

多重分形在掌纹识别中的研究*

李 彤 商朋见†

(北京交通大学理学院, 北京 100044)

(2006 年 11 月 27 日收到, 2007 年 4 月 5 日收到修改稿)

通过对掌纹的概率密度分布和配分函数的分析, 得到掌纹分布具有一定的多重分形性. 进一步求取掌纹多重分形谱的宽度、极大值以及谱曲线的不对称程度, 并提出以这些参数作为掌纹识别的特征量. 这可能为多重分形理论在生物特征识别领域中的应用带来新的思路与方法.

关键词: 分形, 模式识别

PACC: 0555, 4230S

1. 引 言

近些年来, 随着多重分形理论研究的深入, 人们已将它成功地应用到其他学科中, 如金融时间序列分析^[1]、地质学^[2]、气象学^[3]、生命科学^[4]等领域, 其原理是基于配分函数下的多重分形形式体系. 与此同时, 生物特征识别技术也在蓬勃发展. 生物特征包括那些唯一、可靠、稳定的个人生理特征(如指纹、掌纹、脸部特征、虹膜、视网膜和手形)以及一些行为特征(如人的讲话和签字)^[5]. 近 20 年来, 有关指纹识别^[6]、语音识别^[7]、人脸识别^[8]、虹膜识别^[9]的研究都有不同程度的发展.

手掌上的纹理线(主要包括几条屈肌线、多条乳突线和皱纹线)错综复杂, 排列非常不规则. 本文首先要证明掌纹分布具有一定的多重分形性, 而后利用多重分形相关原理处理一幅掌纹纹理模拟图, 通过分析相关数据和图像, 发现掌纹纹理的确具有多重分形性. 我们提取了掌纹多重分形谱的宽度、极大值以及谱曲线的不对称程度, 如同文献[10]中提到的 R 特征(掌纹皱纹线的强度)和 θ 特征(掌纹皱纹线的方向), 可将掌纹多重分形谱的三个特征量作为掌纹识别过程中的匹配因素来索引掌纹数据库, 这可能会为掌纹识别带来新的思路与方法.

2. 相关多重分形理论及算法

2.1. 掌纹图像的预处理

我们首先取一幅油印的掌纹图像, 如图 1 所示. 利用 Matlab 图像处理工具箱中的相关指令对图 1 中的掌纹图像做边缘检测、提取, 所得结果如图 2、图 3 所示.

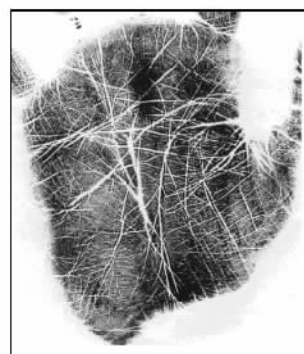


图 1 油印掌纹图像

利用 Windows 中的画图板对图 3 中的掌纹纹理边缘进行手工细化, 可获得初始掌纹纹理模拟图, 如图 4(a)所示. 在 Matlab 中, 将初始掌纹纹理模拟图转换成像素值为 256×256 的位图(图中 255 表示白色背景区域, 0 表示纹理线上的点), 即最终的掌纹纹理模拟图, 如图 4(b)所示. 我们建立一个直角坐

* 国家重点基础研究发展规划(批准号: 2004CB318005)资助的课题.

† E-mail: pjshang@bjtu.edu.cn

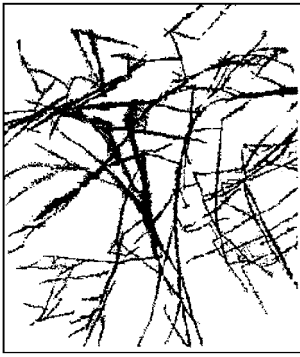


图 2 纹理特征线



图 3 纹理特征线的边缘

标系以定义每条小曲线段的倾斜角. 当尺度小到一定程度时, 曲线段就可近似为直线段, 所以曲线段的倾斜角就可以等价于直线段的倾斜角, 如在图 4(b) 中, 一条曲线段 AB 就近似为一条倾斜角为 $\alpha \in [0, \pi]$ 的直线段 CD .

