孔径变化较大时,这样取法显然是不合理的,而且波长变化对等效芯半径也有很大影响.等效芯半径不合理的取法是 FVEIM 在应用上受到很大局限的根本原因.

2.1. 多极方法(MPM)^[15]

模场可以展开成柱函数(Bessel 函数)的形式,在第 l 个空气孔的内部,其纵向电场可以在极坐标系下展开为

$$E_z = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m^{(l)} J_m(k_{\perp}^i r_l) \exp(im\phi_l) \exp(i\beta z) \quad (1)$$

在第 l 个空气孔近邻的介质中,其纵向电场可以表示为

$$E_z = \sum_{m=-\infty}^{\infty} [b_m^{(l)} J_m(k_{\perp}^e r_l) + c_m^{(l)} H_m^{(1)}(k_{\perp}^e r_l)] \times \exp(im\phi_l) \exp(i\beta z) \quad (2)$$

这里

$$k_{\perp}^i = (k_0^2 n_i^2 - \beta^2)^{1/2},$$

$$k_{\perp}^e = (k_0^2 n_e^2 - \beta^2)^{1/2},$$

其中空气的折射率 $n_i = 1$, n_e 是石英折射率, $k_0 = 2\pi/\lambda$ 是自由空间的波数.磁场分量的表达式与此

* 国家重点基础研究发展规划(批准号 2003CB314905)和国家高技术研究发展计划(批准号 2003AA311010)资助的课题.

† E-mail: zxt-81@sohu.com

类似.

在空气孔的边界面上,利用电磁场的边界条件可以得到关于 $a_m^{(l)}$, $b_m^{(l)}$ 和 $c_m^{(l)}$ 的表达式,进一步通过 $\beta = n_{\text{eff}} k_0$ 求得 PCF 的基模有效折射率 n_{eff} . 本文在用 MPM 模拟过程中,采用了 PCF 包层具有 60 个空气孔的四层六角形结构,这样得到的 n_{eff} 最大误差小于 10^{-7} .

2.2. FVEIM

与传统阶跃折射率光纤(SIF)类比,可利用矢量法求解 PCF^[12-14]. 根据电磁场纵向分量 E_z 和 H_z 满足的波动方程

$$[\nabla_t^2 + (k^2 n^2 - \beta^2)] \begin{pmatrix} E_z \\ H_z \end{pmatrix} = 0, \quad (3)$$

可以得到光纤芯和包层的 E_z 和 H_z . 根据麦克斯韦方程组,由 E_z 和 H_z 可以获得电磁场的横向分量,应用连续边界条件得到如下特征方程:

$$m^2 \left[\frac{1}{U^2} + \frac{1}{W^2} \right] \left[\frac{n_{\text{co}}^2}{U^2} + \frac{n_{\text{cl}}^2}{W^2} \right] = \left[\frac{1}{U} \frac{J_m'(U)}{J_m(U)} + \frac{1}{W} \frac{K_m'(W)}{K_m(W)} \right] \left[\frac{n_{\text{co}}^2}{U} \frac{J_m'(U)}{J_m(U)} + \frac{n_{\text{cl}}^2}{W} \frac{K_m'(W)}{K_m(W)} \right]. \quad (4)$$

当取 $m = 1$ 时,得到光纤中传播的基模 HE_{11} 所遵从的特征方程

$$\frac{J_0(U)}{J_1(U)} = \frac{1}{U} + \frac{U}{2} \left(1 + \frac{n_{\text{cl}}^2}{n_{\text{co}}^2} \right) \left[\frac{1}{W^2} + \frac{K_0(W)}{WK_1(W)} \right] - \frac{U}{2} \sqrt{\left(1 - \frac{n_{\text{cl}}^2}{n_{\text{co}}^2} \right)^2 \left[\frac{1}{W^2} + \frac{K_0(W)}{WK_1(W)} \right]^2 + 4F(U, W)}, \quad (5)$$

式中函数

$$F(U, W) = \left[\frac{1}{U^2} + \frac{1}{W^2} \right] \left[\frac{1}{U^2} + \frac{n_{\text{cl}}^2}{n_{\text{co}}^2} \frac{1}{W^2} \right],$$

