

# 台风风场分解\*

黄思训<sup>1)†</sup> 蔡其发<sup>1)</sup> 项 杰<sup>1)</sup> 张 铭<sup>1)</sup>

1) 解放军理工大学气象学院, 南京 211101)

2) 南京大学大气科学系中尺度灾害性天气教育部重点实验室, 南京 210093)

(2006 年 9 月 7 日收到, 2006 年 10 月 4 日收到修改稿)

为了对台风流场的复杂结构进行研究, 采用二次变分方法对台风风场进行分解. 首先, 将台风的流场分解成最大的、不对称的涡旋流场和无旋流场, 然后将不对称的涡旋流场分解成最大的对称涡旋和不对称的  $\beta$  涡旋对, 最后, 利用 WRKF (weather research and forecasting) 模式 (V2.1.2) 模拟了 200601 号珍珠台风, 并对各时次的 500 hPa 风场用该方法进行分解. 结果表明, 该方法对台风的运动机理研究和实际的台风路径预测提供了有价值的信息.

关键词: 变分方法, 涡旋,  $\beta$  涡旋对, 通风流

PACC: 9260G, 9260Q

## 1. 引 言

长期以来, 台风被视为一个受环境气流引导的涡旋. 在科里奥利参数不变的情况下, 均匀基本气流中的正压对称涡旋将严格地沿着均匀基本气流运动, 因此大尺度环境气流就是引导气流. 在实际大气中, 台风不可能是严格的轴对称涡旋, 环境流场也会随高度及离台风中心的距离等变化, 因此台风的运动与 850 hPa 到 300 hPa 间的垂直平均引导气流有较好的相关性. 但是, 随着观测数据的积累, 人们发现台风移动路径与引导气流之间往往存在偏差, 给路径预测带来困难. 陈联寿等<sup>[1-7]</sup>指出, 非对称结构是造成这种偏差和台风路径异常的一个因子. 后来, Fiorino 和 Elsberry 的研究表明<sup>[8,9]</sup>, 台风区域存在着非对称的  $\beta$  涡旋对结构(称之为“ $\beta$  陀螺”), 在这非对称陀螺之间的“通风流”与台风的移向密切相关. Gray<sup>[10]</sup>曾在柱坐标系中扣除对称涡旋后, 850—300 hPa 间平均风合成图清晰显示出台风中心周围流函数有一偶极子环流. 徐祥德等<sup>[11]</sup>采用与 Gray 扣除对称涡旋的平均风合成分析相类似的方法, 利用 TCM-90 (tropical cyclone motion) 台风现场科学试验期间加密观测资料, 揭示出目标台风 Flo 非对称动力、热力结构及其转向运动的特征, 尤其通过分离处理的偏差场, 突出了 TCM-90 现场试验有关飞机下投加密

观测资料对台风 Flo 内部非对称结构物理图像的描述, 提出了实际台风动力结构存在类似 Gray 认为的非对称偶极子型, 即中低层“ $\beta$  陀螺”偶极子型; “通风流”, 高层辐合-辐散结构的变形偶极子系统概念模型, 并认为“通风流”的平均指向与台风未来 24 小时的运动方向强相关. 另外赵松年等<sup>[12,13]</sup>通过大型流体动力学转盘实验模拟台风的结构及运动, 亦得到了不少有价值的结果.

前人的研究表明: 通过采用扣除“平均气流”的思想对资料信息进行“分离”得到的引导气流或者通风流对台风路径的预测有重要指示作用. 本文采用二次变分方法<sup>[14]</sup>提出了一种新的资料信息分离方法, 将台风的流场分解成非对称涡旋流场和无旋流场, 然后再将非对称涡旋流场继续分解成对称的涡旋和非对称的  $\beta$  涡旋对. 本方法的特点是: 1) 建立了统一的数学模型, 可以独立地分解各个层次高度的流场; 2) 分解得到的非对称涡旋流场是最大的涡旋; 3) 由非对称涡旋流场分解得到的对称涡旋是满足速度环流守恒的最大涡旋.

## 2. 利用变分方法对资料信息进行分离的原则

台风是一个受环境气流引导的涡旋运动, 因此台风运动可以分解为一个有旋运动和一个无旋运动

\* 国家自然科学基金项目(批准号: 40675020, 40433007, 40433030)资助的课题

† E-mail: huangsxp@yahoo.com.cn

的合成.