2.2. 盒计数法及相关算法

用盒计数法处理掌纹纹理模拟图, 即把模拟图分割成一些边长等于划分尺度 λ 的正方形子区域, 如果设单位长度为 256 像素值, 则我们可以取到的最小尺度 λ 为 $1/256$, 但此时只能得到一些孤立的像素点, 而非小曲线段, 因此尺度 $\lambda (\lambda < 1)$ 应适当大以便提取足够多的小曲线段, 这里我们取尺度 λ 分别为 $1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, 1/8, 1/11, 1/16$, 此时各尺度 λ 所对应的像素值就为 128, 85, 64, 51, 42, 36, 32, 23, 16. 图 4(a) 和 (b) 分别表示了尺度为 $1/2$ 和 $1/4$ 时对掌纹纹理模拟图 (图 4(b)) 的分割情况:

在每个小正方形区域 i 内, 我们定义所有小曲线段的倾斜角之和为 $\theta_i(\lambda)$, 它依赖于划分尺度 λ . 对于每一确定的划分尺度 λ , 将所有的 $\theta_i(\lambda)$ 相加便得到掌纹纹理模拟图中所有小曲线段的倾斜角

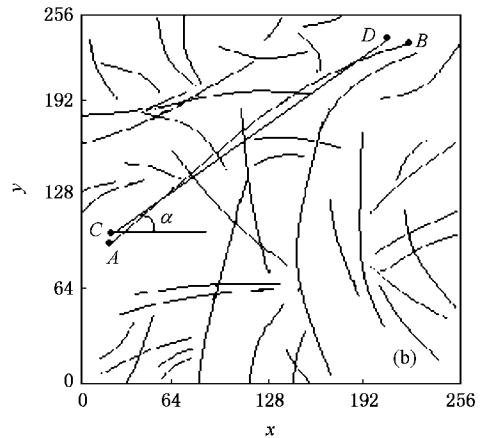
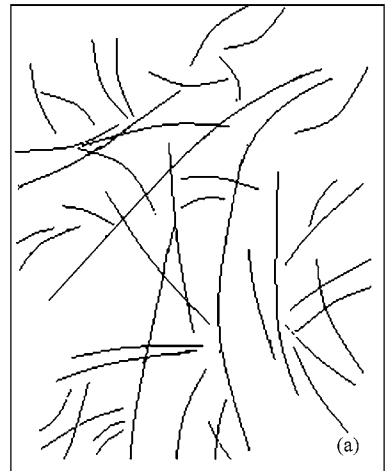


图 4 掌纹纹理模拟图 (a) 未处理的初始掌纹纹理模拟图, (b) 处理后的最终掌纹纹理模拟图

之和,

$$\alpha(\lambda) = \sum_i \theta_i(\lambda).$$

由此可得到每个小正方形区域 i 所对应的概率密度分布函数 $p_i(\lambda), p_i(\lambda)$ 依赖于 i 和尺度 λ ,

$$p_i(\lambda) = \frac{\theta_i(\lambda)}{\alpha(\lambda)}. \tag{1}$$

下面简要介绍求每个小正方形区域内的所有小曲线段的倾斜角之和的算法. 我们对每个小正方形区域内所包含的曲线段的情况作分类讨论.

1) 如果该小正方形区域内只包含一条曲线段 (图 6), 不论此曲线段单调递增或递减, 都可以利用我们在 Matlab 中编写的“单线倾角函数”求出此曲线段的斜率和倾角.