而 U, W 满足如下关系式:

$$U^2 = k_0^2 (n_{\text{co}}^2 - n_{\text{eff}}^2) p^2, \quad (6)$$

$$W^2 = k_0^2 (n_{\text{eff}}^2 - n_{\text{cl}}^2) p^2. \quad (7)$$

这里 k_0 是自由空间的波数; p 是 PCF 的等效纤芯半径; n_{cl} 是 PCF 包层基本空间填充模(FSM)的有效折射率,它的计算可以参见文献[13]; n_{eff} 是光纤的基模有效折射率;纤芯石英材料的折射率 n_{co} 可由 Sellmeier 公式计算,这样在数值模拟过程中就系统

地考虑了材料色散.

在 FVEIM 中, p/Λ 采用了固定值 0.625,由(5)~(7)式联立求数值解,得到 PCF 的基模有效折射率 n_{eff} .

2.3. 改进的 FVEIM(IFVEIM)

为了分析 p/Λ 随 d/Λ 和 Λ/λ 的变化关系,由上面的 MPM 计算出 n_{eff} . 对于给定的 d/Λ (5)~(7)式联立求数值解,得到 PCF 等效纤芯半径随 λ 的变化 $p(\lambda)$. 由于方程(4)是包含 Bessel 函数的超越方程,一般只能得到 $p(\lambda)$ 随波长(或频率)变化的数值解,利用最小二乘多项式曲线拟合,通过调节拟合多项式项数和采样点数可以得到很好的拟合结果 $p(\lambda)$ (归一化后如图 1 所示).

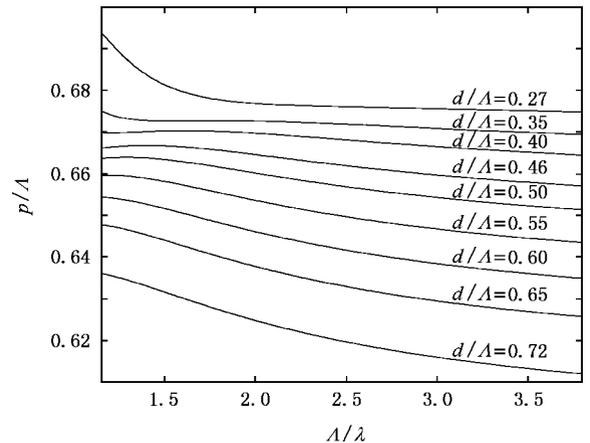


图 1 $d/\Lambda = 0.27, 0.35, 0.40, 0.46, 0.50, 0.55, 0.60, 0.65, 0.72$ 时, p/Λ 随 Λ/λ 的变化关系 $\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$

从图 1 可以看出,当 d/Λ 较小时, p/Λ 并不在 0.625 附近且随 d/Λ 和 Λ/λ 变化,而在 FVEIM 中, p/Λ 采取了固定值 0.625,导致了其计算值的误差. 对于不同的 d/Λ , p/Λ 的变化很大且随 d/Λ 的减小而增大. 这是由于当 d/Λ 减小时, PCF 中心纤芯区域石英的面积增大,所以 p/Λ 也随之增大. 对于同一个 d/Λ 值, p/Λ 的值随 Λ/λ 的增加而减小,即随波长增大而增大. 这是由于波长越大, PCF 对光的束缚能力越弱,从而纤芯模场增大,即 p/Λ 增大. 这也说明波长较长的光波在光纤中传播时其模场更趋于包层中,与用平面波展开法计算得到的光场图案随波长的变化一致.

根据图 1 中 p/Λ 随 d/Λ 和 Λ/λ 的变化关系,通

过多次多项式拟合,得到如下关系式:

$$\frac{p}{\Lambda} = \sum_{i=0}^5 \sum_{j=0}^5 (-1)^{i+j+1} k_{ij} \left(\frac{d}{\Lambda}\right)^j \left(\frac{\Lambda}{\lambda}\right)^i, \quad (8)$$

式中系数 k_{ij} 的取值如表 1 所列,此关系式虽然看起

来较为繁琐,但几乎不影响计算速度,且原理简单.利用此关系式代替 FVEIM 中 p/Λ 的固定值,并将单元胞的半径取为 $R = \Lambda/2$,这样修正了 FVEIM 中 R 和 p/Λ 的不合理取值,得到了 IFVEIM.

