

# 双光子抽运随机激光器中辐射光能量的演化<sup>\*</sup>

王可嘉 刘劲松<sup>†</sup> 吕健滔

(华中科技大学光电科学与工程学院, 激光技术国家重点实验室, 武汉 430074)

(2006 年 9 月 29 日收到, 2006 年 11 月 8 日收到修改稿)

基于非相干反馈随机激光器的扩散方程理论, 将扩散方程中的增益项改写为饱和形式, 并利用有限差分方法, 研究了双光子抽运随机激光器中辐射光能量随时间演化特性. 对扩散方程的数值求解给出了系统辐射光能量由自发辐射开始, 经历小信号增益状态得到放大, 再到由于增益饱和和形成稳态输出的整个演化过程. 表明介质的无序导致了在较低能量情况下也能获得饱和和增益这样的非线性效应. 结果为研究获得双光子抽运随机激光器的稳态输出提供了理论依据.

关键词: 随机激光器, 双光子抽运, 饱和效应, 无序介质中的光学效应

PACC: 4220, 4260D, 4265C, 4255

## 1. 引 言

从 20 世纪 90 年代开始, 人们对光在增益无序介质中与介质相互作用而产生的受激辐射现象的研究表现出了极大的兴趣<sup>[1-11]</sup>. 实验上, 国内外的学者们在不同的随机介质中观测到了光的放大. Lawandy<sup>[1]</sup>在有机掺杂胶体溶液荧光实验中发现了光的放大. Cao 等人<sup>[2]</sup>在 ZnO 半导体粉末的荧光试验中也观测到了随机激光辐射. 而在理论方面, 人们提出了很多种理论去解释这些实验现象. 例如, 扩散模型<sup>[12]</sup>, 混沌激光腔理论<sup>[13]</sup>, 含时理论<sup>[14]</sup>, 解析近似方法以及量子理论<sup>[15]</sup>. 事实上这些理论可以分成两大类: 1) 非相干反馈随机激光器理论, 2) 相干反馈随机激光器理论. 这两种理论的区别在于光放大的机理不同, 前者基于能量或者能量密度的反馈, 而后者基于场或者振幅的反馈. 根据这两种不同理论可以解释不同的实验现象. 例如前者解释了 Lawandy 实验中的单峰频谱, 而后者揭示了 Cao 实验中多峰频谱的本质.

最近几年, 新的随机激光器的实验现象被报道出来<sup>[16-20]</sup>. Liu 等人观测到了随机激光器的非线性效应<sup>[17]</sup>. Wiesma 等人<sup>[16, 20]</sup>制作出了温度控制的随机激光器. 在这些实验当中, 截至吸收抽运能量的机理

都是单光子吸收. 而 Zacharakis 利用双光子吸收效应在含 TiO<sub>2</sub> 的香豆素凝胶随机介质, 得到类激光现象<sup>[18]</sup>. 这一试验的重要性在于抽运源不再局限于短波长紫外光或者近紫外光, 人们可以根据多光子吸收机理选择比较容易得到的长波长的光源. 而且双光子抽运随机激光器的阈值远远低于单光子抽运随机激光器. Burin 等人<sup>[19]</sup>利用扩散模型得到了一个介质内部辐射光能量的解析表达式, 从而解释了这一现象. 但在他们的模型中忽略了介质吸收的饱和效应, 而这对于介质内部辐射光的影响是很重要的. Wang 等人<sup>[21]</sup>对 Burin 等人提出的扩散方程进行了修正, 在增益中唯象地引入一个饱和光强项, 模拟了增益介质中的饱和效应. 通过对修正过的方程进行数值求解, 证明了在双光子抽运随机激光器中, 由于饱和效应的存在, 辐射光能量不是随时间持续增长的, 而是趋近一个稳定值. 结果分析表明这个稳定值与饱和光强项有关系. 另一方面, 根据传统激光理论<sup>[22]</sup>, 饱和光强为介质的固有特性, 即不同的介质具有不同饱和光强值. 因此根据计算结果, 可以通过选取不同介质构形来控制激光稳态输出. 而本文利用文献 [21] 中的模型, 即同样在增益项中考虑了饱和和吸收, 重点考察了辐射光能量如何从自发辐射, 经历小信号增益放大, 进入饱和输出状态这一过程, 在理论上研究了具有饱和吸收效应的双光子吸收随机

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号: 60378001)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人. E-mail: jslu4508@vip.sina.com

介质内部辐射光能量的演化.