2) 如果该小正方形区域内包含两条曲线段并且具有相同的单调性 (图 7), 则可以利用所编写的“双线倾角函数”求出这两条曲线段的倾斜角之和. 这可

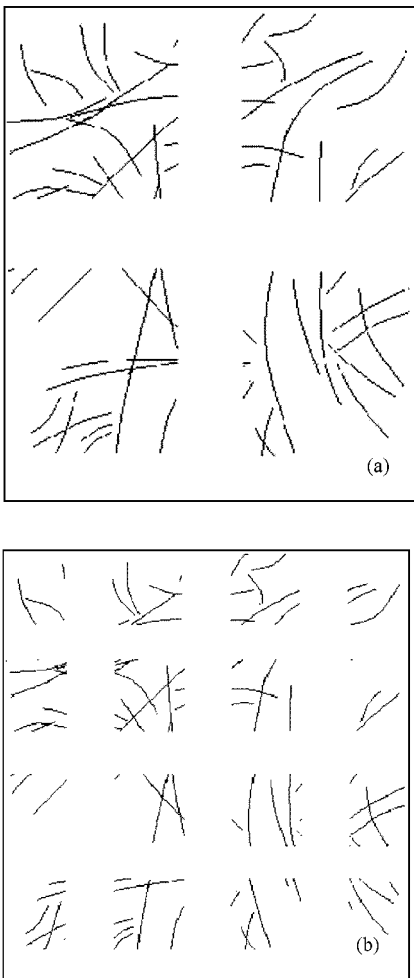


图 5 掌纹纹理模拟图的分割图 (a)当尺度 $\lambda = 1/2$ 时被分割成 4 个相等的正方形子区域 (b)当尺度 $\lambda = 1/4$ 时被分割成 16 个相等的正方形子区域

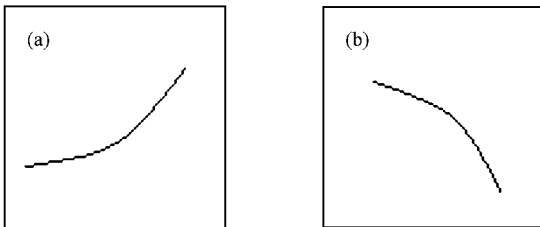


图 6 只含一条小曲线段的正方形区域 (a)单调递增, (b)单调递减

分以下两种情形：一是当这两条曲线段互不相交；二是当这两条曲线段相交，且在均单调递增的情况下满足在交点之前位于上方的曲线段要比下方的曲线段更长以及在均单调递减的情况下满足在交点之前位于下方的曲线段要比上方的曲线段更长。

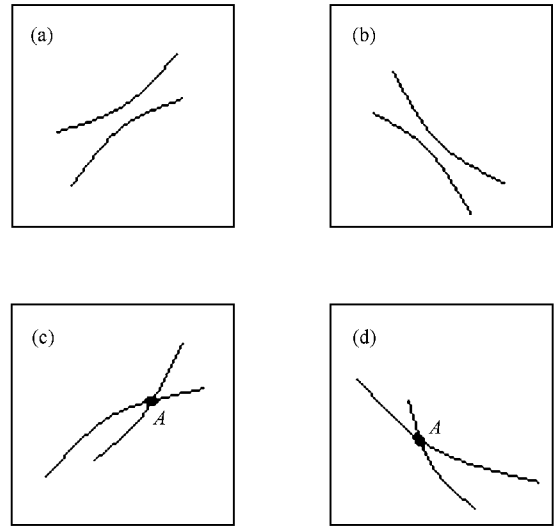


图 7 含有两条小曲线段的正方形区域 (a)两者均单调递增且互不相交 (b)两者均单调递减且互不相交 (c)两者均单调递增且相交,并满足在交点 A 之前位于上方的曲线段要长于下面的曲线段 (d)两者均单调递减且相交,并满足在交点 A 之前位于下面的曲线段要长于上方的曲线段

有了上述基本函数,便可利用 Windows 中的画图板来处理每个小正方形区域内的任意多条曲线段.首先计算出这些小曲线段的倾斜角之和 $\theta_i(\lambda)$,再取遍所有 i 值后就得到对应于某一划分尺度 λ 的掌纹纹理模拟图中所有曲线段的倾斜角之和 $\theta(\lambda)$,进而利用(1)式求出每个小正方形区域 i 的概率密度分布函数 $p_i(\lambda)$.