表 1 系数 k_{ij} 的取值

i	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$
0	8.747719808	117.1713610	530.7693794	1128.872896	1148.243315	451.5755596
1	23.67933645	282.1765620	1245.378846	2603.458987	2615.251327	1020.142684
2	21.29476287	248.0576506	1078.720122	2232.424216	2227.707242	864.3324498
3	8.984366119	103.1823283	444.4949241	913.9727574	907.9329690	351.1382579
4	1.812518625	20.61652001	88.23983972	180.6345693	178.8809546	69.02649805
5	0.1412552356	1.595630623	6.797489152	13.87028129	13.70443103	5.279617077

这样,由 IFVEIM 可以简单、快速、准确地得到 PCF 的基模有效折射率、色散、弯曲损耗、数值孔径和波导归一化频率等传输特性.光纤的总色散可由下式得到:

$$D(\omega) = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n_{\text{eff}}(\omega)}{d\lambda^2}. \quad (9)$$

2.4. 误差分析

为了分析采用固定纤芯半径带来的误差,同时用 FVEIM 和 MPM 计算了 PCF ($\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$) 的基模有效折射率.两种方法获得的结果如图 2 所示,波长在 $0.6\text{--}2 \mu\text{m}$ 范围内, d/Λ 分别取为 $0.27, 0.4, 0.6$ 时,这两种方法计算的 PCF 基模有效折射率差值的均方根分别为 $4.3079 \times 10^{-4}, 9.1448 \times 10^{-4}, 1.1835 \times 10^{-3}$.可以把这些值作为 FVEIM 的误差,因为 MPM 是一种非常准确的方法.并且从图 2 可以直接看出 FVEIM 的误差很大,并随波长的变化而变化.这主要是由于在 FVEIM 的 SIF 模型中,对于不同的 d/Λ 值,在不同波长下 p/Λ 都采用了固定值 $p = 0.625\Lambda$.

为了验证 IFVEIM 的计算精度,分别用 IFVEIM 和 MPM 计算了 PCF 的基模有效折射率(图 3).从图 3 可以看出,两种方法得到的曲线几乎重合.波长在 $0.6\text{--}2 \mu\text{m}$ 范围内, d/Λ 取为 $0.27, 0.4, 0.6$ 时,这两种方法计算的 PCF 基模有效折射率差值的均方根分别为 $9.4368 \times 10^{-7}, 4.0405 \times 10^{-6}, 2.0992 \times 10^{-5}$.与 FVEIM 计算的误差值相比,降低了 2—3 个数量级.由此可见,用 IFVEIM 计算的 PCF 基模有效折射率与 MPM 的计算值十分接近.所以,用 IFVEIM 计算的与基模有效折射率密切相关的 PCF 的传输特性

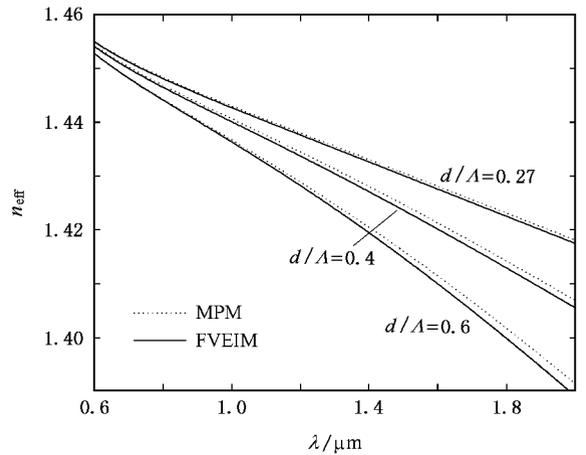


图 2 $d/\Lambda = 0.27, 0.4, 0.6$ 时,MPM 和 FVEIM 计算得到的 PCF 基模有效折射率 $\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$

