第 56 卷 第 7 期 2007 年 7 月
1000-3290/2007/56(07)/3678-05
物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA
Vol.56,No.7,July,2007

相对转动非线性动力系统的稳定性与强迫激励下的近似解*

时培明† 刘 彬

(燕山大学信息科学与工程学院,秦皇岛 066004)

(2006 年 10 月 11 日收到;2006 年 10 月 30 日收到修改稿)

研究相对转动非线性动力系统的运动稳定性.建立具有一般广义阻尼力和外扰激励的一类两质量相对转动非线性动力系统的动力学方程.研究相对转动非线性动力自治系统的稳定性,证明系统在一定条件下可发生闭轨分岔.应用多尺度法得到强迫激励下非自治系统的近似解.

关键词:相对转动,非线性动力系统,运动稳定性,近似解
PACC:0340D,0313

1.引 言

近代物理学领域中,分析力学理论是发展十分迅速的一个分支.转动系统相对论性分析力学又是分析力学理论研究日趋活跃的部分.自从 Carmeli 于 1985 年创建了转动相对论力学理论[1,2],1996 年罗绍凯建立了转动相对论分析力学理论[3,4],转动相对论系统的研究受到学术界的广泛重视.文献[5,6]研究了转动相对论系统的代数结构、Noether 对称性和 Lie 对称性.文献[7—9]探讨了具有质量分离或并入的变质量系统的转动相对论理论.同时,转动相对论系统动力学的积分理论[10]和转动系统的相对论性分析静力学理论[11]也取得了一些进展.近年来,转动相对论 Birkhoff 系统动力学的基本理论、对称性理论、积分的场理论、代数结构、几何理论、积分不变量及平衡稳定性等方面的研究取得了成果[12—25].基于相对性原理,建立了弹性转轴任意两横截面间的相对转动线性和非线性动力学方程并进行了定量分析[26—30],研究了可归结为一类周期变系数线性系统的非线性相对转动系统的稳定性[31],研究了非线性刚度相对转动系统的动力学特性[32—36].

本文应用分析力学中具有耗散项的广义 Lagrange 方程建立了具有广义阻尼力和强迫激励项的两质量相对转动非线性动力系统的动力学普遍方程.针对一类滑动摩阻情形研究了相对转动非线性动力自治系统的稳定性.应用多尺度法[36—39]给出在外扰激励下非自治系统的近似解.这对工程中广泛存在的机械传动系统动态分析与控制具有指导意义和应用价值.

2.相对转动非线性动力系统的动力学方程

相对转动系统是广泛存在的动力传递基本力学系统.对于两质量相对转动系统而言,系统的动能为

$$E = \sum_{i=1}^{2} \frac{1}{2} I_i \dot{\theta}_i^2 = \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\theta}_2^2 . \tag{1}$$

系统的势能为

$$U = \frac{1}{2} K(\theta_1 - \theta_2)^2 . \tag{2}$$

广义力(广义力矩)为

$$Q_j = \sum_{i=1}^{2} F_i^i \frac{\partial \theta_i}{\partial q_j} \quad (j = 1,2,). \tag{3}$$

其中 $I_i(i=1,2)$ 为系统集中质量的转动惯量,K 为系统扭转刚度,$\theta_i(i=1,2)$,$\dot{\theta}_i(i=1,2)$ 分别为系统集中质量的转角,转速.$F_i^i = F_i + F_i^c$,F_i 为广义外力

* 国家十五重大科技攻关项目(批准号:ZZ02-13B-02-03-1)资助的课题.

