

偶极-偶极相互作用下双势阱中旋量玻色-爱因斯坦凝聚磁化率的非线性动力学性质^{*}

臧小飞 李菊萍 谭磊[†]

(兰州大学理论物理研究所, 兰州 730000)

(2006 年 12 月 5 日收到, 2007 年 4 月 4 日收到修改稿)

利用平均场理论和单空间模近似, 研究了偶极-偶极相互作用下双势阱中总自旋 $F = 1$ 的旋量玻色-爱因斯坦凝聚磁化率的非线性动力学性质. 在给定的初态条件下, 研究表明: 当 $\lambda_A + 2\lambda_d = 0$ 时, 凝聚体只表现为磁化振荡行为; 当 $\lambda_A + 2\lambda_d \neq 0$ 时, 凝聚体既存在磁化振荡行为, 又存在磁自陷俘现象.

关键词: 玻色-爱因斯坦凝聚, 自旋, 磁化率

PACC: 0530J, 2110H, 6780J

1. 引 言

1998 年美国麻省理工学院物理研究小组^[1]率先利用红外激光束形成偶极光学势阱对²³Na 原子进行囚禁, 进而实现了光学晶格中稀薄碱金属原子的玻色-爱因斯坦凝聚(Bose-Einstein condensate, 简记为 BEC). 与传统磁势阱中的碱金属原子相比, 由于自旋自由度被释放, 它们的行为不再表现为标量粒子^[2-5]而呈现出许多独特性质. 因此, 针对旋量 BEC 新的性质研究, 已成为目前凝聚态物理领域的热点之一^[6-9]. 在实验方面, 将总自旋 $F = 1$ 的⁸⁷Rb 原子囚禁于光学势阱中, 人们可以检测到不同自旋态粒子之间的自旋交换振荡行为^[10]. 最近, 淬火铁磁态旋量 BEC 的自发对称破缺现象也在实验上得到证实^[11]. 在理论方面, Law 等^[12]利用单空间模近似(single spatial mode approximation, 简记为 SSMA)研究了单光学势阱中旋量 BEC 的各分量之间的自旋混合动力学行为. 随后 Pu 等^[13]也建立了外磁场作用下旋量 BEC 自旋混合动力学模型. 光学双势阱^[14]的实现为人们研究旋量 BEC 的磁化动力学性质提供了优越的平台. 利用平均场理论和 SSMA, Müstecpaloglu 等^[15]发现置于双势阱中的 $F = 1$ 的凝聚原子, 对于特定的初态, 较粒子交换的约瑟夫森效

应而言, 阱与阱之间原子的磁化振荡起主导作用, 这种不同于通常的约瑟夫森振荡行为起源于旋量 BEC 中存在着反对称的非线性自相互作用.

旋量 BEC 中偶极-偶极相互作用^[16,17]是非常重要的, 然而在许多研究中^[12,13,15]它均被忽略. 事实上, 它的存在使得凝聚体产生了许多新的物理效应. 偶极-偶极相互作用可以诱导一维光学晶格中的旋量 BEC 发生铁磁相变和自发磁化现象^[18], 对于后者可以建立唯象偶极场模型^[19]加以解释. 此外, 偶极-偶极相互作用破坏了系统的旋转对称性, 并导致新的量子相产生^[17,18]. 偶极-偶极相互作用和诱发旋量 BEC 系统磁效应的反对称自相互作用之间的调制将给凝聚体的磁性质带来丰富的宏观量子现象. 本文在文献 15 的基础上, 考虑了双势阱中每个阱内的偶极-偶极相互作用, 进一步探讨了旋量 BEC 磁化率的非线性动力学性质.