(如色散、归一化频率、弯曲损耗和数值孔径等参数)

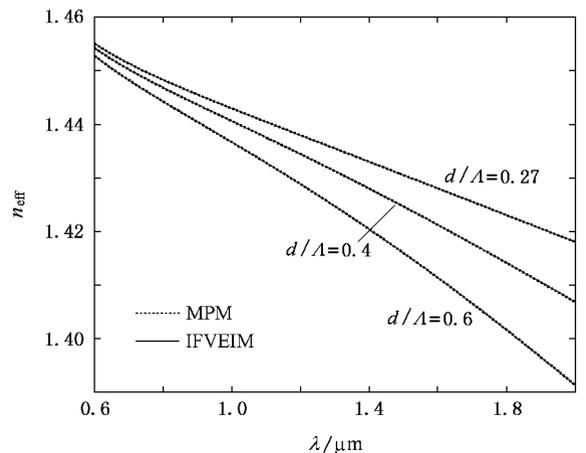


图 3 $d/\Lambda = 0.27, 0.4, 0.6$ 时,MPM 和 IFVEIM 两种方法计算得到的 PCF 基模有效折射率 $\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$

的精度也都应与 MPM 的计算精度相接近。

为了进一步分析 IFVEIM 的准确性,分别用 MPM, FVEIM 和 IFVEIM 模拟了 PCF (节距 $\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$, 空气孔直径 $d = 0.621 \mu\text{m}$) 的总色散值随波长的变化 (图 4)。从图 4 可以明显看出,在波长 $1.55 \mu\text{m}$ 附近, FVEIM 与 MPM 计算得到的色散值相差较大,而 IFVEIM 与 MPM 计算得到的色散值非常接近。所以, IFVEIM 比 FVEIM 计算得到的色散值更准确。另外,在 $\lambda = 0.813 \mu\text{m}$ 处,由 IFVEIM 计算得到的总色散值为 $77.22 \text{ ps}(\text{nmkm})$,色散斜率为 $0.4654 \text{ ps}(\text{nm}^2 \text{ km})$,而在文献 [16] 中的实验测量值分别是 $77.7 \text{ ps}(\text{nmkm})$ 和 $0.464 \text{ ps}(\text{nm}^2 \text{ km})$ 。由此可见, IFVEIM 计算得到的色散值与实验测量值也十分接近。由这些结果可以看出, IFVEIM 比 FVEIM 的计算精度有大幅提高,并且与其他方法得到的计算值及实验值符合更好。

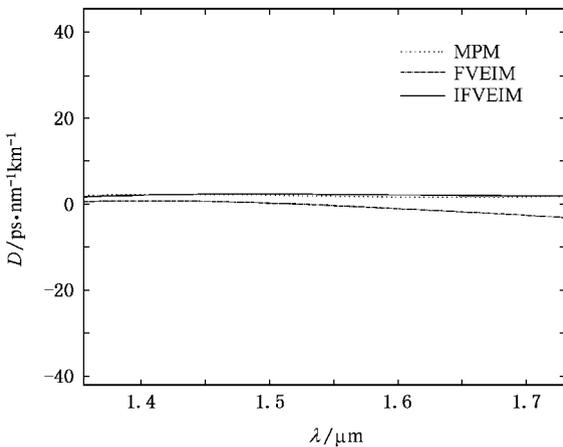


图 4 分别用 MPM, FVEIM 和 IFVEIM 计算得到的 PCF 的色散值 $\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$, $d = 0.621 \mu\text{m}$

3. PCF 的色散分析

传统的单模光纤由于纤芯、包层之间的折射率差很小,模式特性不能改变太大,不能得到极大的色散变化(例如零色散到绿光波段),超宽带色散平坦、宽带色散补偿等一些色散方面的应用。PCF 可以由单一材料组成,因此纤芯、包层的力学和热学特性是可以做到完全匹配的。PCF 的模式特性随波长改变很快,PCF 在很大的波长范围内可以得到较大的色散,实现反常色散,于是可以实现孤立子传播、进行色散补偿和超短脉冲压缩等。另外,PCF 还具有零色散点可调,超宽色散平坦特性。基于 PCF 良好的色