† E-mail:peimingshi@163.com

（广义外力矩），F_i^c 为系统广义阻尼力．$q_j(j=1,2)$ 为广义坐标．

考虑更一般的非线性阻尼力情形，若阻尼力为相对转速差的任意函数形式，那么系统阻尼力可表示为

$$F_1^c=-f(\dot\theta_1-\dot\theta_2),\tag{4}$$

$$F_2^c=f(\dot\theta_1-\dot\theta_2),\tag{5}$$

其中 $f(\dot\theta_1-\dot\theta_2)$ 为相对转速差的任意函数，有

$$F_1^1=F_1+F_1^c=F_1-f(\dot\theta_1-\dot\theta_2),\tag{6}$$

$$F_2^2=F_2+F_2^c=F_2+f(\dot\theta_1-\dot\theta_2).\tag{7}$$

将(6)和(7)式代入(3)式得到本系统的广义力（广义力矩）为

$$\begin{aligned}Q_1&=(F_1+F_1^c)\frac{\partial\theta_1}{\partial\theta_1}+(F_2+F_2^c)\frac{\partial\theta_1}{\partial\theta_2}\\&=F_1-f(\dot\theta_1-\dot\theta_2),\end{aligned}\tag{8}$$

$$\begin{aligned}Q_2&=(F_1+F_1^c)\frac{\partial\theta_2}{\partial\theta_1}+(F_2+F_2^c)\frac{\partial\theta_2}{\partial\theta_2}\\&=F_2+f(\dot\theta_1-\dot\theta_2).\end{aligned}\tag{9}$$

将(8)和(9)式代入具有耗散项的 Lagrange 方程

$$\frac{\mathrm d}{\mathrm dt}\frac{\partial E}{\partial\dot q_j}-\frac{\partial E}{\partial q_j}+\frac{\partial U}{\partial q_j}=Q_j\quad(j=1,2),\tag{10}$$

得

$$I_1\ddot\theta_1+f(\dot\theta_1-\dot\theta_2)+K(\theta_1-\theta_2)=F_1,\tag{11}$$

$$I_2\ddot\theta_2-f(\dot\theta_1-\dot\theta_2)-K(\theta_1-\theta_2)=F_2,\tag{12}$$

式中 $\ddot\theta_i(i=1,2)$ 为系统集中质量的角加速度．

(11)和(12)式变形得

$$\ddot\theta_1+\frac{I_2}{I_1I_2}f(\dot\theta_1-\dot\theta_2)+\frac{I_2}{I_1I_2}K(\theta_1-\theta_2)=\frac{I_2}{I_1I_2}F_1,\tag{13}$$

$$\ddot\theta_2-\frac{I_1}{I_1I_2}f(\dot\theta_1-\dot\theta_2)-\frac{I_1}{I_1I_2}K(\theta_1-\theta_2)=\frac{I_1}{I_1I_2}F_2.\tag{14}$$

对于相对转动动力系统，考虑相对转角的变化，由(13)式减(14)式得到

$$\begin{aligned}&(\ddot\theta_1-\ddot\theta_2)+\frac{(I_1+I_2)}{I_1I_2}f(\dot\theta_1-\dot\theta_2)\\&+\frac{(I_1+I_2)}{I_1I_2}K(\theta_1-\theta_2)\\&=\frac{1}{I_1I_2}(I_2F_1-I_1F_2).\end{aligned}\tag{15}$$

令 $\theta_\Delta=\theta_1-\theta_2$，$\dot\theta_\Delta=\dot\theta_1-\dot\theta_2$，$\ddot\theta_\Delta=\ddot\theta_1-\ddot\theta_2$，$a_1=\frac{I_1+I_2}{I_1I_2}$，$a_2=Ka_1$，$F(t)=\frac{1}{I_1I_2}(I_2F_1-I_1F_2)$．

(15)式化为

$$\ddot\theta_\Delta+a_1f(\dot\theta_\Delta)+a_2\theta_\Delta=F(t),\tag{16}$$

式中 $f(\dot\theta_\Delta)$ 为相对转速 $\dot\theta_\Delta$ 的任意函数，一般为非线性项．$F(t)$ 为强迫激励项．

方程(16)就是在广义非线性阻尼力和外扰激励作用下两质量相对转动非线性动力系统的动力学普遍方程．这是工程中描述可简化为两质量转动系统的基本方程，是进一步研究系统动态特性的基础，对此方程进行定性与定量分析十分必要．