### 2.1. 第一次变分来提取涡旋运动

假设平面直角坐标系下的一个观测面的实测风场为  $\tilde{u}, \tilde{v}$ , 研究的区域记为  $\Omega$ , 设从实测风场中提取的无旋气流为  $u_1, v_1$ , 使得泛函

$$J_1(u_1, v_1) = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} [(\tilde{u} - u_1)^2 + (\tilde{v} - v_1)^2] d\Omega$$

$$= \min ! \tag{1}$$

且  $u_1, v_1$  满足如下的约束条件 :

$$\frac{\partial v_1}{\partial x} - \frac{\partial u_1}{\partial y} = 0. \tag{2}$$

这是一个条件变分问题, 引入 Lagrange 乘子  $\lambda(x, y)$ , 有

$$J_1(u_1, v_1) = \iint_{\Omega} \left\{ \frac{1}{2} [(\tilde{u} - u_1)^2 + (\tilde{v} - v_1)^2] - \lambda \left( \frac{\partial v_1}{\partial x} - \frac{\partial u_1}{\partial y} \right) \right\} d\Omega = \min ! \tag{3}$$

于是

$$\delta J_1(u_1, v_1) = \iint_{\Omega} \left\{ [(\tilde{u} - u_1) \delta u_1 + (\tilde{v} - v_1) \delta v_1] - \lambda \left[ \frac{\partial \delta v_1}{\partial x} - \frac{\partial \delta u_1}{\partial y} \right] \right\} d\Omega = 0. \tag{4}$$

对 (4) 式采用 Green 公式, 则有

$$\iint_{\Omega} \left\{ [(\tilde{u} - u_1) \delta u_1 + (\tilde{v} - v_1) \delta v_1] + \delta v_1 \frac{\partial \lambda}{\partial x} - \delta u_1 \frac{\partial \lambda}{\partial y} \right\} d\Omega - \int_{\partial\Omega} \lambda (\delta v_1 n_x - \delta u_1 n_y) \cdot \mathbf{n} ds = 0 \tag{5}$$

其中  $\mathbf{n}$  为  $\Omega$  的外法线方向, 利用  $\delta u_1, \delta v_1$  的任意性, 易证明  $u_1, v_1$  及  $\lambda$  满足如下条件 :

$$u_1 - \tilde{u} - \frac{\partial \lambda}{\partial y} = 0,$$

$$v_1 - \tilde{v} + \frac{\partial \lambda}{\partial x} = 0, \tag{6}$$

$$\lambda \Big|_{\partial\Omega} = 0.$$

由 (6) 式利用条件 (2) 得到

$$\nabla^2 \lambda = \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y},$$

$$\lambda \Big|_{\partial\Omega} = 0. \tag{7}$$

由 (7) 式可知,  $\lambda$  满足 Poisson 方程的 Dirichlet 边界条件, 对此问题可用松弛迭代法数值求解得到  $\lambda(x, y)$ . 从而有旋气流  $(u_2, v_2)$  和无旋气流  $(u_1, v_1)$

分别表示成如下形式 :

$$u_1 = \tilde{u} + \frac{\partial \lambda}{\partial y}, \tag{8}$$

$$v_1 = \tilde{v} - \frac{\partial \lambda}{\partial x};$$

$$u_2 = -\frac{\partial \lambda}{\partial y}, \tag{9}$$

$$v_2 = \frac{\partial \lambda}{\partial x}.$$

显然对于无旋流场  $(u_1, v_1)$  满足  $\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} =$

$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y}$ , 是有辐散的; 而有旋流场  $(u_2, v_2)$ ,  $\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} = 0$  是无辐散的.

从以上讨论可知, Lagrange 乘子  $\lambda(x, y)$  实质为有旋气流的流函数, 且该有旋气流  $(u_2, v_2)$  是最大的涡旋.

### 2.2. 第二次变分提取对称涡旋

在实际大气中, 由 2.1 提取的有旋气流  $(u_2, v_2)$  一般情况下都是不对称的, 下面再次利用变分方法将有旋气流  $(u_2, v_2)$  继续分解为对称涡旋  $(u_3, v_3)$  和非对称的  $\beta$  涡旋对  $(u_4, v_4)$ .