散特性,本文用 IFVEIM 全面系统地分析了 PCF 的色散特性,得到了总色散值、波长、孔间距、 d/Λ 之间的相互变化关系 $D(\lambda, d/\Lambda, \Lambda)$ 。由于 $d/\Lambda, \Lambda$ 决定 PCF 的结构,色散定义由 λ 决定,这样,色散关系 $D(\lambda, d/\Lambda, \Lambda)$ 就诠释了 PCF 的色散特性。

当 $\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$ 不变时,得到 D 随 $d/\Lambda, \lambda$ 的变化关系(图 5)。从图 5 可以看出:空气填充率越大 (d/Λ 越大),所研究波段的色散值越大。对于一定的 d/Λ ,色散值在短波段基本随波长的增大而增大,波长越短变化越快,而在长波段变化较缓慢。对于较小的 d/Λ ,在长波段色散值随波长的增大略有下降, d/Λ 越小色散值下降越快。当 $d/\Lambda = 0.3$ 时,具有色散平坦特性,在这附近可以进行色散平坦 PCF 的设计^[6]。

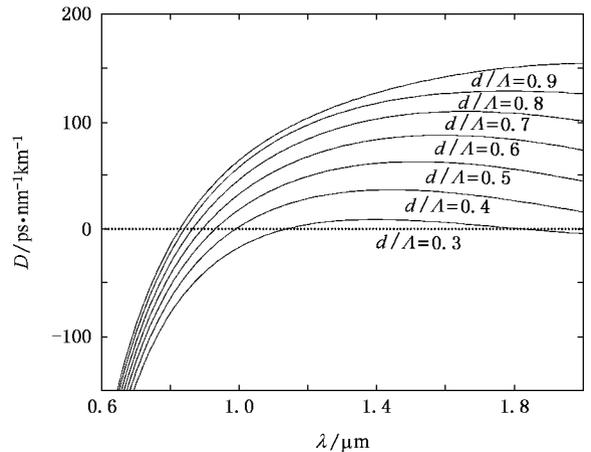
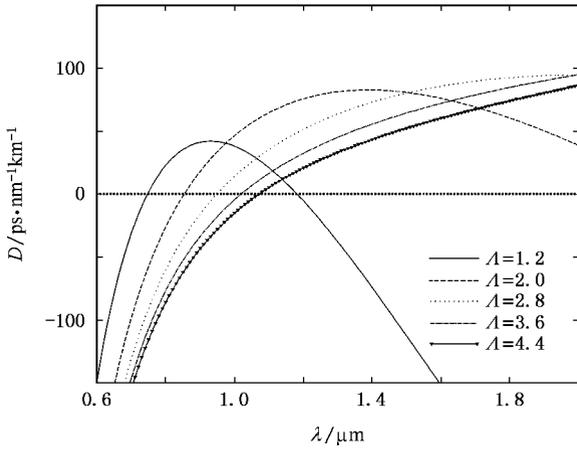
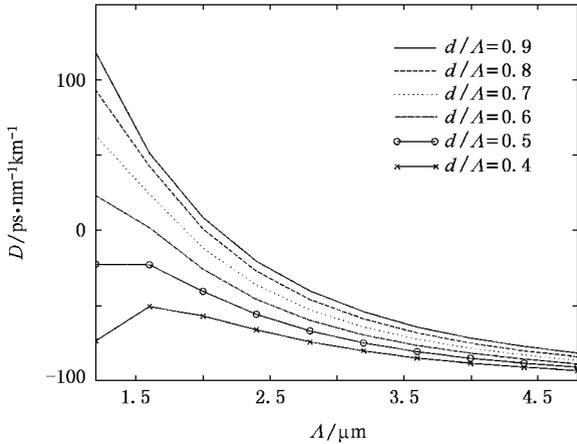
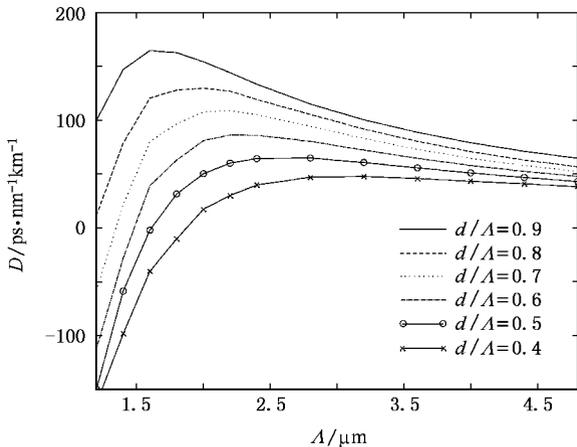


