

非线性反馈法控制相位共轭波的光学时空混沌^{*}

岳立娟^{1)†} 沈 柯²⁾ 徐明奇¹⁾

1) 东北师范大学物理学院, 长春 130024)

2) 长春理工大学物理系, 长春 130022)

(2006 年 11 月 25 日收到, 2007 年 3 月 28 日收到修改稿)

相位共轭振荡器由一个标准镜和一个具有快速响应的无损耗 Kerr 介质作为相位共轭介质的相位共轭镜组成. 利用非线性反馈方法, 对相位共轭振荡器中的时间混沌和耦合相位共轭波映象系统中的时空混沌进行了控制, 得到了稳定的控制结果. 数值实验表明, 该控制方法不需预先了解动力学系统, 只需调整反馈系数, 在实际系统中容易实现. 控制结果为相位共轭波的混沌研究提供了理论依据.

关键词: 非线性反馈控制, 相位共轭振荡器, 混沌, 时空混沌

PACC: 0545, 4265F

1. 引 言

相位共轭波可以补偿波前畸变, 在光信息处理、激光打靶、实时全息及光通信等方面已展现出很大的应用潜力. 相位共轭波的不稳定性和混沌的研究始于上世纪 80 年代. 根据所选用的相位共轭介质, 研究工作分为两类. 第一类采用光折变晶体的多波混频产生相位共轭波, 这些波之间的耦合或在外部条件的作用下将产生不稳定和混沌现象^[1-6]. 第二类是采用以无损耗 Kerr 介质作为相位共轭介质, 用一个标准镜与其构成相位共轭振荡器, 通常这类介质具有快速响应特性, 在适当的抽运强度下系统可以被驱动到混沌^[7-9], 由于这种介质具有快速响应特性, 所以可用迭代模型来描述系统的运动^[9]. 本文中我们研究第二类模型. 最近几年, 人们对空间系统中的复杂时空行为更感兴趣^[10-18], 我们利用耦合映象格子模型^[10, 11], 在具有快速响应的无损耗 Kerr 介质作为相位共轭介质构成的相位共轭振荡器中, 研究相位共轭波光学时空混沌的控制. 数值实验结果表明, 利用非线性反馈控制方法^[19, 20], 不仅对相位共轭波时间混沌具有较好的控制结果, 同时对其时空混沌也具有较好的控制结果. 此控制方法在实际中容易实现, 不需要预先了解动力学系统, 只通过调整

反馈系数即可实现耦合相位共轭波映象系统中时空混沌的控制.

2. 相位共轭波动力学行为的理论模型

相位共轭振荡器的结构如图 1 所示, 它由一个标准镜和一个相位共轭镜组成, 选择无损耗 Kerr 介质作为相位共轭介质, 能实现多级散射. 一些作者用不同的近似方法研究了此模型^[8, 9], 从理论上证明了此系统的不稳定性和混沌的存在.

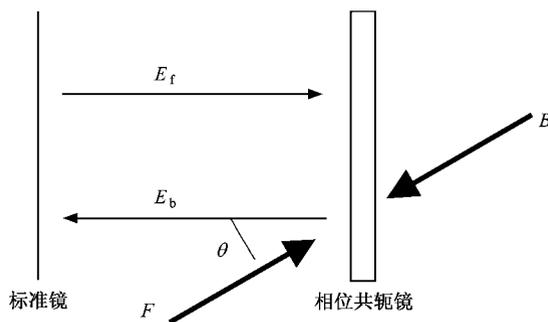


图 1 相位共轭振荡器结构示意图

在 Raman-Nath 近似下, 相位共轭波零级散射光可表示为^[9]

$$E_b = ZBJ_0(2|FE_f^*|). \quad (1a)$$

^{*} 国家高技术研究发展计划(批准号: 2006AA05Z427)资助的课题.

[†] E-mail: ljyue@nenu.edu.cn

一级散射光为

$$E_b = \frac{iZBJ_0(2|FE_f^*|)FE_f^*}{|FE_f|}. \quad (1b)$$

这里 $Z = \exp(i(\chi|F|^2 + |B|^2 + |E_f|^2))$ 表示与场有关的因反射引起的场相位漂移, J_0 和 J_1 分别为零阶和一阶 Bessel 函数, F 和 B 是与激光抽运有关的参量. 图 1 中的四个波都设为平面波. 反向散射光 E_b 通过标准镜反馈进入腔后出现混沌, 而向前传播的场 E_f 也可以通过增加抽运强度使系统进入混沌状态.