首先以台风中心为原点建立极坐标系  $(r, \theta)$ , 由于有旋流场  $(u_2, v_2)$  是无辐散, 故提取对称涡旋场  $(u_3, v_3)$  在任意  $(r, \theta)$  处仅有切向风速  $v_\theta$ , 如果取径向风速  $v_r$  不为 0, 会在涡中心产生虚假源. 提取最大对称涡旋  $(u_3, v_3)$  原则如下, 使得泛函

$$J_2(u_3, v_3) = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} [(u_2 - u_3)^2 + (v_2 - v_3)^2] d\Omega$$

$$= \min ! \tag{10}$$

其中  $u_3, v_3$  在坐标系  $(r, \theta)$  满足

$$u_3 = -v_\theta \sin \theta,$$

$$v_3 = v_\theta \cos \theta. \tag{11}$$

(11) 式代入 (10) 式则有

$$J_2(v_\theta) = \frac{1}{2} \int_0^R \int_0^{2\pi} [(u_2 + v_\theta \sin \theta)^2 + (v_2 - v_\theta \cos \theta)^2] r dr d\theta = \min ! \tag{12}$$

其中  $R$  为台风的影响半径.

根据变分原理有

$$\delta J_2(v_\theta) = \int_0^R r dr \int_0^{2\pi} [(u_2 + v_\theta \sin \theta) \sin \theta \delta v_\theta - (v_2 - v_\theta \cos \theta) \cos \theta \delta v_\theta] d\theta$$

$$= \int_0^R r dr \left[ \delta v_\theta \int_0^{2\pi} (u_2 \sin \theta - v_2 \cos \theta) d\theta + \delta v_\theta \int_0^{2\pi} v_\theta d\theta \right]$$

$$= 0. \tag{13}$$

由  $\delta v_\theta$  的任意性,可得

$$\int_0^{2\pi} (u_2 \sin \theta - v_2 \cos \theta) d\theta = - \int_0^{2\pi} v_\theta d\theta = - 2\pi v_\theta.$$

$$\tag{14}$$

所以有

$$v_\theta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (v_2 \cos \theta - u_2 \sin \theta) d\theta. \tag{15}$$

则  $(u_3, v_3)$   $(u_4, v_4)$  分别为

$$u_3 = - v_\theta \sin \theta = - \frac{\sin \theta}{2\pi} \int_0^{2\pi} (v_2 \cos \tau - u_2 \sin \tau) d\tau,$$

$$v_3 = v_\theta \cos \theta = \frac{\cos \theta}{2\pi} \int_0^{2\pi} (v_2 \cos \tau - u_2 \sin \tau) d\tau;$$

$$\tag{16}$$

$$u_4 = u_2 - u_3 = u_2 + \frac{\sin \theta}{2\pi} \int_0^{2\pi} (v_2 \cos \tau - u_2 \sin \tau) d\tau,$$

$$v_4 = v_2 - v_3 = v_2 - \frac{\cos \theta}{2\pi} \int_0^{2\pi} (v_2 \cos \tau - u_2 \sin \tau) d\tau.$$

$$\tag{17}$$

在坐标系  $(r, \theta)$  中,设任意半径为  $r$  的圆,其单位切向量为  $\tau$ ,则有旋气流  $(u_2, v_2)$  沿半径为  $r$  的圆的速度环流为

$$\int_0^{2\pi} (u_2 \mathbf{i} + v_2 \mathbf{j}) \cdot \tau d\theta = \int_0^{2\pi} (v_2 \cos \theta - u_2 \sin \theta) d\theta$$

$$= 2\pi v_\theta, \tag{18}$$

而对称涡旋  $(u_3, v_3)$  沿半径为  $r$  的圆的速度环流为

$$\int_0^{2\pi} (u_3 \mathbf{i} + v_3 \mathbf{j}) \cdot \tau d\theta = \int_0^{2\pi} v_\theta d\theta = 2\pi v_\theta,$$

$$\tag{19}$$

故

$$\int_0^{2\pi} (u_2 \mathbf{i} + v_2 \mathbf{j}) \cdot \tau d\theta = \int_0^{2\pi} (u_3 \mathbf{i} + v_3 \mathbf{j}) \cdot \tau d\theta.$$

$$\tag{20}$$

从 (20) 式可以知道,用变分方法提取的对称涡旋  $(u_3, v_3)$  是满足速度环流守恒的最大涡旋.