## 2. 基本理论

为简单起见,我们选择一维随机激光器模型.根据随机激光器的扩散模型理论,我们首先写出抽运光在随机介质中传播的扩散方程<sup>[19]</sup>

$$D_p \frac{d^2 I_p}{dx^2} - \alpha I_p^2 = 0, I_p(p) = I_0, \quad (1)$$

其中  $I_p$  为抽运光能量,  $D_p$  为扩散系数,  $\alpha$  表征了随机介质的吸收效应.那么对于一个半无限长一维随机激光器,上述方程有解<sup>[19]</sup>:

$$I_p = \frac{I_0}{\left(1 + \sqrt{\frac{\alpha I_0}{6D_p}} x\right)^2}. \quad (2)$$

由解可以看出双光子抽运光能量在  $x$  方向上随扩散距离的增大是衰减的.因此在抽运光能量主要局限在抽运光入射端的附近.这一点对于双光子抽运是非常重要的,这是因为光能量被限制在很短的距离内,那么在这一距离内可以产生很强的非线性效应,即双光子吸收效应.另一方面,在文献[19]中同样给出了单光子抽运情况下辐射光的扩散方程解,通过对两个解的分析可得出双光子抽运情况下的激光阈值比单光子抽运情况激光阈值低一个数量级.

根据抽运光能量的分布可以写出系统的增益系数  $g_0(x)$ <sup>[19]</sup>为

$$g_0(x) = \beta \alpha I_p^2 = \beta \alpha \frac{I_0^2}{\left(1 + \sqrt{\frac{\alpha I_0}{6D_p}} x\right)^4}, \quad (3)$$

其中  $\beta$  为吸收和增益之间的比例系数.此增益系数为小信号增益系数.那么根据传统的激光理论,当辐射光增长到一定的时候,由于饱和效应增益将随着光强度的增加而变小.因此增益系数修正为

$$g_s(x) = \frac{g_0(x)}{1 + \frac{I_e(x)}{I_s}}, \quad (4)$$

其中  $I_e$  为系统辐射光能量;  $I_s$  是唯象引入的系统饱和光能量,与时间无关,且表征了增益介质的内禀特性<sup>[21]</sup>.

下面给出辐射光在随机增益介质中传播的扩散方程<sup>[21]</sup>:

$$\frac{\partial I_e}{\partial t} = D_e \frac{\partial^2 I_e}{\partial x^2} + (g(x) - \gamma) I_e, \quad I_e(0) = 0, I_e(\infty) < \infty, \quad (5)$$

其中  $D_e$  是辐射光的扩散系数,  $\gamma$  为介质的吸收系数.  $g(x)$  为方程(3)(4)给出的增益系数.

由以上方程可以看出,方程(5)为一个非线性的方程,解析解很难获得,所以我们利用差分法数值求解此方程.

## 3. 数值计算及结果讨论

方程两边同除以饱和光能量  $I_e$ , 即对辐射光能量  $I_e$  用  $I_s$  进行归一化,令  $y(x, t) = I_e/I_s$ . 方程(5)变为

$$\frac{\partial y}{\partial t} = D_e \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \left(\frac{g_0(x)}{1+y} - \gamma\right) y. \quad (6)$$

利用有限差分法对方程(6)进行数值计算.其中边界条件使用吸收性边界条件,此条件刻画了辐射光向系统外辐射能量.半无限长一维随机增益介质改变为有限长度  $L$ . 各种计算参数在表1中给出.

表1 计算参数

介质折射率 $n$	2.0
辐射光中心波长 $\lambda_e/\text{nm}$	480
抽运光中心波长 $\lambda_p/\text{nm}$	800
辐射光在介质中的平均散射自由程 $l_e/\lambda_e$	10
抽运光在介质中的平均散射自由程 $l_p/\lambda_p$	10
介质中的光速 $v$	$c/n$
辐射光的扩散系数 $D_e$	$vl_e/3$
抽运光的扩散系数 $D_p$	$vl_p/3$
介质的长度 $L/\text{cm}$	3
无序介质的吸收系数 $\alpha/\%$	6.5
吸收和增益之间的比例系数 $\beta/\%$	1.0
辐射光吸收系数 $\gamma$	$10^{-5}$

为了激发系统,我们设置归一化光能量  $y$  具有初始值  $1 \times 10^{-9}$ . 这些值随机分布在系统内,恰好模拟了系统内自发辐射现象.

选取不同的计算时间可以得到辐射光能量  $y$  的演化过程.图1给出了系统小信号增情况下0.3 ns和1 ns时辐射光能量的分布.

