

优先随机慢化及预测间距对交通流的影响*

陈时东^{1)†} 朱留华²⁾ 孔令江²⁾ 刘慕仁^{2)‡}

¹⁾ 玉林师范学院物理与信息科学系, 玉林 537000)

²⁾ 广西师范大学物理与电子工程学院, 桂林 541004)

(2006 年 7 月 18 日收到, 2006 年 9 月 13 日收到修改稿)

在周期性边界条件下, 通过引入预测车辆间距对 Noise-First 模型进行改进, 数值模拟了不同参数下的交通情形. 研究表明: 引入预测间距的 Noise-First 模型更能真实地反映实际交通状况, 不仅再现了起止波、同步流, 而且出现了亚稳态, 非平衡相变等与实际道路交通一致的非线性现象.

关键词: 交通流, 元胞自动机, 同步流, 亚稳态

PACC: 0550

1. 引言

随着我国现代化建设的高速发展, 机动车的拥有量不断提高, 道路拥堵现象日益严重. 道路建设不足和交通管理的相对滞后, 已经成为制约我国城市可持续发展的重要因素. 因此, 如何提高道路的车流量和通行的安全性, 建立更为符合实际的交通模型, 从中发现交通流的内部机理及其规律, 是目前科学研究的一个重要课题. 交通流研究的模型主要有基于连续性描述的流体力学模型, 基于概率性描述的气体动力论模型, 基于离散性描述的跟驰模型和元胞自动机模型^[1]. 元胞自动机 (cellular automaton, CA) 是一种时间和空间都离散的数学模型, 非常适合描述交通流这样复杂的非线性系统, 由于它简单灵活又方便计算机并行计算, 已成为当今对交通流进行模拟分析的有力工具. 最早的元胞自动机交通流模型是由 Wolfram 提出的 184 号规则^[2]. 在此基础上, Nagel 和 Schreckenberg 提出了 NaSch 模型^[3]. 在 NaSch 模型中, 时间和空间都是离散的, 其基本思想是在长度为 L 的一维格点链随机分布 N 辆车, 每个格点上最多只能有一辆车, 每辆车都期望以最大的速度行驶, 但又不希望发生碰撞. 每个格点在 t 时刻的可能状态有 $(V_{\max} + 2)$ 种, 其中 V_{\max} 是

车辆行驶的最大速度. 以 $V_i(t)$, $X_i(t)$ 和 $gap_i(t)$ 分别表示第 i 辆车在 t 时刻的速度、位置及其与前车之间的空格点数, 用刹车概率 p 表示以一定的概率随机减速. NaSch 模型用车辆的确定性加速、确定性减速、随机减速、位置更新四个步骤描述了实际交通的基本现象.

NaSch 模型的演化规则是

1) 确定性加速

$$v_i(t + 1/3) \leftarrow \min(v_i(t) + 1, v_{\max});$$

2) 确定性减速

$$v_i(t + 2/3) \leftarrow \min(v_i(t + 1/3), gap_i(t));$$

3) 随机减速

$$v_i(t + 1) \leftarrow \max(v_i(t + 2/3) - 1, 0), \text{以概率 } p;$$

4) 位置更新

$$X_i(t + 1) \leftarrow X_i(t) + v_i(t + 1);$$

其中

$$gap_i(t) = X_{i+1}(t) - X_i(t) - 1.$$

NaSch 模型虽能较好地反映实际交通的基本现象, 用简单的四步演化规则成功地模拟了自发堵塞的形成, 但模拟发现该模型的车流量比实际车流量低, 而且不能再现实际道路交通中观测到的同步流, 亚稳态等现象. 因此, 在 NaSch 模型的基础上, 研究交通的学者又提出了许多改进的模型, 如 FI 模型^[4]、HS 模型^[5]、BL 模型^[6]、SDNS 模型^[7, 8]等, 以求

* 国家自然科学基金 (批准号: 10362001, 10562001 和 70371067) 资助的课题.

† E-mail: chenshidong128@sina.com

‡ 通讯作者.