### 3. 实例分析与数值计算

#### 3.1. 数值模拟台风

由于缺乏台风实测资料,现用数值模式的模拟结果作为观测资料.该例子是用 NCEP( National Centers for Environmental Prediction )的再分析资料(时次 2006 年 05 月 14 日 00 时(世界时),分辨率:  $1^\circ \times 1^\circ$ )为背景场,加入台风(200601 号台风,珍珠 CHANCHU)的 bogus 资料,利用 WRF-VAR( v2.1 ) ( Weather Research and Forecasting - Variational Data Assimilation )三维变分同化系统得到初始场,再利用 WRF 模式( v2.1.2 )的嵌套方案(嵌套区域水平分辨率为 6 km)积分 72 h,并每小时输出预报结果.图 1 为 500 hPa 6 h 预报风场  $(u, v)$  流线图.

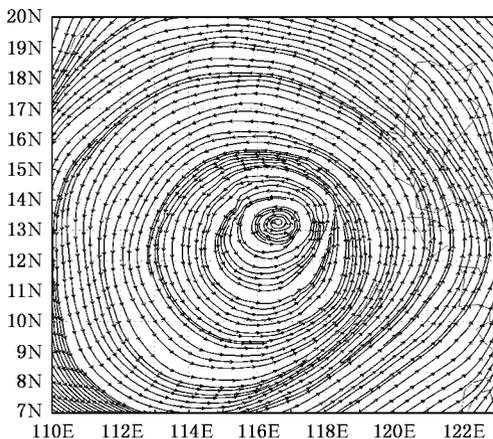


图 1 为 500 hPa 6 h 预报风场  $(u, v)$  流线图

#### 3.2. 分解 500 hPa 台风风场

根据第 2 节的变分方法可以对各层每时次的风场进行分解,下面以 500 hPa 6 h 预报风场  $(u, v)$  为例.

根据 2.1 节的变分方法提取出无旋气流  $(u_1, v_1)$  和最大的涡旋  $(u_2, v_2)$ ,图 2 为 500 hPa 6 h 预报无旋流场  $(u_1, v_1)$  流线图,图 3 为 500 hPa 6 h 预报最大的涡旋流场  $(u_2, v_2)$  流线图.

再根据 2.2 节的变分方法将最大的涡旋  $(u_2, v_2)$  分解为最大的对称涡旋  $(u_3, v_3)$  和不对称的  $\beta$  涡旋对  $(u_4, v_4)$ ,图 4 为 500 hPa 6 h 预报最大对称涡旋流场  $(u_3, v_3)$  等值线图,图 5 为 500 hPa 6 h 预报不对