2. 双势阱中磁化率的非线性动力学方程

偶极-偶极相互作用下, 双势阱中 $F = 1$ 的旋量 BEC 的哈密顿量为^[15,16]

$$H = H_S + H_A + H_{dd}, \quad (1)$$

$$H_S = \int d\mathbf{r} \psi_a^\dagger(\mathbf{r}, t) \left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_{\text{ext}} \right) \psi_a(\mathbf{r}, t)$$

^{*} 兰州大学理论与数学基础科学基金(批准号: LZU05001)和甘肃省自然科学基金(批准号: 3ZS061-A25-035)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: tanlei@lzu.edu.cn

$$+ \frac{C_S}{2} \int d\mathbf{r} \psi_\alpha^+(\mathbf{r}, t) \psi_\beta^+(\mathbf{r}, t) \times \psi_\alpha(\mathbf{r}, t) \psi_\beta(\mathbf{r}, t), \quad (2)$$

$$H_A = \frac{C_A}{2} \int d\mathbf{r} \psi_\alpha^+(\mathbf{r}, t) \psi_\alpha^+(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{F}_{\alpha\beta} \cdot \mathbf{F}_{\alpha'\beta'} \psi_\beta(\mathbf{r}, t) \psi_\beta(\mathbf{r}, t), \quad (3)$$

$$H_{\text{dd}} = \frac{C_d}{2} \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{r}' \left[\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \psi_\alpha^+(\mathbf{r}, t) \psi_\alpha^+(\mathbf{r}', t) \times \mathbf{F}_{\alpha\beta} \cdot \mathbf{F}_{\alpha'\beta'} \psi_\beta(\mathbf{r}, t) \psi_\beta(\mathbf{r}', t) - 3\psi_\alpha^+(\mathbf{r}, t) \psi_\alpha^+(\mathbf{r}', t) \times \mathbf{F}_{\alpha\beta} \cdot \mathbf{e} \mathbf{F}_{\alpha'\beta'} \cdot \mathbf{e} \psi_\beta(\mathbf{r}, t) \psi_\beta(\mathbf{r}', t) \right]. \quad (4)$$

这里 H_S 中为对称相互作用项, H_A 为反对称相互作用项, H_{dd} 为偶极-偶极相互作用项; m 为玻色原子质量, $\psi_\alpha^+(\mathbf{r}, t)$ ($\alpha = 0, \pm 1$) 为产生场算符, $\psi_\alpha(\mathbf{r}, t)$ 为湮没场算符, \mathbf{F} 为自旋矩阵, a_f ($f = 0, 2$) 为 S 波散射长度, μ_0 为真空磁导率, μ_B 为玻尔磁子, g_F 为朗德 g 因子, 单位矢量 $\mathbf{e}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')/|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$, 外势 $(V_{\text{ext}})_{ij} = V_{\text{ext}} \delta_{ij}$ (外势不依赖于自旋), C_S, C_A, C_d 为相互作用常数,

$$C_S = 4\pi\hbar^2 (a_0 + 2a_2) (3m),$$

$$C_A = 4\pi\hbar^2 (a_2 - a_0) (3m),$$

$$C_d = \mu_0 \mu_B^2 g_F^2 (4\pi).$$

系统的波函数可以由两个阱中的波函数叠加 (假设两阱之间凝聚体的空间波函数交叠很小, 可以忽略不计) 得到

$$\psi_\alpha(\mathbf{r}, t) = \phi_{L\alpha}(\mathbf{r}, t) \xi_\alpha(t) + \phi_{R\alpha}(\mathbf{r}, t) \eta_\alpha(t), \quad (5)$$

式中 $\phi_{\nu\alpha}$ ($\nu = L, R$) 分别为左阱和右阱中 α 分量的空间波函数, $\xi_\alpha(t)$ 和 $\eta_\alpha(t)$ 分别为相应的自旋波函数. 利用单空间模近似, 即假设凝聚体的自旋各分量的空间波函数相同,

$$\phi_{\nu\alpha} = \sqrt{n_\nu(\mathbf{r})},$$

则系统的波函数可化为

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \sqrt{n_L(\mathbf{r})} \xi(t) + \sqrt{n_R(\mathbf{r})} \eta(t), \quad (6)$$