能更真实地反映实际的交通现象.

Xue 等人对 NaSch 模型演化规则的次序进行调整,首先随机慢化,提出了 Noise-First 模型^[9]. Noise-First 模型成功地模拟了实际交通中的同步流现象,而且纠正了以前人们一直认为同步流只能出现在双车道的观点.此模型不仅规则简单,而且完全适合计算机并行运算,但它不能再现实际交通中出现的亚稳态现象.

2. 本文模型

车辆在高速公路行驶时,驾驶员往往会根据前车的速度对前车在下一时刻可能行驶的距离进行预测,以提高本车的速度和行驶的安全性.因此,通过对 Noise-First 模型引入预测间距来进行改进.

本文的模型演化规则如下:

1) 随机慢化

$v_i(t + 1/3) \leftarrow \max(v_i(t) - 1, 0)$, 以概率 p ,
预测间距

$$\text{Headway} \leftarrow \max(\min(v_{i+1}(t), \\ \text{gap}_{i+1}(t) - 1, v_{\max} - 1), 0);$$

2) 确定性加速

$$v_i(t + 2/3) \leftarrow \min(v_i(t + 1/3) + 1, v_{\max});$$

3) 确定性减速

$$v_i(t + 1) \leftarrow \min(v_i(t + 2/3), \text{gap}_i(t) + \text{Headway});$$

4) 位置更新

$$X_i(t + 1) \leftarrow X_i(t) + v_i(t + 1);$$

其中

$$\text{gap}_i(t) = X_{i+1}(t) - X_i(t) - 1.$$

3. 数值模拟与分析

数值模拟时取 $L = 5000$ cells 组成一维格点链,每个格点对应的实际道路长度为 7.5 m,格点链对应的实际道路长度为 37.5 km,道路上车辆总数为 N ,车辆最大速度取 $V_{\max} = 5$ cells/s,对应的实际车速为 135 km/h.采用周期性边界条件.为消除暂态影响,模拟时每次对最初的 50000 时步不做统计,以后对 10000 时步的速度进行时间平均,这样就得到了每一次运行的平均速度.取样本数为 30,图上的每个点是 30 次运行的平均值.

车辆的密度

$$\rho = \frac{N}{L}; \tag{1}$$

车辆的平均速度

$$\bar{v} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i(t); \tag{2}$$

平均车流量

$$q = \rho \bar{v} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^N v_i(t). \tag{3}$$

图 1 为在加利福尼亚一条公路上 6 min 内的实测数据取平均而得到的平均速度与车流量关系图^[10],其最大流量约为 2500 veh/h.

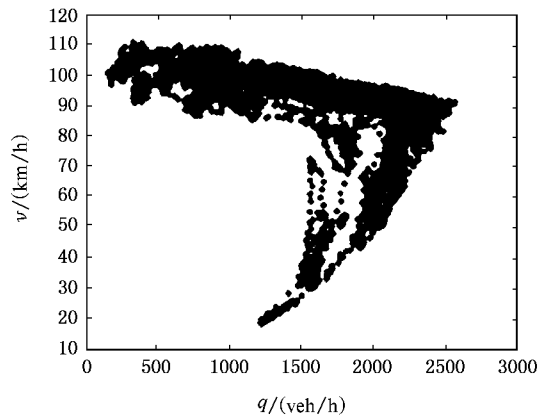


图 1 加利福尼亚一条公路上实测数据得到的平均速度与车流量关系图^[10]