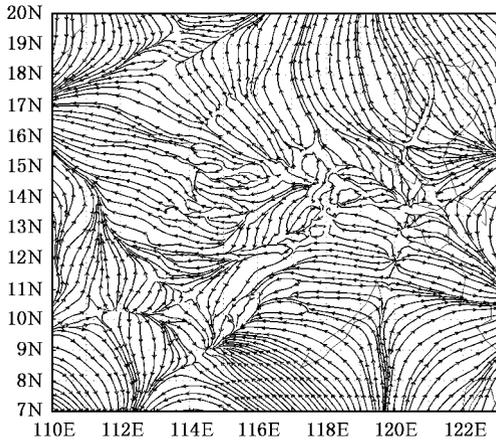


图 2 500 hPa 6 h 预报无旋流场 ( $u_1, v_1$ ) 流线图

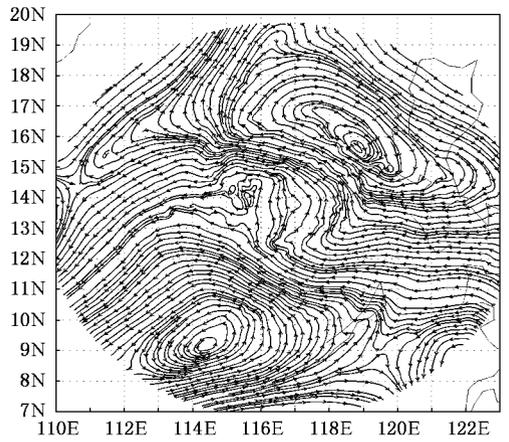


图 5 500 hPa 6 h 预报不对称涡旋对流场 ( $u_4, v_4$ ) 流线图

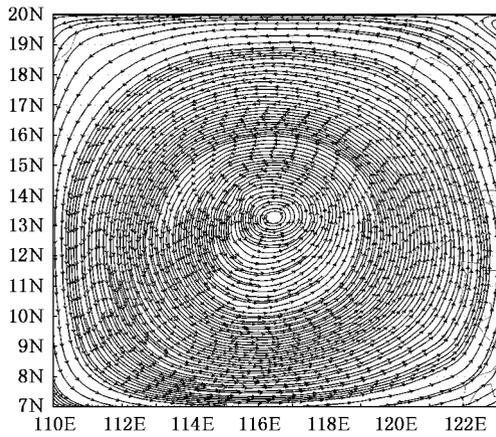


图 3 500 hPa 6 h 预报最大的涡旋流场 ( $u_2, v_2$ ) 流线图

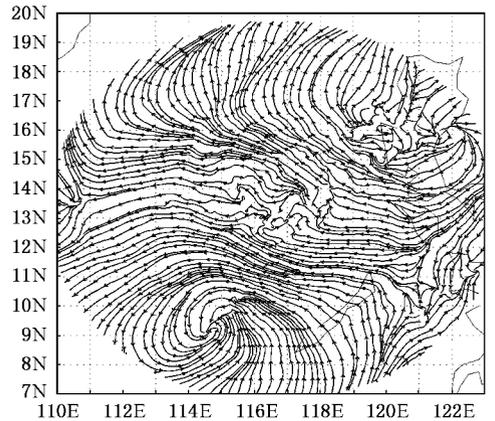


图 6 500 hPa 6 h 预报无旋流场和不对称的涡旋对的合成流场 ( $u_1 + u_4, v_1 + v_4$ ) 流线图

称的  $\beta$  涡旋对流场 ( $u_4, v_4$ ) 流线图, 图 6 为 500 hPa 6 h 预报无旋流场和不对称的  $\beta$  涡旋对的合成流场 ( $u_1 + u_4, v_1 + v_4$ ) 流线图。

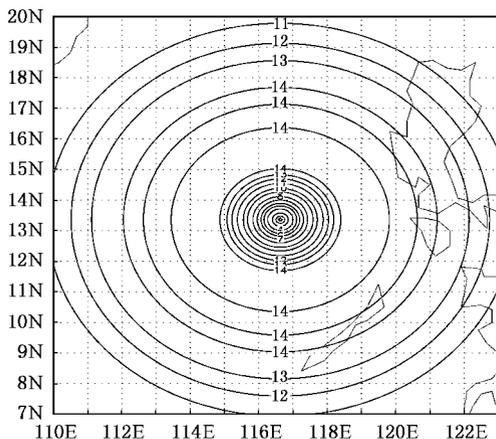


图 4 500 hPa 6 h 预报最大的对称涡旋流场 ( $u_3, v_3$ ) 等值线图

### 3.3. 结果分析

类似 3.2 将各个时次的 500 hPa 预报风场进行分解, 然后分析各个时次的无旋风场流线图可以知道, 这次台风主要是在偏北气流的无旋场中运动; 分析各个时次的无旋气流和不对称的涡旋对的合成流场 ( $u_1 + u_4, v_1 + v_4$ ) 表明, 在 6 h 时台风中心附近有自东向西的“通风流”, 在 12 h 其“通风流”开始调整, 逐渐变得不明显, 在 24 h 其“通风流”已调整为自南向北, 与台风的移动路径(24 h 以前是向西移动, 24 h 后转为向北移动)有较好的一致性。

为进一步分析无旋风场和不对称的  $\beta$  涡旋对对台风的移动路径的影响, 对台风中心 240 km(最大风速半径)范围内各点的风速求算术平均, 图 7 为 6—72 h 台风合成风场 ( $u, v$ ) 的平均速度矢量与移动路径合成图, 图 8 为 6—72 h 不对称的  $\beta$  涡旋对

$(u_4, v_4)$  的平均速度矢量与移动路径合成图,图 9 为 6—72 h 无旋流场  $(u_1, v_1)$  的平均速度矢量与移动路径合成图.