3．相对转动非线性动力系统的定性分析

实际工程物理结构中摩擦阻力不可避免．针对广泛存在的一类滑动摩擦的情形研究两质量相对转动非线性系统的稳定性．

令

$$f(\dot\theta_\Delta)=-c\dot\theta_\Delta+d\dot\theta_\Delta^3,\tag{17}$$

式中 c,d 为系数．

将(17)式代入(16)式，取 $F(t)=0$，得到两质量相对转动非线性动力系统的自治方程为

$$\ddot\theta_\Delta-a_1c\dot\theta_\Delta+a_1d\dot\theta_\Delta^3+a_2\theta_\Delta=0.\tag{18}$$

令 $\alpha=a_1c$，$\beta=a_1d$，$\omega_0^2=a_2$，则(18)式化为

$$\ddot\theta_\Delta-\alpha\dot\theta_\Delta+\beta\dot\theta_\Delta^3+\omega_0^2\theta_\Delta=0.\tag{19}$$

令 $\theta_1=\theta_\Delta$，$\theta_2=\dot\theta_\Delta$，化系统(19)为等价的一阶方程组为

$$\begin{aligned}\dot\theta_1&=\theta_2,\\\dot\theta_2&=-\omega_0^2\theta_1+\alpha\theta_2-\beta\theta_2^3.\end{aligned}\tag{20}$$

定理 1　当 $\alpha<0$，$\beta>0$ 时，系统(20)在 $O(0,0)$ 处是渐近稳定的．

证明　显然奇点 $O(0,0)$ 是系统(20)的唯一平衡点．令 $\theta_1=\theta$，$\theta_2=-\omega_0\varphi$，则系统(20)化为

$$\begin{aligned}\dot\theta&=-\omega_0\varphi,\\\dot\varphi_2&=\omega_0\theta+\alpha\varphi-\beta\omega_0^2\varphi^3.\end{aligned}\tag{21}$$

建立 Lyapunov 函数

$V(\theta,\varphi)=\frac{1}{2}(\theta^2+\varphi^2)$，则 $V(\theta,\varphi)$ 为正定函数，又

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm dV}{\mathrm dt}&=\frac{\partial V}{\partial\theta}\frac{\mathrm d\theta}{\mathrm dt}+\frac{\partial V}{\partial\varphi}\frac{\mathrm d\varphi}{\mathrm dt}\\&=\theta\dot\theta+\varphi\dot\varphi\end{aligned}$$

$$= \theta(-\omega_0\varphi) + \varphi(\omega_0\theta + \alpha\varphi - \beta\omega_0^2\varphi^3)$$
$$= \varphi^2(\alpha - \beta\omega_0^2).$$

由于 $\alpha<0$,$\beta>0$,可见 $\dot{V}(\theta,\varphi)$为负定的,于是系统(20)的零解是渐近稳定的.

定理 2 系统(20) 在 $\alpha=0$ 处发生闭轨分岔.

证明 系统(20)的线性近似方程为

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_1 &= \theta_2,\\ \dot{\theta}_2 &= -\omega_0^2\theta_1 + \alpha\theta_2.\end{aligned} \tag{22}$$

系统(22)的系数矩阵 A 为 $A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -\omega_0^2 & \alpha\end{bmatrix}$.

矩阵 A 的特征方程为

$$\lambda^2 - \alpha\lambda + \omega_0^2 = 0. \tag{23}$$

特征值为 $\lambda_{1,2}=\dfrac{\alpha\pm\sqrt{\alpha^2-4\omega_0^2}}{2}$.

情形 1 当 $\alpha>0$ 时,$O(0,0)$是线性近似系统(22)的双曲奇点(不稳定焦点),从而系统(20)在 $O(0,0)$处是不稳定的.应用 Lienard 作图法易证此情形下该系统在相空间上有一个稳定的极限环.