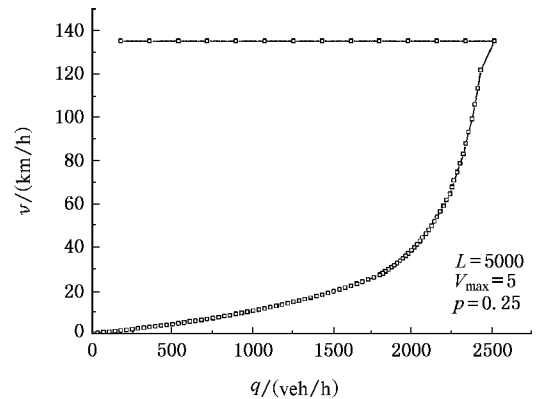


图 2 本文模型在刹车概率 $p = 0.25$ 时,数值模拟得到的平均速度与车流量关系图

图 2 是本文模型在刹车概率 $p = 0.25$ 时,数值模拟得到的平均速度与车流量关系图.本文模型数值模拟的最大流量约为 2500 veh/h.从图 2 可以看出,使用本文模型进行数值模拟得到的结果和图 1 的实测数据符合,这说明用本文模型对实际道路交通进行模拟确实具有可行性.

下面用本文模型对基本图进行数据模拟和分析. 初始时刻所有车辆以给定的密度 ρ 均匀分布在一维格点链 L 上. 图 3 给出了本文模型与 Noise-First 模型的基本图. 在图中可以看到, 当刹车概率 $p = 0$ 车辆密度 $\rho < 0.17$ 时, 由于车辆的密度小, 车辆的速度小于车间距, 系统呈自由运动相, 两个模型的曲线是重合的; 当 $\rho = 0.17$ 时, Noise-First 模型的车流量达到最大值 0.83. 当 $\rho > 0.17$ 时, Noise-First 模型呈现跨接现象, 系统出现堵塞相, 系统的流量随车辆密度的增加而线性下降, 但本文模型的车流量却远未达到最大值, 车流量仍随着车辆密度的增加而增大, 当 $\rho = 0.25$ 时, 本文模型的车流量达到最大值 1.25, 与确定性 VE 模型的最大流量相等^[11], 而此时 Noise-First 模型的车流量已下降到 0.75. $\rho > 0.25$ 时, 系统从自由运动相向窄幅运动堵塞相转变, 流量开始逐渐下降, 并在 $\rho = 0.33$ 时出现一个跳跃的下降点, 流量从 1 突然下降到 0.66. 之后本文模型和 Noise-First 模型的流量-密度曲线重合, 流量随密度的增加线性下降.

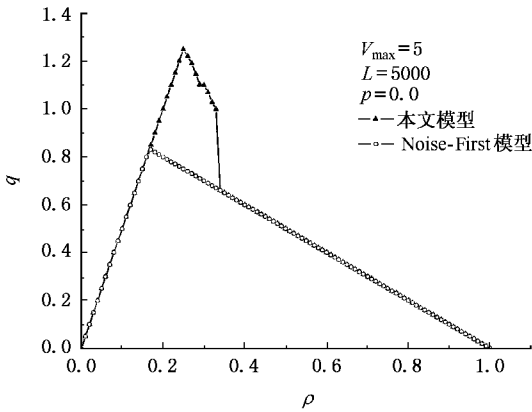


图 3 本文模型和 Noise-First 模型的基本图

图 4 给出了本文模型与 NaSch 模型的基本图. 从图中可见, 当刹车概率 $p = 0.5$ 车辆密度 $\rho < 0.11$ 时, 系统呈自由运动相; 当车辆的临界密度 $\rho_c = 0.11$ 时, 车流量达到最大值 0.51, 比 NaSch 模型在刹车概率 $p = 0.5$ 时的最大流量 0.32 高得多; 当车辆密度 ρ 在 0.11—0.13 时, 车流量稍有下降; 但在 $0.14 \leq \rho \leq 0.5$ 区域, 虽然车辆密度有很大的变化, 但车流量稳定在 0.5. 图 5 是本文模型在刹车概率 $p = 0.5$ 车辆密度 $\rho = 0.35$ 时的时空斑图, 图中的深灰色区域不同于其他模型的堵塞区, 而是速度和间距都为 1 的车辆慢速行驶区. 图 6 是本文模型的速度演化图, 图 7(a) 和 (b) 是本文模型的时空图, 从图