2.3. 多重分形相关理论介绍

首先,由(1)式所得的概率密度分布函数 $p_i(\lambda)$ 确定配分函数(即统计矩)

$$\chi_q(\lambda) \equiv \sum_i (p_i(\lambda))^q. \quad (2)$$

这里 $-\infty < q < \infty$,对于 $p_i(\lambda) = 0$ 的情况除外.定义配分函数 $\chi_q(\lambda)$ 的目的是描述概率密度分布函数 $p_i(\lambda)$ 的作用.一般而言,当 $q > 1$ 时,配分函数 $\chi_q(\lambda)$ 反映的是稠密区域的性质;反之,当 $q < -1$ 时, $\chi_q(\lambda)$ 反映的是分布中稀疏区域的性质.通过加权处理,就可把一个复杂的随机过程划分为具有不同奇异程度的区域加以研究.

其次,讨论下列幂律关系是否成立:

$$\chi_q(\lambda) = \sum (p_i(\lambda))^q \propto \lambda^{\tau(q)}.$$

我们常把满足幂律关系的尺度区间称为无标度区间,即分形关系成立的尺度区间,反映在双对数关系

图 $\log\chi_q(\lambda) - \log\lambda$ 上,就是图像呈直线的区间,可以通过双对数关系图来确定质量指数函数 $\tau(q)$ ^[11],

$$\tau(q) = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \frac{\log\chi_q(\lambda)}{\log\lambda} \quad (\lambda \rightarrow 0). \quad (3)$$

如果 $\tau(q)$ 与 q 之间存在着非线性关系,则说明对象具有多重分形性;如果 $\tau(q)$ 是 q 的线性函数,则说明对象是单分形.质量指数函数 $\tau(q)$ 与广义分形维数 $D(q)$ 还具有如下关系:

$$D(q) = \begin{cases} \frac{\tau(q)}{q-1} & (q \neq 1), \\ \tau(1) & (q = 1 \text{ 且 } \tau(q) \text{ 可微}). \end{cases} \quad (4)$$

特别地,称 $D(0)$ 为容量维数,一般而言 $D(0)$ 就等于多重分形谱的极大值.

多重分形谱利用一种特殊指数来描述所研究对象子集的分形特性.这里对多重分形谱的定义如下:设概率密度分布函数 $p_i(\lambda)$ 满足幂律关系

$$p_i(\lambda) \propto \lambda^{\alpha(i)},$$

其中 $\alpha(i)$ 称为 Hölder 指数,它依赖于第 i 个小正方形区域.如果对于所有的 i , $\alpha(i)$ 取值相同,则说明所研究的对象为单分形,反之则为多重分形.把具有相同 α 值的小正方形的数目记为 $N_\alpha(\lambda)$,且有幂律关系

$$N_\alpha(\lambda) \propto \lambda^{-f(\alpha)}$$

成立,将它与单分形公式

$$N_\alpha(\lambda) \propto \lambda^{-D}$$

相比,可以看出 $f(\alpha)$ 表示具有相同 α 值的子集的分形维数.一个复杂的分形体,它的内部可以分为一系列由不同 α 值所表示的子集,这样 $f(\alpha)$ 就给出了这一系列子集的分形特征,称函数 $f(\alpha)$ 为多重分形谱或奇异谱.当 $\tau(q)$ 与 $f(\alpha)$ 可微时,有 Legendre 变换^[12]

$$\alpha(q) = \frac{d\tau(q)}{dq}, \quad (5)$$

$$f(\alpha) = q\alpha(q) - \tau(q).$$

如果所研究的对象是单分形,则函数 $f(\alpha)$ 为一值,如果是多重分形,则函数 $f(\alpha)$ 一般为单峰曲线,将使 $f(\alpha) \geq 0$ 的区间记为 $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$ 且

$$f(\alpha_{\min}) = f(\alpha_{\max}) = 0,$$

其中

$$\alpha_{\min} = \left. \frac{d\tau(q)}{dq} \right|_{q \rightarrow +\infty},$$

$$\alpha_{\max} = \left. \frac{d\tau(q)}{dq} \right|_{q \rightarrow -\infty}.$$

可以用以下三个参数来描述对象的多重分形程度:多重分形谱的极大值

$$f_{\max} = f(\alpha_0) \quad (\alpha_0 \in [\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]).$$

谱的宽度

$$W = \alpha_{\max} - \alpha_{\min}.$$

第三个参数设为 B ,可用最小二次拟合求得.