设向前传播的场为

$$E_f(t + \tau) = [\text{FSP} \mathbf{I} \text{REFL} \mathbf{I} \text{FSP}] E_i(t), \quad (2)$$

式中 $[\text{FSP}]$ 表示从一个镜子到另一个镜子之间的自由空间传播算符, $[\text{REFL}]$ 是标准镜的反射算符, τ 表示往返一周的时间, 对平面波可以简化成光场往返一周的相位移动. 方程 (1) 和 (2) 可以组合成如下的迭代映象形式^[9]: 对零级反射为

$$I_{n+1} = rI_B J_0^2(\chi I_F I_n)^{1/2}, \quad (3a)$$

$$\Phi_{n+1} = (2KL + \Phi_B + I_F + I_B + I_n) \bmod 2\pi. \quad (3b)$$

第一级反射为

$$I_{n+1} = rI_B J_1^2(\chi I_F I_n)^{1/2}, \quad (4a)$$

$$\Phi_{n+1} = (2KL + \Phi_F + \Phi_B + I_F + I_B + I_n - \Phi_n) \bmod 2\pi. \quad (4b)$$

这里 $I_n = |E_f(t + n\tau)|^2$ 是强度, Φ_n 是向前的场 n 次往返的相位, I_F, I_B, Φ_F, Φ_B 是与抽运有关的参量, r 是标准镜的反射率, $2KL$ 是往返一周的相位移动. 为了能更详尽地描述腔内光场行为, 设 $x_n = 4I_F I_n$, $A = 4\gamma I_F I_B$ 为抽运参数, 由 (3a) 和 (4a) 式可以得到如下光强度的映象^[9]:

$$x_{n+1} = AJ_{0,d}^2(x_n^{1/2}). \quad (5)$$

作为更普遍的情况考虑两个参数的映象, 即包含开关或阈值效应的映象

$$x_{n+1} = AJ_{0,d}^2((x_n - B)^{1/2}), \quad (6)$$

式中 B 是开关参数. 当 $x_n < B$ 时, J 函数为 Bessel I 函数, 因此在小于 B 值时系统很可能有放大现象, 在 $B = 0$ 时回到 (5) 式.

在开关参数 $B = 3$ 时, 一级散射随参数 A 的分岔图和最大 Lyapunov 指数 λ_{\max} 曲线如图 2 所示. 从图 2 可以看出, 在 $A = 6$ 时最大 Lyapunov 指数为 0.4459, 所以, 在 $A = 6, B = 3$ 时一级散射处于混沌运动状态. 我们将在后面对此参数下的一级散射进行讨论.

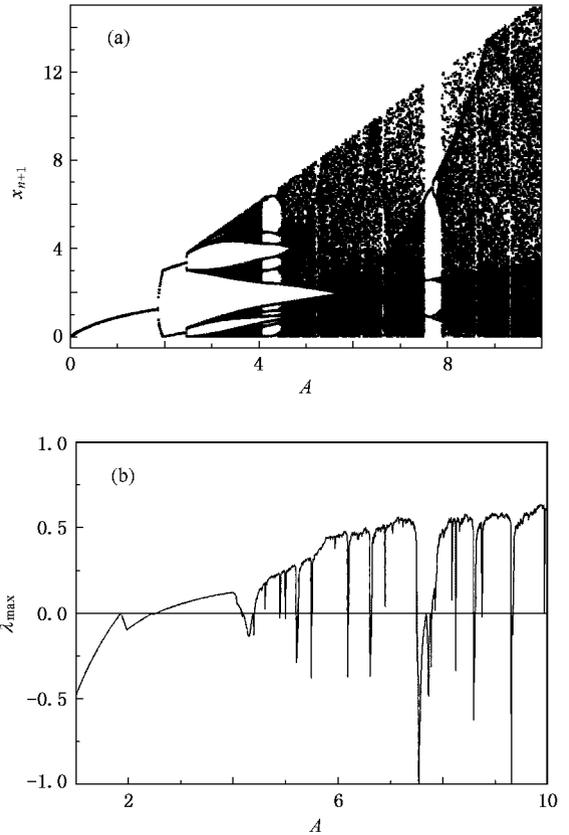


图 2 当 $B = 3$ 时 $x_{n+1} = AJ_0^2((x_n - B)^{1/2})$ 与参数 A 的关系 (a) 分岔图 (b) 最大 Lyapunov 指数