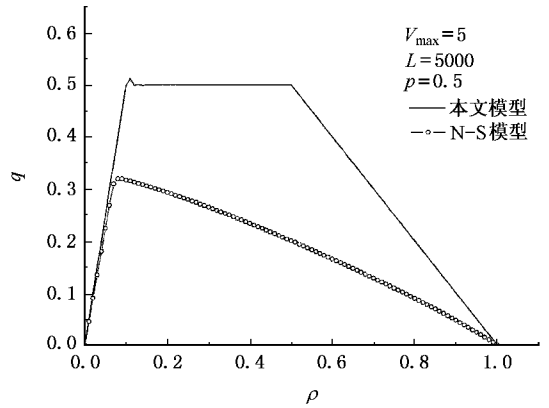


图 4 本文模型与 NaSch 模型的基本图

中可清晰地看到大面积的车辆慢速同步行驶区. 在此区域内的车辆速度虽然比自由运动相时的车辆速度低得多, 但由于车辆密度很大, 系统的流量仍接近最大流量. 这种不属于宽幅运动阻塞的拥塞交通构成同步交通流^[12], 也称同步流. 此时的系统呈同步相. 计算机模拟表明, 在 $0.11 \leq \rho \leq 0.5$ 区间, 随着 ρ 的增加, 车辆缓慢行驶的区域也越来越宽, 即出现同步流的区域越宽, 这 and 实际道路交通的情形一致.

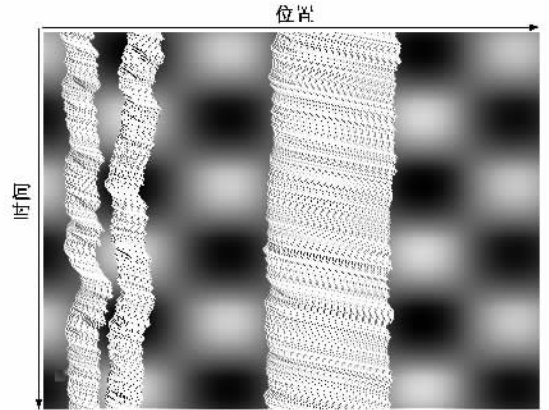


图 5 $V_{max} = 5, L = 5000, p = 0.5, \rho = 0.35$ 演化 50000 时步后, 时步为 50000—50600, 车辆在格点 2000—2800 上的时空斑图

从图 8 可看到, 当 $\rho > 0.5$ 时, 系统出现速度为零的互相关隔的稳定阻塞区域, 形成了时走时停的 (stop-and-go) 交通波, 系统呈宽幅运动阻塞相.

借鉴文献 [13], 我们进一步研究初始构形对交通流的影响. 用以下两种不同的初始构形, 对本文模型进行数值模拟. 这两种初始构形分别是初始时刻车辆在道路上均匀分布 (hom) 及初始时刻车辆在道路上以完全堵塞的状态分布 (jam). 从图 9 中可以看到, 当密度增大到 $\rho_1 = 0.17$ 时, 流量不再由密

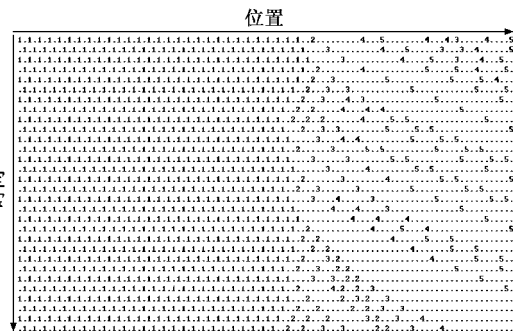


图 6 $V_{\max} = 5, L = 5000, \rho = 0.5, \rho_c = 0.35$ 演化 50000 时步后, 时步为 50000—50030, 车辆在格点 400—500 上的速度演化图