式中

$$\xi = (\xi_+, \xi_0, \xi_-)^T,$$

$$\eta = (\eta_+, \eta_0, \eta_-)^T.$$

将 (6) 式代入 (2)–(4) 式并对空间积分可得

$$H_S = \sum_{\nu=L,R} (\epsilon_\nu f_\nu^+ f_\nu + \frac{1}{2} \lambda_\nu^{(S)} f_\nu^+ f_\nu f_\nu^+ f_\nu) + \mathcal{K} \xi^+ \eta + \eta^+ \xi, \quad (7)$$

$$H_A = \sum_{\nu=L,R} \frac{1}{2} \lambda_\nu^{(A)} (L_\nu^2 - 2n'_\nu), \quad (8)$$

$$H_{\text{dd}} = - \sum_{\nu=L,R} \frac{1}{2} \lambda_\nu^{(d)} [L_\nu^2 - \mathcal{X} L_{\nu z}^2 + n'_{\nu 0}] + n'_\nu. \quad (9)$$

这里 f_ν ($f_L = \xi, f_R = \eta$) 为左阱 (或右阱) 中凝聚体的旋量波函数, n'_ν 和 $n'_{\nu 0}$ 分别为左阱 (或右阱) 中总粒子密度算符和 $m_F = 0$ 的粒子密度算符,

$$n'_\nu = f_\nu^+ f_\nu,$$

$$n'_{\nu 0} = f_{\nu 0}^+ f_{\nu 0},$$

$$\epsilon_\nu = \int d\mathbf{r} \left[\frac{\hbar^2}{2m} (\nabla \sqrt{n_\nu})^2 + \sqrt{n_\nu} V_{\text{ext}} \sqrt{n_\nu} \right],$$

$$L_\nu^2 = \sum_{j=x,y,z} f_\nu^+ F_j f_\nu f_\nu^+ F_j f_\nu,$$

$$L_{\nu z} = f_\nu^+ F_z f_\nu f_\nu^+ F_z f_\nu,$$

其中 F_z 为自旋矩阵的 z 分量, 相互作用常数为

$$\lambda_\nu^{(S,A)} = C_{S,A} \int d\mathbf{r} n_\nu(\mathbf{r}),$$

$$\lambda_\nu^{(d)} = (C_d/2) \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}'$$

$$\times [n_\nu(\mathbf{r}) n_\nu(\mathbf{r}') (1 - 3\cos^2\theta_e)] |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3,$$

其中 θ_e 为 $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$ 的极角, 隧穿系数为

$$J = \int d\mathbf{r} \left(\frac{\hbar^2}{2m} \nabla \sqrt{n_L} \cdot \nabla \sqrt{n_R} + \sqrt{n_L} V_{\text{ext}} \sqrt{n_R} \right).$$

利用变分原理

$$i\hbar (d\xi/dt) = \delta H(\xi, \eta, \xi^+, \eta^+) \delta \xi^+,$$

由 (7)–(9) 式可以得到含时的旋量 Gross-Pitaevskii 方程

$$i\hbar \frac{d\xi}{dt} = \left\{ \left(\epsilon_L - \frac{1}{2} \lambda_L^{(d)} - \lambda_L^{(A)} \right) + \left[\lambda_L^{(S)} + (\lambda_L^{(A)} - \lambda_L^{(d)}) |\xi|^2 \right] - (\lambda_L^{(A)} - \lambda_L^{(d)}) h_L \right\} \xi + \mathbf{J} \eta + \frac{3}{2} \lambda_L^{(d)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xi + 3\lambda_L^{(d)} \begin{pmatrix} \xi_+ & \xi_+ - \xi_- & \xi_- & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \xi_- & \xi_- - \xi_+ & \xi_+ \end{pmatrix} \xi, \quad (10)$$