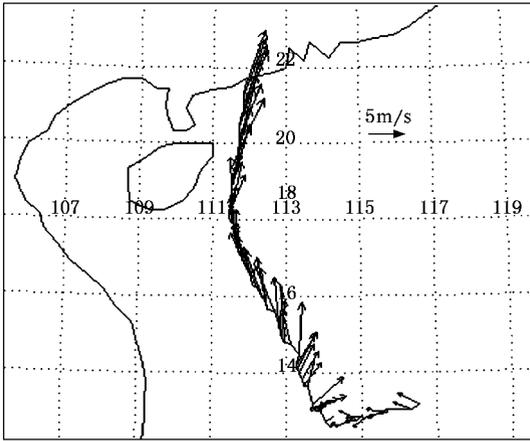


图 7 箭头表示 6—72 h 台风风场  $(u, v)$  的平均速度矢量,实线为移动路径

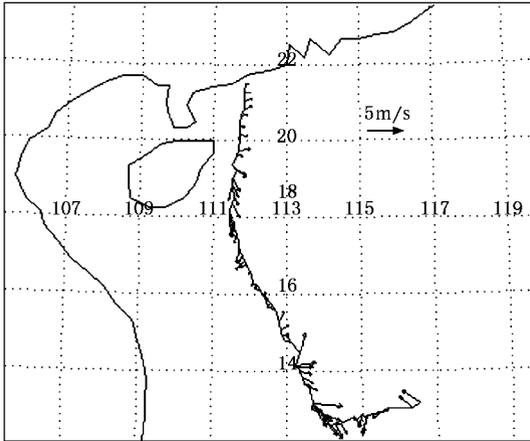


图 8 箭头表示 6—72 h 不对称的  $\beta$  涡旋对  $(u_4, v_4)$  的平均速度矢量,实线为移动路径

从图 7—9 可以看出,台风合成风场的平均速度矢量与移动路径的切线方向基本一致;在 6—12 h,不对称的  $\beta$  涡旋对对台风的移动方向起决定作用,随后不对称的  $\beta$  涡旋对的作用逐渐减弱,而无旋风

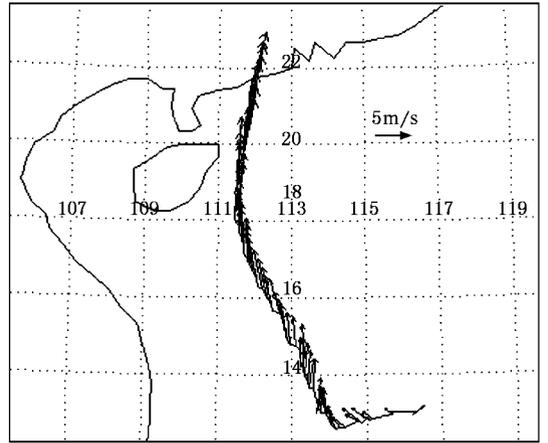


图 9 箭头表示 6—72 h 无旋流场  $(u_1, v_1)$  的平均速度矢量,实线为移动路径

场对台风的作用逐渐加强,在 24 h 后无旋风场对台风的移动方向起决定作用.

从该例子分析可得到:1)台风中心附近的“通风流”流向与台风的下一时刻的移动方向有较强的相关性,且“通风流”的变化具有超前性,对预测台风转向有一定的指示作用.2)台风的移动路径是由无旋风场(外因)和不对称的  $\beta$  涡旋对(内因)共同作用的结果.3)无旋风场和不对称的  $\beta$  涡旋对对台风的移动路径的影响程度在不同的时期是不一样的.这些结论与前人的研究结果是一致的,说明了用变分方法来分解台风风场是可信的.