在使谱函数 $f(\alpha)$ 取得最大值的 α_0 附近,用最小二次拟合法,拟合的二次函数设为

$$\tilde{f}(\alpha) = A(\alpha - \alpha_0)^2 + B(\alpha - \alpha_0) + C.$$

其中参数 B 表示谱曲线 $f(\alpha)$ 的不对称性.当 $B = 0$ 时,谱曲线是对称的;当 $B > 0$ 时,谱曲线的峰值偏右;当 $B < 0$ 时,谱曲线的峰值偏左.一般而言,当 $f(\alpha)$ 的最大值 f_{\max} 越大,区间 $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$ 的宽度 W 越大及谱曲线 $f(\alpha)$ 的对称性越好时,对象所呈现的多重分形性就越强. Legendre 变换提供了多重分形谱的理论计算公式,但在实际使用中一般要用下式来计算谱函数:

$$f(\alpha) = \min_{-\infty < q < \infty} (\alpha q - \tau(q)).$$

3. 数据分析与实验结果

根据以上介绍的相关公式与算法,我们提取了划分尺度 λ 分别为 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, 1/8, 1/11, 1/16 时所对应的每个小正方形区域中的所有小曲线段的倾斜角之和,并计算出对应于各种尺度的每个小正方形的概率密度分布函数 $p_i(\lambda)$. 指数 q 的实际取值范围为 $[-83, 100]$, 因为通过计算可证明当 q 值超出这个范围后,将发生溢出.我们编写了求取双对数函数、配分函数、质量指数函数、广义维数函数以及多重分形谱函数的 Matlab 的 m 文件并进行了计算.

图 8 显示了 $q = -73, -53, -33, -13, 7, 27, 47, 67, 87$ 时的双对数关系图.从图 8 可以看出,当 q 取负值时,在尺度 $\lambda = 1/8$ 附近出现了略微的浮动,但观察整个尺度的变化范围可知, $\log\chi_q(\lambda)$ 与 $\log\lambda$ 之间呈现了较好的线性关系;当 q 取正值时,在整个尺度范围内, $\log\chi_q(\lambda)$ 与 $\log\lambda$ 之间都呈现了很好的线性关系.因此 $\chi_q(\lambda)$ 与 λ 满足幂律关系,即说明在规定的尺度变化范围内掌纹纹理具有无标度性,也就是掌纹纹理具有分形的特性.依据(3)式对

$\tau(q)$ 的定义, 我们得到质量指数函数的关系图, 如图 9 所示. 从图 9 可以看出, $\tau(q)$ 是一个上凸的函数, 即 $\tau(q)$ 与 q 之间存在着非线性关系, 这表明了掌纹纹理的确具有多重分形的特性.