图 5 对于不同的 d/Λ , D 随波长 λ 的变化 $\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$

当 $d/\Lambda = 0.6$ 不变时, D 随 Λ, λ 的变化关系如图 6 所示。从图 6 可以看出,在所研究的波长范围内,当 Λ 较大时,色散值随波长的增大而增大;当 Λ 较小时,短波段的色散值随波长的增大而增大,长波段的色散值随波长的增大而减小。当 $\Lambda = 1.2$ 时,在长波段具有大的负色散特性,在这附近可以进行色散补偿 PCF 的设计^[4,14]。

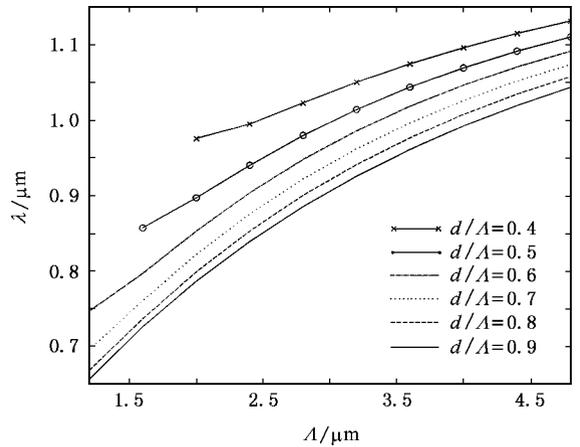
当波长 $\lambda = 0.8 \mu\text{m}$ 时, D 随 $\Lambda, d/\Lambda$ 的变化关系如图 7 所示。从图 7 可以看出,对于一定的 Λ 值,空气填充率越大色散值越大;对于一定的 d/Λ ,色散值随 Λ 的增加而减小。这为 PCF 在波长 $0.8 \mu\text{m}$ 处(飞秒激光器的工作波长)的零色散、非线性方面的应用提供了基础。

当波长 $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ 时, D 随 $\Lambda, d/\Lambda$ 的变化关系如图 8 所示。从图 8 可以看出,对于一定的 Λ 值,

图6 对于不同的 Λ , D 随波长 λ 的变化 $d/\Lambda = 0.6$ 图7 $\lambda = 0.8 \mu\text{m}$ 时,对于不同的 d/Λ , D 随 Λ 的变化图8 $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ 时,对于不同的 d/Λ , D 随 Λ 的变化

空气填充率越大色散值越大;对于一定的 d/Λ ,当 Λ 较小时色散值随 Λ 的增加而增加,当 Λ 较大时色散值随 Λ 的增加而减小.这对于 PCF 在光开关、色散补偿、光耦合、放大器等通信(工作波长在 $1.55 \mu\text{m}$)器件^[9]的应用提供了基础.

在色散值为零时,零色散波长随 Λ , d/Λ 的变化关系如图 9 所示.从图 9 可以看出,对于一定的 Λ 值,空气填充率越大,零色散波长值越小;对于一定的 d/Λ ,零色散波长随 Λ 的增加而增加.这对零色散光纤的制备及在光耦合、光开关、非线性光学方面^[6,7]的应用具有重要意义.