情形 2 当 $\alpha<0$ 时,$O(0,0)$是线性近似系统(22)的双曲奇点,从而系统(20)在 $O(0,0)$处是稳定的.由定理 1 知奇点 $O(0,0)$是渐近稳定的.

综上所述,该系统在 $\alpha=0$ 处发生了闭轨分岔.

4. 相对转动非线性动力系统在强迫激励下的近似解

令 $F(t)=A\cos(\Omega t)$,$A\neq 0$,则自治系统(19)化为强迫激励下的非自治系统为

$$\ddot{\theta}_\Delta + \omega_0^2\theta_\Delta - \alpha\dot{\theta}_\Delta + \beta\dot{\theta}_\Delta^3 = A\cos(\Omega t). \tag{24}$$

应用多尺度法[36—39]求解系统(24)的近似解.

情形 1 主共振响应求解.

为使外扰力和非线性阻尼项出现在同一摄动方程中,设干扰力的幅值 A 为 $A=\varepsilon k$.对非线性项冠以小参数 ε,则(24)式化为

$$\ddot{\theta}_\Delta + \omega_0^2\theta_\Delta = \varepsilon(\alpha\dot{\theta}_\Delta - \beta\dot{\theta}_\Delta^3) + \varepsilon k\cos(\Omega t). \tag{25}$$

令 $\Omega=\omega_0+\varepsilon\sigma$,$\Omega t=\omega_0 t+\varepsilon\sigma t=\omega_0T_0+\sigma T_1$,设系统(24)的解为

$$\theta_\Delta = \theta_0(T_0,T_1) + \varepsilon\theta_1(T_0,T_1) + \cdots \tag{26}$$

代入系统得

$$\begin{aligned}&D_0^2\theta_0 + \omega_0^2\theta_0 = 0,\\ &D_0^2\theta_1 + \omega_0^2\theta_1\\ &= -2D_0D_1\theta_0 + \alpha D_0\theta_0 - \beta(D_0\theta_0)^3\\ &\quad + k\cos(\omega_0T_0 + \sigma T_1),\end{aligned} \tag{27, 28}$$

式中 D_i 为偏微分算子,$D_i=\dfrac{\partial}{\partial T_i}(i=0,1,2,\cdots,n)$.

设系统(27)的通解为

$$\theta_0 = a\cos(\omega_0T_0 + \varphi), \tag{29}$$

式中 $a=a(T_1)$,$\varphi=\varphi(T_1)$,代入方程(28)得

$$\begin{aligned}&D_0^2\theta_1 + \omega_0^2\theta_1\\ &= 2a'\omega_0\sin\Phi + 2a\omega_0\varphi'\cos\Phi - \alpha a\omega_0\sin\Phi\\ &\quad + \beta a^3\omega_0^3\sin^3\Phi + k\cos(\omega_0T_0 + \sigma T_1)\\ &= \Big[2a'\omega_0 + \frac{\beta}{4}a^3\omega_0^3 - \alpha a\omega_0\\ &\quad - k\sin(\sigma T_1 - \varphi)\Big]\sin\Phi\\ &\quad + [2a\omega_0\varphi' + k\cos(\sigma T_1 - \varphi)]\cos\Phi\\ &\quad + \frac{3\beta}{4}a^3\omega_0^3\sin^3\Phi,\end{aligned} \tag{30}$$

其中 a',φ'为对 T_1 的导数,$\Phi=\omega_0T_0+\varphi$.消除 θ_1 中的久期项得

$$\begin{aligned}&2a'\omega_0 + \frac{\beta}{4}a^3\omega_0^3 - \alpha a\omega_0 - k\sin(\sigma T_1 - \varphi) = 0,\\ &2a\omega_0\varphi' + k\cos(\sigma T_1 - \varphi) = 0,\end{aligned} \tag{31}$$