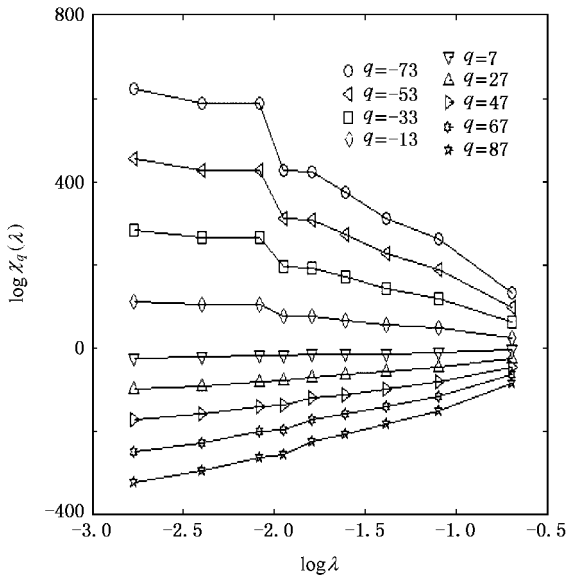


图 8 $\log \chi_q(\lambda) - \log \lambda$

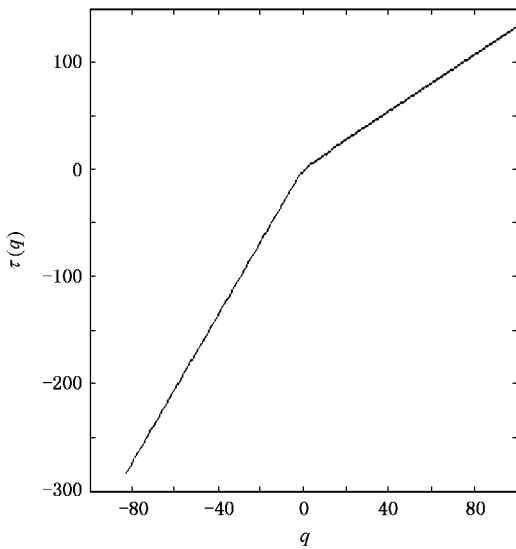


图 9 $\tau(q) - q$

利用方程(5)可以得到广义分形维数 $D(q)$ 的关系图, 如图 10 所示. 特别地, 当 $q = 0$, 所对应的容量维数 $D(0) = 1.8259$. 考虑掌纹纹理的多重分形谱

$$f(\alpha) = \min_{-\infty < q < \infty} (\alpha q - \tau(q)),$$

且

$$f(\alpha_{\min}) = f(\alpha_{\max}) = 0,$$

其中

$$\alpha_{\min} = \left. \frac{d\tau(q)}{dq} \right|_{q \rightarrow +\infty},$$

$$\alpha_{\max} = \left. \frac{d\tau(q)}{dq} \right|_{q \rightarrow -\infty}.$$

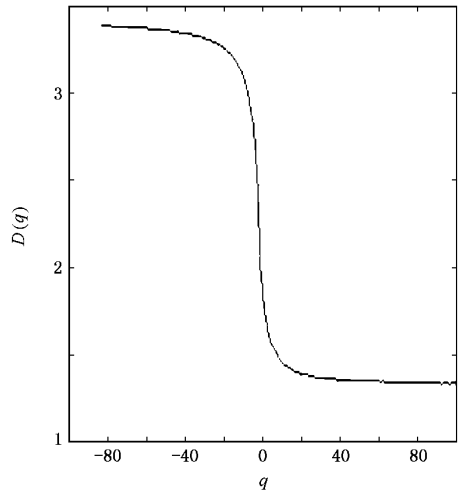


图 10 $D(q) - q$

经计算可得 $\alpha_{\min} = 1.3036$, $\alpha_{\max} = 3.4552$, 所以谱函数的宽度 $W = \alpha_{\max} - \alpha_{\min} = 2.1516$, 谱函数 $f(\alpha)$ 的极大值在 $\alpha_0 = 2.078$ (其实可以取 1.83—2.15 中的任何一个值) 处取到, 为 $f_{\max} = f(\alpha_0) = 1.8259$, 这与容量维数 $D(0)$ 的值是相同的. 多重分形谱的图像如图 11 中曲线 a 所示. 在 α_0 处, 用最小二次拟合可得谱曲线 $f(\alpha)$ 的二次拟合函数为

$$\tilde{f}(\alpha) = -1.263(\alpha - 2.078)^2 + 0.2354(\alpha - 2.078) + 1.7775.$$

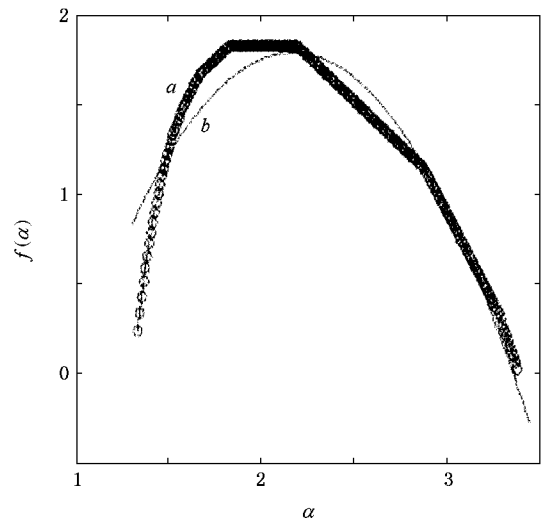


图 11 $f(\alpha) - \alpha$

它是一条开口向下的抛物线,如图 11 中曲线 b 所示.