$$i\hbar \frac{d\boldsymbol{\eta}}{dt} = \left\{ \left(\epsilon_R - \frac{1}{2} \lambda_R^{(d)} - \lambda_R^{(A)} \right) + \left[\lambda_R^{(S)} + (\lambda_R^{(A)} - \lambda_R^{(d)}) |\boldsymbol{\eta}|^2 \right] - (\lambda_R^{(A)} - \lambda_R^{(d)}) h_R \right\} \boldsymbol{\eta} + J\boldsymbol{\xi} + \frac{3}{2} \lambda_R^{(d)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \boldsymbol{\eta} + 3\lambda_R^{(d)} \begin{pmatrix} \xi_+ & \xi_+ - \xi_- & \xi_- & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \xi_- & \xi_- - \xi_+ & \xi_+ \end{pmatrix} \boldsymbol{\eta}. \quad (11)$$

方程 (10) (11) 中 $\boldsymbol{\xi}$ 和 $\boldsymbol{\eta}$ 都归一化为 1 ,

$$h_\nu = f_\nu^* \otimes f_\nu^T ,$$

$$f_\nu = (f_-, -, f_0, f_+,)^T ,$$

其中 f_ν^* 为 f_ν 的共轭量.

对于对称双势阱有

$$\epsilon_L = \epsilon_R = \epsilon ,$$

$$\lambda_L^{(S)} = \lambda_R^{(S)} = \lambda_S ,$$

$$\lambda_L^{(A)} = \lambda_R^{(A)} = \lambda_A ,$$

$$\lambda_L^{(d)} = \lambda_R^{(d)} = \lambda_d .$$

由于整个系统的磁化率守恒 ,只需要考虑其中一个阱 (如左阱) 中的磁化率动力学性质 ;同时假设系统满足^[15]

$$\eta_+ = \xi_- ,$$

$$\eta_- = \xi_+ ,$$

$$\eta_0 = \xi_0 .$$

定义磁化率 M 、自旋为零的粒子数密度 n'_0 以及不同分量之间的耦合物理量 R_\pm, R_0, I_\pm, I_0 分别为

$$M = \rho_{++} - \rho_{--} , \quad (12)$$

$$n'_0 = \rho_{00} , \quad (13)$$

$$R_\pm = \frac{1}{2} (\rho_{+0} \pm \rho_{0+} + \text{C.C.}) , \quad (14)$$

$$R_0 = \frac{1}{2} (\rho_{+-} + \rho_{-+}) ,$$

$$I_\pm = \frac{1}{2i} (\rho_{+0} \pm \rho_{0+} - \text{C.C.}) , \quad (15)$$

$$I_0 = \frac{1}{2i} (\rho_{+-} - \rho_{-+}) ,$$

式中 $\rho_{\alpha\beta} = \xi_\alpha^* \xi_\beta$. 假设系统的初态为

$$\boldsymbol{\xi}(0) = (1 \ 0 \ 0)^T ,$$

$$\boldsymbol{\eta}(0) = (0 \ 0 \ 1)^T ,$$

由 (10) (11) 式可得到左阱中磁化率的非线性动力学方程为

$$\dot{M} = 4JI_0 , \quad (16)$$

$$\dot{R} = -\mathcal{X}(\lambda_A + 2\lambda_d)I_0M , \quad (17)$$

$$\dot{I}_0 = \mathcal{X}(\lambda_A + 2\lambda_d)R_0M - JM . \quad (18)$$

由方程 (16) — (18) 可以看出 ,偶极-偶极相互作用和反对称相互作用共同影响着系统磁化率的行为.

3. 数值模拟

由 (2) — (4) 式可知 ,每个阱内与自旋相关的凝聚体的哈密顿量为

$$(H_{\text{spin}})_\nu = (\lambda_A - \lambda_d)L_\nu^2 + 3\lambda_d \left(L_{\nu z}^2 + n'_{\nu 0} - \frac{1}{3} n'_\nu \right) , \quad (19)$$