或

$$\begin{aligned}a' &= \frac{1}{2}\Big(\alpha - \frac{\beta}{4}a^2\omega_0^2\Big)a + \frac{k}{2\omega_0}\sin\psi,\\ a\psi' &= a\sigma + \frac{k}{2\omega_0}\cos\psi,\end{aligned} \tag{32}$$

式中 $\psi=\sigma T_1-\varphi$,由方程(32)就可求得一次近似解为

$$\begin{aligned}\theta_\Delta &= a\cos(\omega_0T_0 + \varphi)\\ &= a\cos(\Omega t - \beta) + O(\varepsilon).\end{aligned} \tag{33}$$

情形 2 远离共振响应求解.

设干扰力频率 Ω 远离线性固有频率 ω_0 和 $\frac{1}{3}\omega_0$,$3\omega_0$等,以避免发生主共振、次谐波共振和超谐波共振.因为 Ω 远离 ω_0,所以必须是硬激励,即设 $A=O(1)$量级.于是渐近方程为

$$\begin{aligned}&D_0^2\theta_0 + \omega_0^2\theta_0\\ &= A\cos\Omega T_0,\end{aligned} \tag{34}$$

$$\begin{aligned}&D_0^2\theta_1 + \omega_0^2\theta_1\\ &= -2D_0D_1\theta_0 + \alpha D_0\theta_0 - \beta(D_0\theta_0)^3.\end{aligned} \tag{35}$$

设方程(34)的解为

$$\theta_0 = a(T_1)\cos[\omega_0T_0 + \varphi(T_1)] + \Lambda\cos\Omega T_0, \tag{36}$$

其中 $\Lambda = A(\omega_0^2 - \Omega^2)^{-1}$，则方程(35)为

$$
\begin{aligned}
& D_0^2\theta_1 + \omega_0^2\theta_1 \\
={}& 2a'\omega_0\sin\Phi + 2a\omega_0\varphi'\cos\Phi - \alpha a\omega_0\sin\Phi \\
& - \alpha\Lambda\Omega\sin\Omega T_0 + \beta a^3\omega_0^3\sin^3\Phi \\
& + 3\beta a^2\omega_0^2\Lambda\Omega\sin^2\Phi\sin\Omega T_0 \\
& + 3\beta a\omega_0\Lambda^2\Omega^2\sin\Phi\sin^2\Omega T_0 \\
& + \beta\Lambda^3\Omega^3\sin^3\Omega T_0 \\
={}& \Big[2a'\omega_0 - \alpha a\omega_0 + \frac{3}{4}\beta a^3\omega_0^3 \\
& + \frac{3}{2}\beta a\omega_0\Lambda^2\Omega^2\Big]\sin\Phi + 2a\omega_0\varphi'\cos\Phi, \\
& + \left(\frac{3}{4}\beta\Lambda^3\Omega^3 + \frac{3}{2}\beta a^2\omega_0^2\Lambda\Omega - \alpha\Lambda\Omega\right)\sin\Omega T_0 \\
& - \frac{3}{4}\beta a^2\omega_0^2\Lambda\Omega\sin[(2\omega_0 + \Omega)T_0 + 2\varphi] \\
& + \frac{3}{4}\beta a^2\omega_0^2\Lambda\Omega\sin[(2\omega_0 - \Omega)T_0 + 2\varphi] \\
& - \frac{3}{4}\beta a\omega_0\Lambda^2\Omega^2\sin[(\omega_0 + 2\Omega)T_0 + \varphi] \\
& - \frac{3}{4}\beta a\omega_0\Lambda^2\Omega^2\sin[(\omega_0 - 2\Omega)T_0 + \varphi],
\end{aligned}
\tag{37}
$$

其中 a'，φ' 为对 T_1 的导数，$\Phi = \omega_0 T_0 + \varphi$，消去 θ_1 中的久期项得

$$
\begin{aligned}
& 2a'\omega_0 - \alpha a\omega_0 + \frac{3}{4}\beta a^3\omega_0^3 \\
& + \frac{3}{2}\beta a\omega_0\Lambda^2\Omega^2 = 0, \\
& 2a\omega_0\varphi' = 0,
\end{aligned}
\tag{38}
$$