图9 对于不同的 d/Λ , 零色散波长 λ 随 Λ 的变化

4. 结 论

本文研究并得到了 PCF 中 p/Λ 随 d/Λ 和 Λ/λ 的变化关系.根据此关系式修正了 FVEIM 中 R 和 p/Λ 的不合理取值,进而得到了 IFVEIM.至此,已经找到了一种新的 EIM,它不仅具有简单、快速的特点,并能适用于较大的空气填充率范围,而且具有与 MPM 几乎同样的计算精度.用 IFVEIM 获得的 PCF 基模有效折射率和色散值与 MPM 的结果和试验值都符合很好.并用 IFVEIM 全面系统地分析了 PCF 的色散特性,得到了总色散值、波长、孔间距、 d/Λ 之间的相互变化关系,为光子晶体光纤的制备及在通信、传感、激光器等方面的应用打下了基础.



- [1] Knight J C , Birks A T , Russell P S *et al* 1996 *Opt. Lett.* **21** 1547
- [2] Cregan R F , Mangan B J , Knight J C *et al* 1999 *Science* **285** 1537
- [3] Ortigosa-Blanch A , Knight J C , Wadsworth W J *et al* 2000 *Opt. Lett.* **25** 1325
- [4] Knight J C , Arriaga J , Birks T A *et al* 2000 *IEEE Photon. Technol. Lett.* **12** 807
- [5] Birks T A , Knight J C , Russell P S J 1997 *Opt. Lett.* **22** 961
- [6] Li S G , Xing G L , Zhou G Y *et al* 2006 *Chin. Phys.* **15** 437
- [7] Coen S , Chau A H L , Leonhardt R *et al* 2001 *Opt. Lett.* **26** 1356
- [8] Sahu J K , Renaud C C , Furusawa K *et al* 2001 *Electron. Lett.* **37** 1116
- [9] Michalzic R , Mederer F , Roscher H *et al* 2002 *Proc. SPIE* **4905** 15
- [10] Zhang D S , Dong X Y , Zhang W G *et al* 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1235 (in Chinese) [张德生、董孝义、张伟刚等 2005 物理学报 **54** 1235]
- [11] Park K N , Lee K S 2005 *Opt. Lett.* **30** 958
- [12] Li Y F , Wang C Y , Hu M L 2004 *Opt. Commun.* **40** 29
- [13] Li S G , Liu X D , Hou L T 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1873 (in Chinese) [李曙光、刘晓东、侯蓝田 2004 物理学报 **53** 1873]
- [14] Li S G , Liu X D , Hou L T 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1880 (in Chinese) [李曙光、刘晓东、侯蓝田 2004 物理学报 **53** 1880]
- [15] White T P , Kuhlmeiy B T , Mephedran R C *et al* 2002 *Opt. Soc. Am. B* **19** 2322
- [16] Gander M J , McBride R , Jones J D C *et al* 1999 *Electron. Lett.* **30** 63

Dispersion analysis of photonic crystal fiber using improved full-vectorial effective index method^{*}

Zhao Xing-Tao[†] Hou Lan-Tian Liu Zhao-Lun Wang Wei Wei Hong-Yan Ma Jing-Rui

(Institute of Infrared Optical Fibers and Sensors , College of Information Science and Engineering , Yanshan University , Qinhuangdao 066004 , China)

(Received 27 June 2006 ; revised manuscript received 3 September 2006)

Abstract

The relation of normalized core radius (p/Λ) with hole-to-pitch ratio (d/Λ) and normalized frequency (Λ/λ) is obtained using full-vectorial effective index method. The illogical fixed value of p/Λ is modified, and an improved full-vectorial effective index method is proposed. The modal properties computed using this method, such as the effective index and total dispersion, closely agree with those of the multi-pole method as well the experimental values, and the error of effective index was reduced by two to three orders. The dispersion of photonic crystal fiber is analyzed in detail, and the relations of dispersion with wavelength, hole pitch and d/Λ is obtained.

Keywords : photonic crystal fiber , effective index method , equivalent core radius , dispersion

PACC : 4280M , 4281D , 8120J

^{*} Project supported by the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No. 2003CB314905) and the National High Technology Development Program of China (Grant No. 2003AA311010).

[†] E-mail : zxt-81@sohu.com