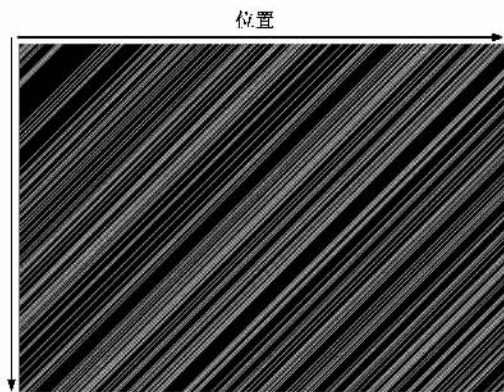


图 8 $V_{\max} = 5, L = 5000, \rho = 0.5, \rho_c = 0.8$ 演化 50000 时步后, 时步为 50000—50300, 车辆在格点 2000—2400 上的时空斑图(初始构形为随机分布)

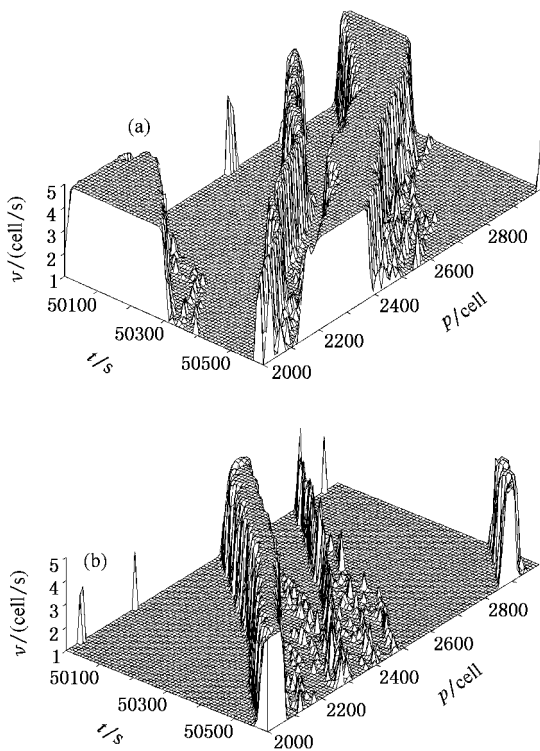


图 7 (a) $V_{\max} = 5, L = 5000, \rho = 0.5, \rho_c = 0.35$ 演化 50000 时步后, 时步为 50000—50600, 车辆在格点 2000—3000 上的时空图; (b) $V_{\max} = 5, L = 5000, \rho = 0.5, \rho_c = 0.45$ 演化 50000 时步后, 时步为 50000—50600, 车辆在格点 2000—3000 上的时空图

分布的时空斑图;图 10(b)是同样条件下初始时刻车辆呈堵塞分布的时空斑图. 从图 10(a)和(b)可以清楚地看到在相同的密度条件下,系统呈现出两种截然不同的状态. 当车辆密度增大到 $\rho_2 = 0.33$ 时,道路上以 $V = 1 \text{ cell/s}$ 行驶的车辆居多,此时预测间距为零,前车的预测对后车的提速贡献为零,系统的流量发生突变. 当 $\rho_2 \geq 0.34$ 时,两曲线重合.

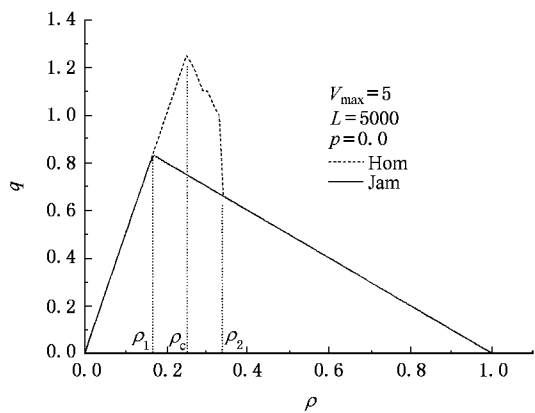


图 9 本文模型初始时刻均匀分布及堵塞分布的基本图

度唯一决定,此时流量-密度曲线出现分岔. 上半支在 $\rho_1 - \rho_2$ 区间对应较高流量的亚稳态区域,其最大临界密度 $\rho_c = 0.25$, 而下半支则对应较低流量的相分离区域. 美国纽约市的林肯隧道正是利用入口处的交通灯对车辆的分布进行控制,使系统工作在高流量的亚稳态区域,以获得比之前高 20% 流量,从而节省了修筑另一条隧道的费用^[12]. 图 10(a)是刹车概率 $p = 0$, 密度 $\rho = 0.24$ 时,初始时刻车辆均匀