由图1(a)可以看出整个系统在0.3 ns时,只有在抽运光注入的边界处辐射光能量有明显的增强,其增强的方式可以近似为一条直线.而在介质内部并没有发生明显的变化.因此在0.3 ns时,抽运光注入的边界处发生受激辐射现象,辐射光被放大.而在内部由于光的扩散过程需要时间,因此还没有发生

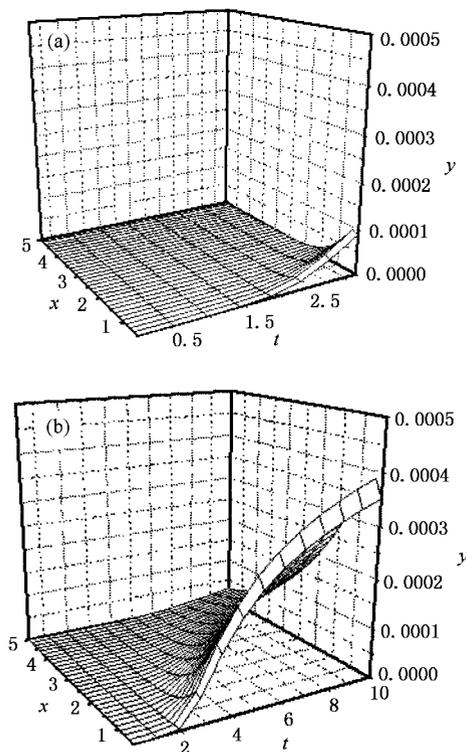


图 1 小信号增益时不同计算时间系统辐射光能量的分布图  
(a)  $x = 3 \text{ cm}$ ,  $t = 0.3 \text{ ns}$  (b)  $x = 3 \text{ cm}$ ,  $t = 1 \text{ ns}$

受激辐射现象.

将计算时间延伸到 1 ns, 计算结果由图 1(b) 给出. 由图可以清楚地看出从 0.8 ns 开始整个系统已经完全进入了受激辐射放大状态. 其中  $y$  与时间的关系由图可以看出大致呈指数增长的关系, 即  $y \propto \exp(\lambda t)$  ( $\lambda > 0$ ). 这一点与 Burin 的理论<sup>[19]</sup>是一致的.  $y$  与空间位置  $x$  的关系为从抽运光入射端向介质内部呈下降的趋势, 这一结论与 Burin 的理论<sup>[19]</sup>也是一致的. 导致这一趋势原因主要在于抽运光在介质中传播也是一种扩散过程. 对于扩散过程而言, 距离源越近的地方, 其能量越大. 所以在注入抽运光的边界处, 其增益系数是最大的. 因此由图可以看出, 在这一边界处, 辐射光的能量也是最大的. 在计算时间终点处, 辐射光的能量的趋势还是在明显放大, 因此此时根据传统的激光理论, 整个系统还处于小信号增益阶段, 并没有发生增益饱和这种非线性效应.

将计算时间扩大到 3 ns, 此时系统已经进入饱和增益状态. 图 2 给出了计算结果.

从图 2 可以清晰地看出, 从 2 ns 开始整个系统的辐射光能量随时间的分布是稳定的, 也就是说, 光能量不在随时间明显得增长了. 整个系统的状态处

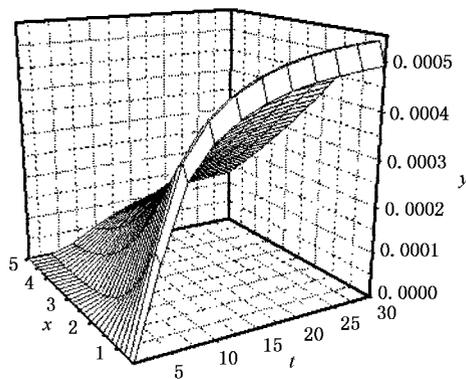


图 2 3 ns 时系统辐射光能量的分布图 ( $x = 3 \text{ cm}$ ,  $t = 3 \text{ ns}$ )

于一种动态平衡的状态. 具体解释如下: 系统在经历了小信号增益后, 辐射光能量呈指数增长; 当光能量增大到一定程度时, 饱和效应出现, 即从 2 ns 开始. 从这个时刻开始, 由于饱和效应, 辐射光能量从介质处得到的放大是一定的, 而另一方面, 激光的输出可以视为损耗, 这种损耗平衡了辐射光的放大. 从辐射光的输出角度来看, 此时系统辐射光的能量是稳定的, 因此得到了激光的稳态输出<sup>[21]</sup>.

有一点必须说明的是: 图 1, 2 中, 辐射光在注入抽运光边界处有一个下降. 这是因为在数值计算时, 在此边界处设定了吸收边界条件. 这一边界条件模拟了激光的输出.

利用双光子吸收效应抽运随机激光的好处在于对于单光子抽运需要使用紫外光源. 而利用双光子吸收效应来抽运的话, 抽运光的波长可以增长. 在数值模拟时采用的就是 800 nm, 这样的光源是可以很容易地获得. 另外需要说明的是饱和效应事实上是一种非线性效应. 根据传统意义的非线性效应原理, 获得非线性效应必须要求高能量. 在 Zacharakis 的实验中<sup>[18]</sup>, 光能量事实上是很小的. 事实上, 产生非线性效应的原因在于介质的无序性. 具体解释为由于介质的无序性, 使得抽运光和辐射光在扩散过程中都产生了局域效应. 这种局域效应导致在很小的空间范围内, 光的能量变得相对很大, 从而导致了饱和效应的产生. 因此可以认为介质的无序性增强了辐射光的局域放大, 从而产生饱和效应, 导致辐射光的稳态输出.