我们得到掌纹多重分形谱的三个特征参数:奇异谱的极大值 $f_{\max} = 1.8259$, 奇异谱的宽度 $W = 2.1516$ 以及谱曲线的不对称程度 $B = 0.2354$. 较大的 f_{\max} , W 与较小的 B 也说明了此掌纹的多重分形性是比较明显的.

掌纹是人的一种可靠又稳定的生理特征,并且每个人的掌纹都各不相同,所以在理论上每个人所

具有的掌纹多重分形特征也应该是互不相同的. 这就使我们产生了以多重分形谱的三个特征量作为区分不同掌纹的判别参数的想法. 下面通过实验来比较不同掌纹的多重分形特征量.

图 12 显示了一幅油印掌纹图及三幅由数码相机拍摄到的掌纹图,均来自于不同的个体. 图 13 显示了图 12 的四幅掌纹图所对应的多重分形谱的图像. 表 1 列出了图 12 的四幅掌纹图的多重分形特征参数.

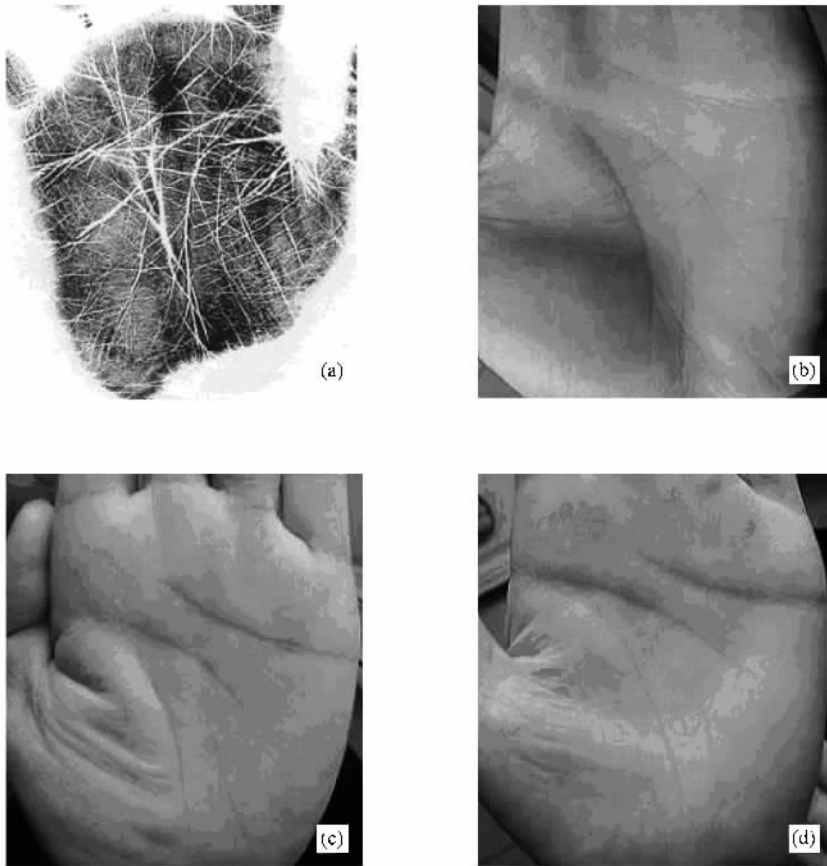


图 12 原始掌纹图 (a)油印掌纹图 (b)(c)(d)取自不同个体的掌纹图像

表 1 四幅掌纹图所对应的多重分形特征参数

	图 12(a) 掌纹图	图 12(b) 掌纹图	图 12(c) 掌纹图	图 12(d) 掌纹图
奇异谱极大值 f_{\max}	1.8259	1.607	1.2838	1.4335
奇异谱宽度 W	2.1516	1.843	1.4319	1.3771
谱曲线不对称程度 B	0.2354	0.2604	0.4682	0.4969

通过对数据的分析可以看出,图 12(a)和(b)的掌纹奇异谱的极大值和宽度较图 12(c)和(d)的掌纹奇异谱的极大值和宽度更大,谱曲线的不对称程

度较后两者更小. 因此,图 12(a)和(b)的掌纹多重分形性要比图 12(c)和(d)的掌纹多重分形性更明显一些.