堵塞分布的临界密度^[9]

$$\rho_1 = \frac{1 - p}{V_{\max} + 1 - 2p} \tag{4}$$

当系统均匀分布而且 $p = 0$ 时,由于引入预测间距,每一次预测对后一辆车的提速有一次贡献,其贡献值为 $(\text{gap} - 1)$. 在自由运动相,每一辆车的车速均为 V_{\max} , 车辆最大行驶速度在数值上满足

$$V_{\max} = (\text{gap} - 1) + \text{gap}, \tag{5}$$

又因为临界密度为

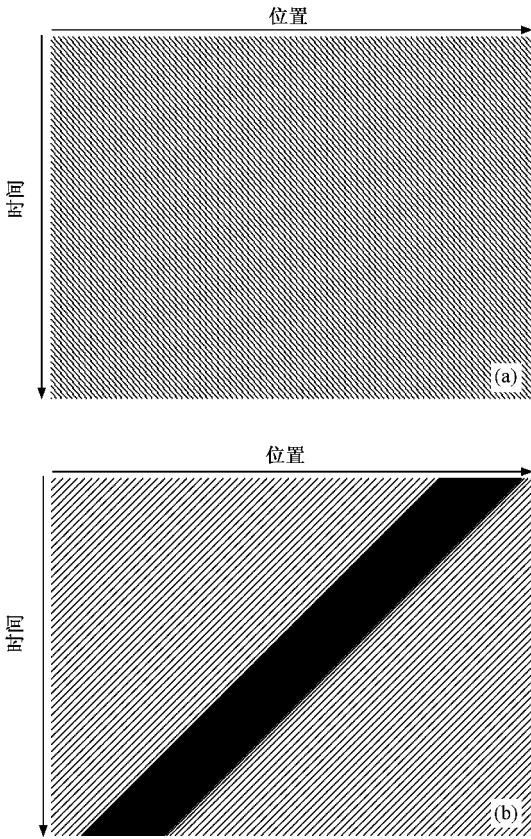


图 10 (a)初始时刻车辆均匀分布,刹车概率 $p = 0$,密度 $\rho = 0.24$ 时,车辆的时空斑图;(b)初始时刻车辆堵塞分布,刹车概率 $p = 0$,密度 $\rho = 0.24$ 时,车辆的时空斑图

$$\rho_c = \frac{1}{\text{gap} + 1}, \quad (6)$$

所以由(5)式和(6)式可推出均匀分布的临界密度

$$\rho_c = \frac{2}{V_{\max} + 3}. \quad (7)$$

当 $V_{\max} = 5$ 时,由(7)式计算出的 $\rho_c = \frac{1}{4} = 0.25$,与数值模拟的结果完全一致.

研究还发现,本文模型中,当刹车概率 p 由 0 逐

渐增大时,系统的亚稳态区域不断变窄,堵塞分布的临界密度值也随之变小,但不管刹车概率 p 取何值,流量-密度曲线都会在密度 $\rho = 0.5$ 时相交后重合,然后线性下降.这是因为当密度 $\rho = 0.5$ 时,系统中的车辆和空隙形成车辆-空隙对,并均匀分布在道路上,车辆均以速度 1 cell/s 行驶,形成整个道路车辆的完全同步.图 11 反映了这种变化趋势.