### 4. 结 论

利用扩散方程理论, 分析了双光子抽运随机激

光器内辐射光能量的演化特性. 利用有限差分法数值求解了具有增益项的扩散方程, 其中在增益项上体现了饱和效应. 结果获得了随机激光器中辐射光能量从自发辐射开始, 经历小信号增益状态得到放大, 再到由于增益饱和而形成稳态输出的整个演化过程. 对结果的讨论并结合前人的成果, 可以得出, 利

用双光子抽运较单光子抽运有如下优点: 抽运光源易于获得, 阈值功率降低, 结合介质的随机性和双光子吸收非线性效应可以获得很高的局域性抽运能量, 从而更为有效激励整个系统, 利用饱和效应可获得激光的稳态输出.

- 
- [ 1 ] Lawandy N M, SsIschandran R M, Lgomes A S *et al* 1994 *Nature* **388** 436
- [ 2 ] Cao H, Xu J Y, Zhang D Z *et al* 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 5584
- [ 3 ] Cao H, Zhao Y G, Ong H C *et al* 1998 *Appl. Phys. Lett.* **73** 3656
- [ 4 ] Cao H, Zhao Y G, Ho S T *et al* 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 2278
- [ 5 ] Wiersma D S 2000 *Nature* **406** 132
- [ 6 ] Cao H, Zhao Y G, Ong H C *et al* 1999 *Phys. Rev. B* **59** 15107
- [ 7 ] Cao H, Ling Y, Xu J Y *et al* 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 4524
- [ 8 ] Liu J S, Wang H 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4224 ( in Chinese ) [ 刘劲松、王宏 2004 物理学报 **53** 4224 ]
- [ 9 ] Liu J S, Wang C, Lu J T *et al* 2004 *Phys. Lett. A* **333** 395
- [ 10 ] Liu J S, Liu H, Wang C 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3116 ( in Chinese ) [ 刘劲松、刘海、王春 2005 物理学报 **54** 3116 ]
- [ 11 ] Wang H 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 2616 ( in Chinese ) [ 王宏 2007 物理学报 **56** 2616 ]
- [ 12 ] Wiersma D S, Lagendijk A 1996 *Phys. Rev. E* **54** 4256
- [ 13 ] Hackenbroich G, Viviescas C, Haake F 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 083902
- [ 14 ] Jiang X Y, Soukoulis C M 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 70
- [ 15 ] Burin A, Ratner M A, Cao H *et al* 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 093904
- [ 16 ] Wiersma D S, Colocci M, Righini R 2001 *Phys. Rev. A* **64** 144208
- [ 17 ] Liu B, Yamilov A, Ling Y, Xu J Y *et al* 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 063903
- [ 18 ] Zacharakis G, Papadogiannis N A, Papzoglou T G 2002 *Appl. Phys. Lett.* **81** 2511
- [ 19 ] Burin A L, Cao H, Ratner M A 2003 *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **9** 124
- [ 20 ] Wiersma D S, Cavalieri S 2001 *Nature* **414** 708
- [ 21 ] Wang K J, Liu J S, Lu J T 2003 *Opt. Quant. Electro.* **37** 1001
- [ 22 ] Siegman A E 1986 *Laser* ( CA : University Science Books, Mill Valley ) p430

# Evolution of emitted light intensity in two-photon pumping random lasers<sup>\*</sup>

Wang Ke-Jia Liu Jin-Song<sup>†</sup> Lü Jian-Tao

(*School of Optoelectronics Science and Engineering, State Key Laboratory of Laser Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China*)

(Received 29 September 2006; revised manuscript received 8 November 2006)

## Abstract

Based on the diffusive equation of incoherent-feedback random lasers, whose gain is modified by adding a saturation factor, the evolution of the emitted light intensity in two-photon pumping random lasers varying with time is studied by use of finite difference method. Numerical results show how the intensity of emitted light varies from the spontaneous radiation, which undergoes amplification at small-signal gain, to the steady output due to the saturation effect. It is noted that the nonlinear effect, e.g. saturation of gain, in such laser system can be achieved under low intensity conditions due to the disorder of media. Our results give a theoretical support to obtaining the steady output of the two-photon pumping random lasers.

**Keywords** : random lasers, two-photon pumping, saturation effect, optical properties in disorder media

**PACC** : 4220, 4260D, 4265C, 4255

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60378001).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: jsliu4508@vip.sina.com