3. 相位共轭波混沌的控制

3.1. 非线性反馈法控制相位共轭波的混沌

对相位共轭波模型 (6) 式, 我们取一级散射

$$x_{n+1} = f(x_n) = AJ_0^2((x_n - B)^{1/2}). \quad (7)$$

当参数 $A = 6, B = 3$ 时, 一级散射处于混沌运动状态 (图 2). 非线性反馈方法应用到相位共轭波系统, 其控制方程如下^[19, 20]:

$$x_{n+1} = (1 - \gamma)f(x_n) + \gamma x_n, \quad (8)$$

式中 γ 为反馈强度. 其控制原理如图 3 所示. 选取适当的反馈强度 γ , 受控的相位共轭波模型 (8) 式可以控制到稳定的周期轨道, 如图 4 所示.

3.2. 非线性反馈法控制一维耦合相位共轭波映象格子模型的时空混沌

一维耦合映象格子模型为^[10]

$$x_{n+1}(i) = (1 - \varepsilon)f(x_n(i)) + \frac{\varepsilon}{2}(f(x_n(i+1)))$$

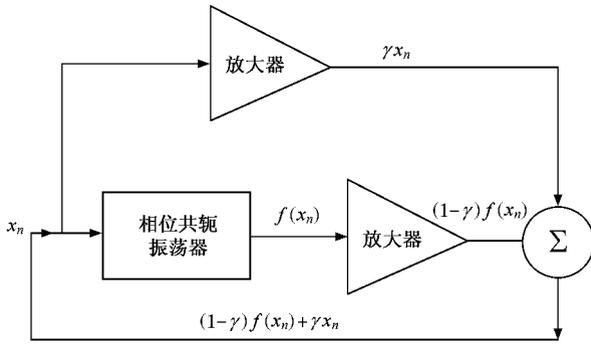


图 3 非线性反馈方法的控制原理框图

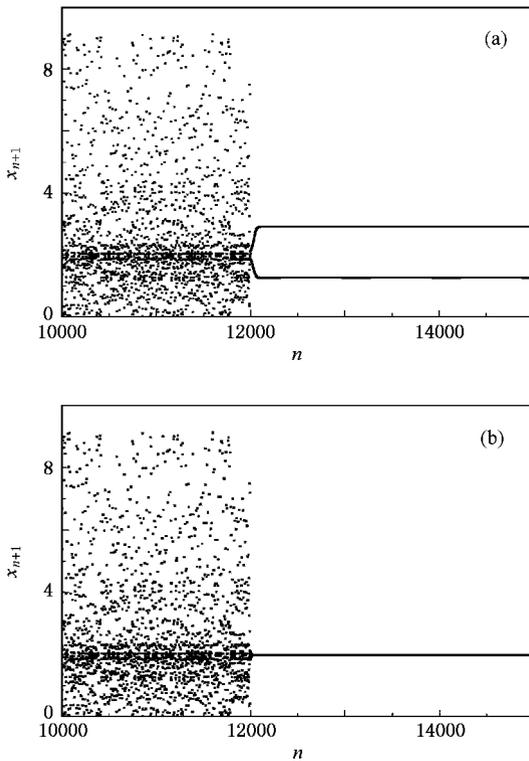


图 4 利用非线性反馈方法控制一级散射相位共轭波模型(8)式的控制结果 $A=6, B=3$ 。(a) $\gamma=0.4$ (b) $\gamma=0.45$

$$+ f(x_n(i-1)), \quad (9)$$

式中 $f(x_n(i))$ 表示映象的局域动力学函数, n 为离散的时间变量, i 为映象格点的空间坐标, $i=1, 2, \dots, L, L$ 为系统的尺寸, ϵ 为映射格点间的耦合强度, x_n 为状态变量。局域动力学函数 $f(x_n(i))$ 取相位共轭波(6)式, 取随机初始条件, 边界条件取 $x_n(0)=x_n(L+1)=0$ 。一维耦合相位共轭波映象格子模型(9)式在参数 $A=6, B=3, L=100$ 时, 最大 Lyapunov 指数 λ_{\max} 与耦合强度 ϵ 之间的关系如图 5 所示。从图 5 可以看出, 在任何空间耦