设 L_ν 与 $L_{\nu z}$ 共同的本征态为 $|l_\nu, m_\nu\rangle$,其中 l_ν 为每个阱内的总角动量量子数 , m_ν 为相应阱内的总磁量子数 .考虑到双势阱的对称性 ,假定两个阱内的粒子数均为 N .由 (19) 式可以确定每个阱内凝聚体的基态 (如图 1) 根据参数 λ_A 和 λ_d 的不同的取值范围 ,基态分为 $|N, \pm N\rangle, |0, 0\rangle, |N, 0\rangle$ 三类 (由此可见偶极-偶极相互作用破坏了凝聚体哈密顿量的旋转对称性) .系统处于图 1 中 α 角所对应的取值范围时 ,凝聚粒子之间不发生自旋混合现象 ($2|0\rangle \rightleftharpoons |1\rangle + |-1\rangle$) .本文将着重讨论这一区域内凝聚体的磁化率 M 的非线性动力学性质.

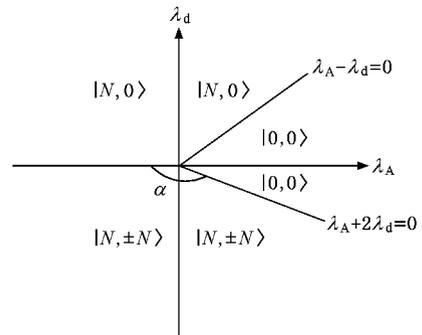


图 1 每个阱内凝聚体的基态

图 2 给出了 $J \neq 0, \lambda_A + 2\lambda_d = 0$ (由文献 [16] 可知 $-1 \leq \lambda_d / |\lambda_A| \leq 2$) 时 ,左阱中磁化率 M 随时间的演化关系 .由图 2 可见 ,此时凝聚体只表现为完全磁化振荡行为 ,而且随着隧穿流的增大振荡周期变小 .

当右阱中 $m_F = -1$ 的粒子隧穿进入左阱(由于系统的对称性,将有同样数目的 $m_F = 1$ 的粒子进入右阱)时,原来所处的基态被破坏,体系不再稳定.考虑到此时系统的反对称相互作用和偶极-偶极相互作用互相抵消,这种宏观量子现象主要由隧穿流诱导产生.事实上,当 $J = 0$ 时,即双势阱足够深,此时阱内的粒子形成 Mott 绝缘态,系统将保持初始时刻的状态不发生任何变化.隧穿流的作用导致体系从初始时的一个稳定态 $|N, N\rangle$ 向另一个稳定态 $|N, -N\rangle$ 演化,随后又由 $|N, -N\rangle$ 向 $|N, N\rangle$ 转化,周而复始,形成一个周期的磁化振荡行为.

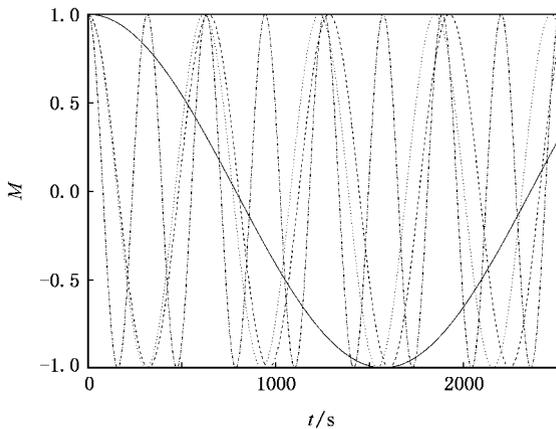


图2 $\lambda_A + 2\lambda_d = 0$, $J = 0.001, 0.0049, 0.0051, 0.01$ 时,磁化率 M 随时间的演化 $\epsilon = 1.0, \lambda_S = 1.0$.实线为 $J = 0.001$,短划线为 $J = 0.0049$,点线为 $J = 0.0051$,点划线为 $J = 0.01$