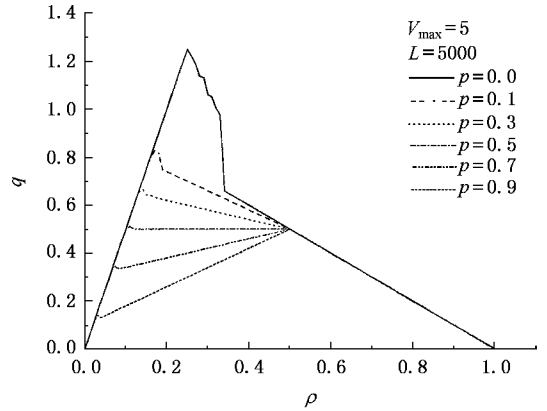


图 11 本文模型不同 p 值时的基本图

4. 结 论

本文对 Noise-First 模型引入预测间距加以改进,进行了周期性边界条件下的数值模拟,研究了初始时刻车辆均匀分布及堵塞状态分布这两种不同的初始构形对交通流的影响.推导出了本文模型在初始状态均匀分布时的临界密度计算公式.研究表明,Noise-First 模型引入预测间距后,当密度增大到一定值时,流量-密度曲线出现分岔,上半支对应较高流量的亚稳态区域.成功地再现了实际道路交通中的相变,同步流,亚稳态,启止步等非线性现象,为实际交通管理提供依据.

[1] Liu M R, Xue Y, Kong L J 2005 *Mechanics in Engineering* 27 1 (in Chinese) [刘慕仁、薛郁、孔令江 2005 力学与实践 27 1]
 [2] Wolfram S 1986 *Theory and Application of Cellular Automata* (Singapore: World Scientific)
 [3] Nagel K, Schreckenberg M 1992 *J. Phys. I France* 2 2221
 [4] Fukui M, Ishibashi Y 1996 *J. Phys. Soc. Japan* 65 1868
 [5] Helbing D, Schreckenberg M 1995 *Phys. Rev. E* 59 2505

[6] Knosp W, Santen L, Schadschneider A, Schreckenberg M 2000 *J. Phys. A* 33 477
 [7] Lei L, Xue Y, Dai S Q 2003 *Acta Phys. Sin.* 52 2121 (in Chinese) [雷丽、薛郁、戴世强 2003 物理学报 52 2121]
 [8] Chen Y H, Xue Y 2004 *Acta Phys. Sin.* 53 12 (in Chinese) [陈燕红、薛郁 2004 物理学报 53 12]
 [9] Xue Y, Dong L Y, Dai S Q 2005 *Phys. Rev. E* 71 026123

- [10] Wagner P 1996 *Traffic and granular flow* (Singapore : World Scientific) p193
- [11] Li X B , Wu Q S , Jiang R 2001 *Phys. Rev. E* **64** 066128
- [12] Tang X W , Zhang X S , Lu K Q 2004 *Traffic flow and granular flow* (Zhejiang University Press)(in Chinese)[唐孝威、张训生、陆坤权 主编 2004 交通流与颗粒流 (浙江大学出版社)]
- [13] Barlovic R , Santen L , Schadschneider A , Schreckenberg M 1998 *Eur. Phys. J. B* **5** 793

The effect of Noise-First and anticipation headway on traffic flow^{*}

Chen Shi-Dong^{1)†} Zhu Liu-Hua²⁾ Kong Ling-Jiang²⁾ Liu Mu-Ren^{2)‡}

¹ *Department of Physics and Information Science , Yulin Normal College , Yulin 537000 , China*)

² *College of Physics and Electronic Engineering , Guangxi Normal University , Guilin 541004 , China*)

(Received 18 July 2006 ; revised manuscript received 13 September 2006)

Abstract

In this context , we introduce anticipation headway to modify the Noise-First NaSch model under condition of periodic boundary . The traffic situation with different parameters can be numerical simulated . It was indicated that the Noise-First model with added anticipation headway is more realistic in reflecting traffic flow . Not only start-stop wave and synchronized flow but also the metastable state can be obtained by numerical simulation . The modified model can reproduce nonlinear phenomena which tallies with the real traffic .

Keywords : traffic flow , cellular automaton , synchronized flow , metastable state

PACC : 0550

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10362001 , 10562001 and 70371067).

[†] E-mail : chenshidong128@sina.com

[‡] Communication author.