合强度时, 最大 Lyapunov 指数均为正, 处于时空混沌状态。

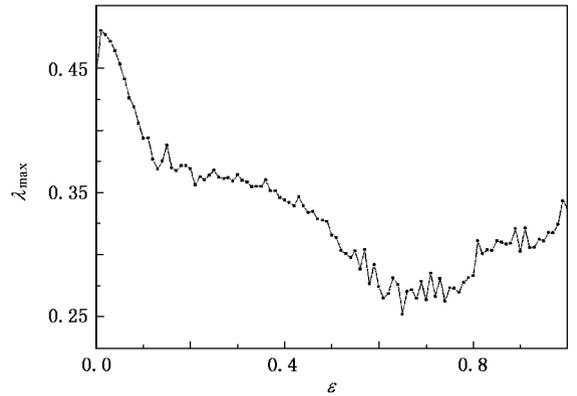


图 5 一维耦合相位共轭波映象格子模型(9)式的最大 Lyapunov 指数 λ_{\max} 与耦合强度 ϵ 的关系曲线 $A=6, B=3, L=100$

对一维耦合相位共轭波映象格子模型(9)式, 我们采用的非线性反馈控制方法, 即

$$x_{n+1}(i) = (1-\gamma)x_{n+1}(i) + \gamma x_n(i), \quad (10)$$

式中 γ 为反馈强度。系统参数取 $A=6, B=3, L=100, \epsilon=0.03$ 时, 将前 50000 个时间步的暂态舍去, 在 50000—70000 个时间步中, 一维耦合相位共轭波映象格子模型(9)式处于时空混沌状态, 在 70000 个时间步开始加入控制, 选取不同的反馈强度 γ , 受控的一维耦合相位共轭波映象格子模型(10)式得到不同的非均匀的稳定状态(图 6(a)(b)(c))和均匀的稳定状态(图 6(d))。图 6 为每隔 100 个时间步取点画图。

二维耦合映象格子模型为^[11]

$$x_{n+1}(i, j) = (1-\epsilon)f(x_n(i, j)) + \frac{\epsilon}{4}(f(x_n(i-1, j)) + f(x_n(i+1, j)) + f(x_n(i, j-1)) + f(x_n(i, j+1))), \quad (11)$$

式中 n 为离散的时间变量, (i, j) 为标志二维平方格子的格点坐标, $i, j=1, 2, \dots, L, L$ 为系统的尺寸, ϵ 为映射格点间的耦合强度, x_n 为状态变量。如果局域动力学函数 $f(x_n(i, j))$ 取相位共轭波(6)式, 系统参数 $A=6, B=3, L=100, \epsilon=0.03$, 初始条件 $x_0(i, j)=0.2$, 边界条件 $x_n(0, j)=x_n(i, L+1)=x_n(i, 0)=x_n(L+1, i)=0$ 时, 二维耦合相位共轭波映象格子模型(11)式处于时空混沌状态, 其时空演化图如图 7 所示。