如果系统的反对称相互作用和偶极-偶极相互作用不能恰好抵消,即 $\lambda_A + 2\lambda_d \neq 0$,这种剩余相互作用将会给系统带来相当丰富的内容.如图3、图4所示,当 $2J < |\lambda_A + 2\lambda_d|$ 时,凝聚体表现为磁自陷现象.在这个过程,尽管隧穿流引起了系统不稳定,但是由于这时剩余相互作用起主导作用,它将使得凝聚体由初始时刻的稳定态在没有完全转变成另一个稳定态便回到了初态,从而形成磁自陷.相反,当 $2J > |\lambda_A + 2\lambda_d|$ 时,此时凝聚体表现为完全的磁化振荡.由此可见,隧穿流和剩余相互作用之间的竞争引起了磁化率 M 的两种截然相反的动力学行为.另外,从图2和图4我们也可以发现,只要剩余相互作用存在,它就不同程度地延缓了凝聚体由一个稳定态向另一个稳定态转变的时间(即剩余相互作用阻碍了磁化振荡行为).剩余相互作用愈大,磁化振荡周期愈长.从这个意义上,我们可以通过改变系统的外部参数(如势阱的深度)调节剩余相互作用

的大小,从而控制磁化振荡的周期.

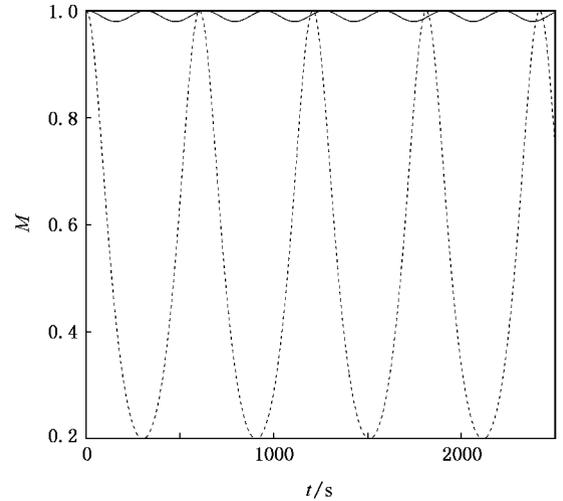


图3 $\lambda_A + 2\lambda_d = -0.01$, $J = 0.001, 0.0049$ 时,磁化率 M 随时间的演化 $\epsilon = 1.0, \lambda_S = 1.0$.实线为 $J = 0.001$,虚线为 $J = 0.0049$

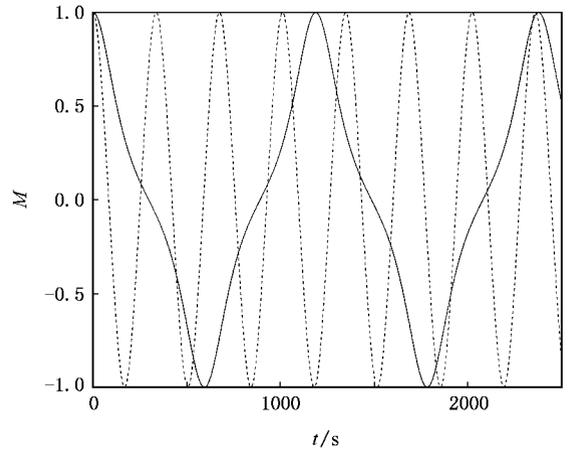


图4 $\lambda_A + 2\lambda_d = -0.01$, $J = 0.0051, 0.01$ 时,磁化率 M 随时间的演化 $\epsilon = 1.0, \lambda_S = 1.0$.实线为 $J = 0.0051$,虚线为 $J = 0.01$

4. 结 论

本文研究了偶极-偶极相互作用下,双势阱中 $F = 1$ 的旋量 BEC 磁化率的非线性动力学性质.利用平均场理论和单空间模近似,得到了磁化率 M 的非线性动力学方程,并结合数值模拟分析了磁化率 M 随时间的演化动力学过程.双势阱之间的粒子隧穿引起了系统的不稳定,从而使得凝聚体的磁化率 M 出现了周期的振荡,而反对称相互作用和偶极-偶极相互作用在一定程度上阻碍了这种振荡.它们之间的竞争决定了系统的两种不同的磁化行为,具体表

现如下 (1) 当 $J \neq 0, \lambda_A + 2\lambda_d = 0$ 时, 凝聚体只表现为磁化振荡行为. (2) 当 $J \neq 0, \lambda_A + 2\lambda_d \neq 0$ 时, 凝聚

体既存在磁振荡行为 ($2J > |\lambda_A + 2\lambda_d|$), 又存在磁自陷俘现象 ($2J < |\lambda_A + 2\lambda_d|$).