或

$$
\begin{aligned}
a' &= \frac{1}{2}\left(\eta - \frac{3}{4}\beta a^2\omega_0^2\right)a, \\
\varphi' &= 0,
\end{aligned}
\tag{39}
$$

式中 $\eta = \alpha - \frac{3}{2}\beta\Omega^2A^2(\omega_0^2 - \Omega^2)^{-2}$，由上式可以解出

$$\varphi = C\text{(常量)},$$

$$a^2 = 4\eta/[\omega_0^2 + (4\eta/a_0^2 - \omega_0^2)\mathrm{e}^{-\eta T_1}],$$

式中 a_0 为初始幅值. 于是得到一次近似解为

$$\theta_\Delta = a\cos(\omega_0 t + \varphi) + A(\omega_0^2 - \Omega^2)^{-1}\cos\Omega t. \tag{40}$$

5. 结　论

本文建立了具有一般广义阻尼力和外扰激励的一类两质量相对转动非线性动力系统的普遍动力学方程. 研究了相对转动非线性动力自治系统的稳定性，证明系统在一定条件下可发生闭轨迹分岔. 应用多尺度法求得非自治系统方程在小阻尼、弱强迫时的近似解.

[1] Carmeli M 1985 *Found. Phys.* **15** 175

[2] Carmeli M 1986 *Int. J. Theor. Phys.* **25** 89

[3] Luo S K 1996 *J. Beijing Inst. Technol.* **16** (S1) 154 (in Chinese) [罗绍凯 1996 北京理工大学学报 **16** (S1) 154]

[4] Luo S K 1998 *Appl. Math. Mech.* **19** 45

[5] Fu J L, Chen X W, Luo S K 1999 *Appl. Math. Mech.* **20** 1266

[6] Fu J L, Chen X W, Luo S K 2000 *Appl. Math. Mech.* **21** 549

[7] Fang J H 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1028 (in Chinese) [方建会 2000 物理学报 **49** 1028]

[8] Fang J H, Zhao S Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 390 (in Chinese) [方建会、赵嵩卿 2001 物理学报 **50** 390]

[9] Fang J H 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1001 (in Chinese) [方建会 2001 物理学报 **50** 1001]

[10] Luo S K, Guo Y X, Chen X W 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2053 (in Chinese) [罗绍凯、郭永新、陈向炜 2001 物理学报 **50** 2053]

[11] Jia L Q 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1039 (in Chinese) [贾利群 2003 物理学报 **52** 1039]

[12] Luo S K 2002 *Chin. Phys. Lett.* **19** 449

[13] Luo S K, Chen X W, Guo Y X 2002 *Chin. Phys.* **11** 429

[14] Luo S K, Chen X W, Guo Y X 2002 *Chin. Phys.* **11** 523

[15] Luo S K, Fu J L, Chen X W 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 383 (in Chinese) [罗绍凯、傅景礼、陈向炜 2001 物理学报 **50** 383]

[16] Fu J L, Chen L Q, Luo S K, Chen X W, Wang X M 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2289 (in Chinese) [傅景礼、陈立群、罗绍凯、陈向炜、王新民 2001 物理学报 **50** 2289]

[17] Luo S K, Guo Y X, Chen X W, Fu J L 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2049 (in Chinese) [罗绍凯、郭永新、陈向炜、傅景礼 2001 物理学报 **50** 2049]

[18] Fu J L, Chen L Q, Xue Y, Luo S K 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2683 (in Chinese) [傅景礼、陈立群、薛　纭、罗绍凯 2002 物理学报 **51** 2683]

[19] Fu J L, Chen L Q, Xue Y 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 256 (in Chinese) [傅景礼、陈立群、薛　纭 2003 物理学报 **52** 256]