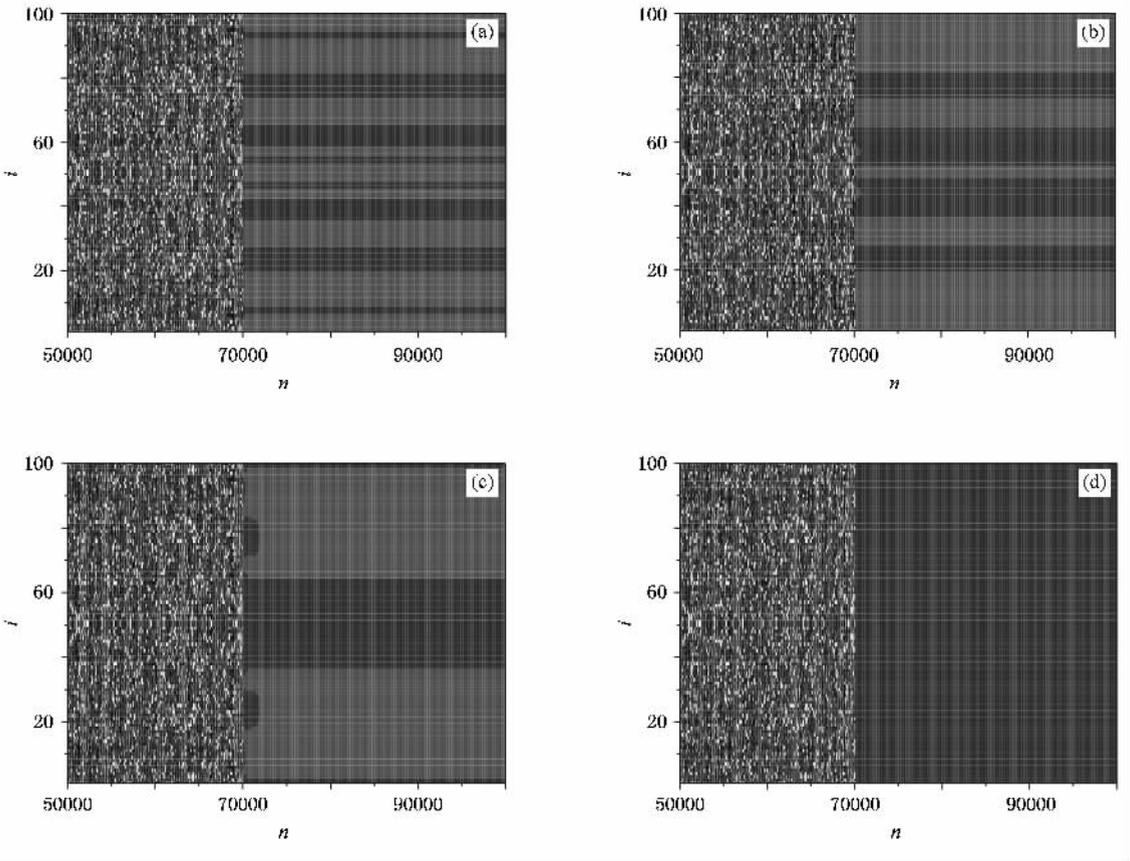


图 6 一维耦合相位共轭波映象格子模型在非线反馈强度 γ 取不同值时的控制结果 $A = 6, B = 3, L = 100, \epsilon = 0.03$. (a) $\gamma = 0.38$ (b) $\gamma = 0.40$ (c) $\gamma = 0.41$ (d) $\gamma = 0.42$

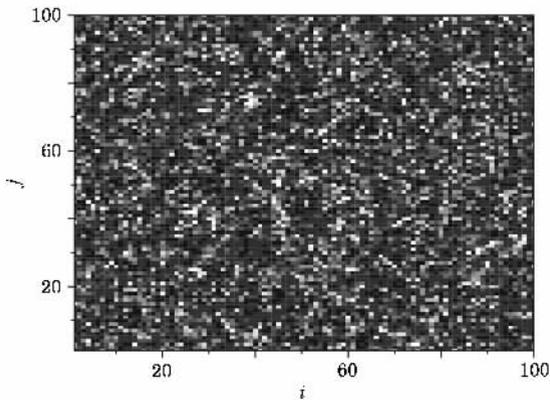


图 7 二维耦合相位共轭波映象格子模型(11)式的时空演化图

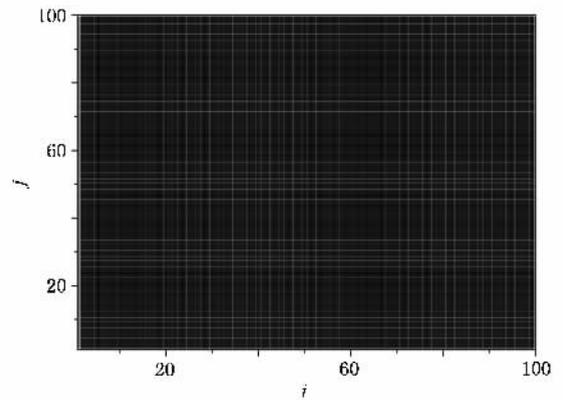


图 8 二维耦合相位共轭波映象格子模型(12)式的时空演化图 $\gamma = 0.45$

对二维耦合相位共轭波映象格子模型(11)式，我们采用如下的非线性反馈控制：

$$x_{n+1}(i, j) = (1 - \gamma)x_{n+1}(i, j) + \gamma x_n(i, j), \quad (12)$$

式中 γ 为反馈强度. 在反馈强度 $\gamma = 0.21$ 时, 二维耦合相位共轭波映象格子模型的时空混沌控制到均匀稳定状态, 即 $x_n(i, j)$ 的值除边界外均为 1.97534, 控制结果如图 8 所示.