### 4. 结 论

本文提出用变分方法将台风分解为无旋流场、对称涡旋和不对称的  $\beta$  涡旋对.该方法利用统一的数学模型,可以独立地分解各个层次高度的流场,分解得到的非对称涡旋是最大的涡旋,且由非对称涡旋分解得到的对称涡旋是满足速度环流守恒的最大涡旋.通过实例初步验证了该方法的准确性.因此利用该方法来研究台风运动的机理或制作台风移向的临近预报,都具有一定的实用价值.

- [ 1 ] Chen L S , Xu X D , Luo Z X 2002 *Introduction of Tropical Cyclone Dynamics* ( Beijing : China Meteorologica Press ) p106 [ 陈联寿、徐祥德、罗哲贤 2002 热带气旋动力学引论 ( 北京 : 气象出版社 ) 第 106 页 ]
- [ 2 ] Luo Z X 2003 *Science in China Series D* **33** 686 ( in Chinese ) [ 罗哲贤 2003 中国科学 D 辑 **33** 686 ]
- [ 3 ] Wang B , Li X 1992 *Mon. Wea. Rev.* **120** 579
- [ 4 ] Holland , G. J , Lander M 1993 *J. Atmos. Sci.* **50** 1254
- [ 5 ] Tian Y X , Luo Z X 1994 *Advances in Atmospheric Sciences* **11** 43
- [ 6 ] Xu X D , Chen L S 1996 *Acta Meteorologica Sinica* **54** 536 ( in Chinese ) [ 徐祥德、陈联寿 1996 气象学报 **54** 536 ]
- [ 7 ] Chen L S , Meng Z Y 2001 *Chinese Journal of Atmospheric Sciences* **25** 420
- [ 8 ] Fiorino Michael , Elsberry Russell L. 1989 *J. Atmos. Sci.* **46** 975
- [ 9 ] Elsberry R L 1995 WMO/TD-No. 693 106
- [ 10 ] Gray W M 1991 *J. Atmos. Sci.* **48** 1201
- [ 11 ] Xu X D , Chen L S , Xie Y Y , Kang D 1998 *Acta Meteorologica Sinica* **56** 129 ( in Chinese ) [ 徐祥德、陈联寿、解以扬、亢 迪 1998 气象学报 **56** 129 ]
- [ 12 ] Zhao S N , Xiong X Y , Zhu J 1996 *Acta Phys. Sin.* **45** 1817 ( in Chinese ) [ 赵松年、熊小芸、朱 江 1996 物理学报 **45** 1817 ]
- [ 13 ] Lin S J 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2057 ( in Chinese ) [ 林上金 2002 物理学报 **51** 2057 ]
- [ 14 ] Huang S X , Wu R S 2001 *Methods of Mathematical Physics in Atmospheric Science* ( Beijing : China Meteorologica Press ) p102 [ 黄思训、伍荣生 2001 大气科学中的数学物理问题 ( 北京 : 气象出版社 ) 第 102 页 ]

## On decomposition of typhoon flow field \*

Huang Si-Xun<sup>1,2)</sup> Cai Qi-Fa<sup>1)</sup> Xiang Jie<sup>1,2)</sup> Zhang Ming<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> *Institute of Meteorology , People's Liberation Army University of Science and Engineering , Nanjing 211101 , China*

<sup>2)</sup> *Key Laboratory of Meso-Scale Severe Weather / Ministry of Education , Department of Atmosphere Science , Nanjing University , Nanjing 210093 , China*

( Received 7 September 2006 ; revised manuscript received 4 October 2006 )

### Abstract

The present paper is concerned with characteristics of flow structures of typhoons , and the double variational method is applied. First , the typhoon flow field is decomposed into two parts : the maximum asymmetric vortex and irrotational environmental flow field. Then the maximum asymmetric vortex is also decomposed into two parts : the maximum symmetric vortex and  $\beta$ -gyres. Finally , typhoon Pearl ( 2006 ) is simulated by WRF mode ( weather research and forecasting model ) , and flow fields at various times at 500 hPa are decomposed using the above method. It turns out that the decomposed flow fields are useful for researches on motion and track prediction of typhoons.

**Keywords** : variational method , vortex ,  $\beta$ -gyres , ventilation

**PACC** : 9260G , 9260Q