[20] Zhang K, Feng J 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2985 (in Chinese) [张　凯、冯　俊 2005 物理学报 **54** 2985]

[21] Luo S K, Lu Y B, Zhou Q, Wang Y D, Ou Y S 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1913 (in Chinese) [罗绍凯、卢一兵、周　强、王应德、欧阳实 2002 物理学报 **51** 1913]

[22] Luo S K 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 5 (in Chinese) [罗绍凯 2004 物理学报 **53** 5]

[23] Luo S K 2002 *Acta Phys*. *Sin*. **51** 712(in Chinese)[罗绍凯 2002 物理学报 **51** 712]

[24] Luo S K 2002 *Acta Phys*. *Sin*. **51** 1416(in Chinese)[罗绍凯 2002 物理学报 **51** 1416]

[25] Luo S K, Chen X W, Fu J L 2001 *Chin*. *Phys*. **10** 271

[26] Dong Q L, Liu B 2002 *Acta Phys*. *Sin*. **51** 2191(in Chinese)[董全林、刘 彬 2002 物理学报 **51** 2191]

[27] Dong Q L, Wang K, Zhang C X, Liu B 2004 *Acta Phys*. *Sin*. **53** 337(in Chinese)[董全林、王 坤、张春熹、刘 彬 2004 物理学报 **53** 337]

[28] Zhao W, Liu B 2005 *Acta Phys*. *Sin*. **54** 4543(in Chinese)[赵武、刘 彬 2005 物理学报 **54** 4543]

[29] Wang K 2005 *Acta Phys*. *Sin*. **54** 3987(in Chinese)[王 坤 2005 物理学报 **54** 3987]

[30] Wang K 2005 *Acta Phys*. *Sin*. **54** 5530(in Chinese)[王 坤 2005 物理学报 **54** 5530]

[31] Zhao W, Liu B, Shi P M, Jiang J S 2005 *Acta Phys*. *Sin*. **54** 3852 (in Chinese)[赵 武、刘 彬、时培明、蒋金水 2005 物理学报 **54** 3852]

[32] Rook T E, Singh R 1995 *J*. *Sound Vib*. **182** 303

[33] Asokanthan S F, Meehan P A 2000 *J*. *Sound Vib*. **233** 297

[34] Kim T C, Rook T E, Singh R 2005 *J*. *Sound Vib*. **281** 965

[35] Duan C W, Singh R 2005 *J*. *Sound Vib*. **285** 803

[36] El-Bassiouny A F 2006 *Physica* A **366** 167

[37] Nayfeh A H 1981 *Introduction to Perturbation Techniques* (New York: Academic) p46

[38] Nayfeh A H 1998 *Nonlinear Interactions* (New York: Academic) p55

[39] El-Bassiouny A F 2005 *Appl*. *Math*. *Comput*. **162** 835

Stability of nonlinear dynamical system of relative rotation and approximate solution under forced excitation*

Shi Pei-Ming† Liu Bin

(*College of Information Science and Engineering*, *Yanshan University*, *Qinhuangdao* 066004, *China*)

(Received 11 October 2006; revised manuscript received 30 October 2006)

Abstract

The stability of nonlinear dynamical system of relative rotation is studied. Firstly, the dynamics equation of relative rotation autonomous nonlinear dynamical system with commonly damped force and forced excitation is deduced. Secondly, the stability of relative rotation nonlinear dynamical system is studied. For the nonlinear dynamical system, it is proved that the closed orbit bifurcation can occur under some conditions. Finally, The approximate solution of the equation under forced excitation is obtained by the method of multiple scales.

Keywords: relatively rotation, nonlinear dynamical system, stability of motion, approximate solution

PACC: 0340D, 0313

* Project supported by the National Significant Tackle Key Problem for 10th 5-year Plan of China (Grant No. ZZ02-13B-02-03-1).

† E-mail: peimingshi@163.com