4. 结 论

数值实验证明, 利用非线性反馈技术, 通过适当地选取反馈强度, 可以将相位共轭波中的混沌控制到周期状态, 也可以将一维耦合相位共轭波映象格

子模型及二维耦合相位共轭波映象格子模型中的时空混沌控制到稳定的周期态. 此方法的优点是不需要预先知道局域动力学信息, 只是通过调整反馈强

度即可将时空混沌控制到稳定的周期状态, 在实际应用中比较容易实现. 这为相位共轭波的混沌研究提供了理论依据.

- [1] Valley G C ,Dunning G J 1984 *Opt. Lett.* **9** 513
- [2] Kwong S K ,Yariv A ,Cronin-Golomb M ,Fischer B 1986 *J. Opt. Soc. Am. A* **3** 157
- [3] Gauthier D J ,Narum P ,Boyd R W 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 1640
- [4] Majumdar A K ,Kobesky J L 1990 *Opt. Commun.* **75** 339
- [5] Belic M R ,Ljuboje Z 1992 *Opt. Quantum Electron.* **24** 745
- [6] Belic M R ,Timotijevic D 1993 *Opt. Commun.* **96** 283
- [7] Wright E M ,Meystre P ,Firth W J 1984 *Opt. Commun.* **51** 428
- [8] Reiner G ,Meystre P ,Wright E M 1985 *J. Opt. Soc. Am. B* **2** 982
- [9] Belic M R ,Stojkov P 1992 *Opt. Quantum Electron.* **22** 157
- [10] Kaneko K 1989 *Physica D* **34** 1
- [11] Kaneko K 1989 *Physica D* **37** 60
- [12] Luo X S ,Fang J Q 2000 *Chin. Phys.* **9** 333
- [13] Zhang X ,Shen K 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 624 (in Chinese)
- [张 旭、沈 柯 2001 物理学报 **50** 624]
- [14] Yue L J ,Shen K 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5671 (in Chinese) [岳立娟、沈 柯 2005 物理学报 **54** 5671]
- [15] Liu Y ,Shen M F ,Chen H Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 564 (in Chinese) [刘 英、沈民奋、陈和晏 2006 物理学报 **55** 564]
- [16] Zhou X A ,Qian G B ,Qiu S S 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3974 (in Chinese) [周小安、钱恭斌、丘水生 2006 物理学报 **55** 3974]
- [17] Xiao F H ,Guo S H ,Hu Y T 2006 *Chin. Phys.* **15** 1460
- [18] Jiang P Q ,Wang B H ,Xia Q H ,Bu S L 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3280 (in Chinese) [蒋品群、汪秉宏、夏清华、卜寿亮 2004 物理学报 **53** 3280]
- [19] De Sousa Vieira M ,Lichtenberg A J 1996 *Phys. Rev. E* **54** 1200
- [20] Yue L J ,Shen K 2005 *Chin. Phys.* **14** 1760

Controlling optical spatiotemporal chaos of coupled phase-conjugate map system with nonlinear feedback^{*}

Yue Li-Juan^{1)†} Shen Ke²⁾ Xu Ming-Qi¹⁾

¹⁾ College of Physics ,Northeast Normal University ,Changchun 130024 ,China)

²⁾ Department of Physics ,Changchun University of Science and Technology ,Changchun 130022 ,China)

(Received 25 November 2006 ; revised manuscript received 28 March 2007)

Abstract

The optical phase-conjugate resonator consists of one normal mirror and one phase-conjugate mirror made of an instantaneous response lossless Kerr medium. Using the nonlinear feedback , we control the temporal chaos in the phase-conjugate resonator and spatiotemporal chaos in the coupled phase-conjugate map system. Stable control has been realized. The simulation shows that this controlling technique can be implemented easily in practical systems just by adjusting the feedback strength. The in-advance knowledge of the dynamic system is not required. The results are useful to theoretical analysis of chaos in phase-conjugate resonators .

Keywords : nonlinear feedback control , phase-conjugate resonator , chaos , spatiotemporal chaos

PACC : 0545 , 4265F

^{*} Project supported by the National High Technology Development Program of China (Grant No. 2006AA05Z427).

[†] E-mail : ljyue@nenu.edu.cn