- [1] Stamper D M , Andrews M R , Chikatur A P , Lhouye S , Miesner H J , Stenger J , Ketterle W 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 2027
- [2] Xu Y , Jia D J , Li X G , Zuo W , Li F S 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2831 (in Chinese) [徐 岩、贾多杰、李希国、左 维、李发伸 2004 物理学报 **53** 2831]
- [3] Xu Z J , Cheng C , Yang H S , Wu Q , Xiong H W 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2835 (in Chinese) [徐志军、程 成、杨欢耸、武 强、熊宏伟 2004 物理学报 **53** 2835]
- [4] Wei W 2005 *Chin. Phys.* **14** 2407
- [5] Xiao Y F , Wang D L , Wang F J , Yan X H 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 547 (in Chinese) [肖宇飞、王登龙、王凤姣、颜晓红 2006 物理学报 **55** 547]
- [6] Ho T L 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 742
- [7] Wu Y , Yang X , Sun C P 2000 *Phys. Rev. A* **62** 063603
- [8] Li Z D , He P B , Li L , Liang J Q , Liu W M 2005 *Phys. Rev. A* **71** 053611
- [9] Niu Q , Wang X D , Kleinman L , Liu W M , Nicholson D M C , Stocks G M 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 207
- [10] Chang M S , Hamley C D , Barrett M D , Sauer J A , Fortier K M , Zhang W , You L , Chapman M S 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 140403
- [11] Sadler L E , Higbie J M , Leslie S R , Vengalattore M 2006 *Nature* **443** 312
- [12] Law C K , Pu H , Bigelow N P 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 5257
- [13] Pu H , Raghavan B S , Bigelow N P 2000 *Phys. Rev. A* **61** 023602
- [14] Shin Y , Saba M , Pasquini T A , Ketterle W , Pritchard D E , Leanhard A E 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 050405
- [15] Müstecpaloglu Ö E , Zhang M , You L 2005 *Phys. Rev. A* **71** 053616
- [16] Yi S , You L , Pu H 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 040403
- [17] Yi S , Pu H 2006 *Phys. Rev. A* **73** 023602
- [18] Pu H , Zhang W P , Meystre P 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 140403
- [19] Gu Q 2003 *Phys. Rev. A* **68** 025601

Nonlinear dynamical properties of susceptibility of a spinor Bose-Einstein condensate with dipole-dipole interaction in a double-well potential*

Zang Xiao-Fei Li Ju-Ping Tan Lei[†]

(Institute of Theoretical Physics , Lanzhou University , Lanzhou 730000 , China)

(Received 5 December 2006 ; revised manuscript received 4 April 2007)

Abstract

Based on mean-field theory and single spatial mode approximation , we study the nonlinear dynamical properties of the susceptibility of total spin $F = 1$ Bose-Einstein condensate with dipole-dipole interaction in a double-well potential. For certain initial states , we find that the susceptibility oscillation appears when $\lambda_A + 2\lambda_d = 0$. When $\lambda_A + 2\lambda_d \neq 0$, the dynamical behavior of the system shows both oscillation and self-trapping of susceptibility.

Keywords : Bose-Einstein condensate , spin , susceptibility

PACC : 0530J , 2110H , 6780J

* Project supported by the Foundation of Basic Research for Physics and Mathematics of Lanzhou University , China (Grant No. LZU05001) and the Natural Science Foundation of Gansu Province , China (Grant No. 3ZS061-A25-035).

[†] Corresponding author. E-mail : tanlei@lzu.edu.cn