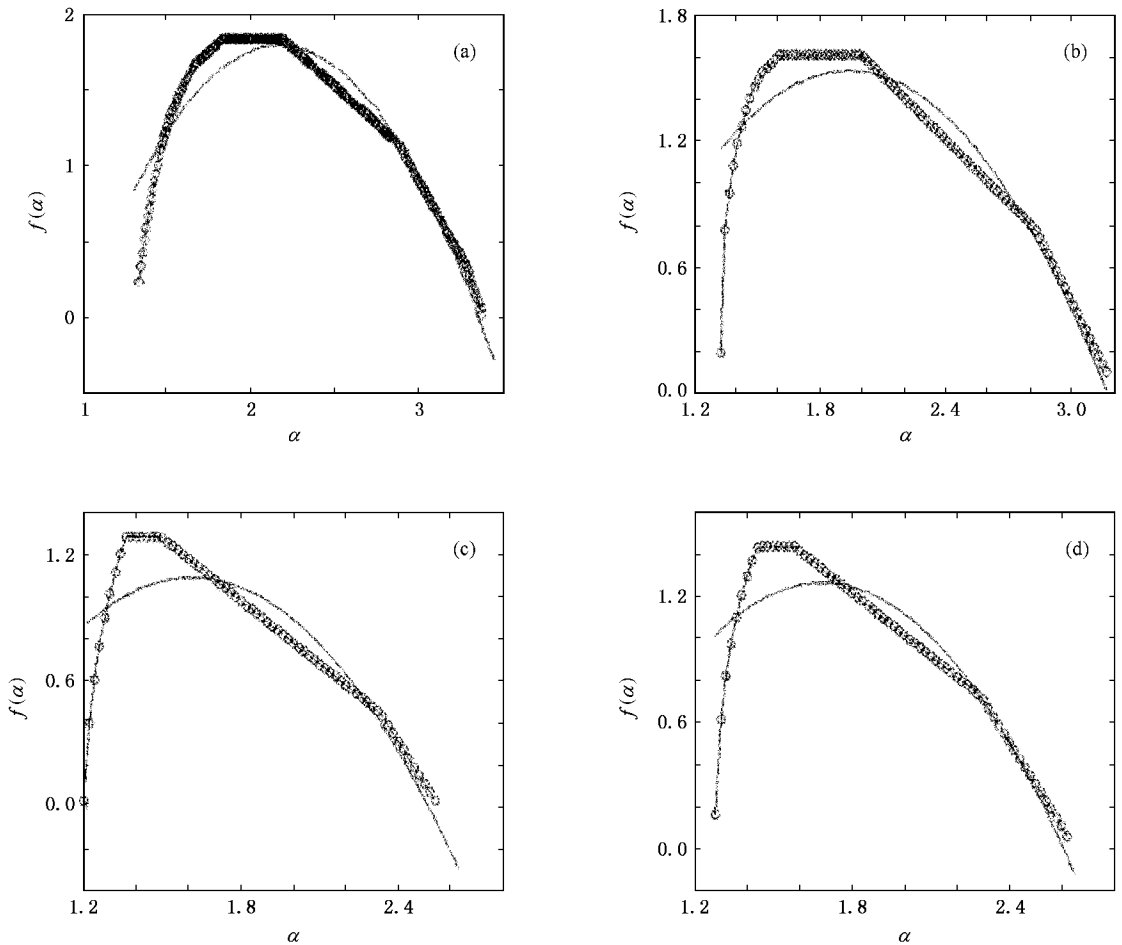


图 13 多重分形谱的图像 (a)对应于图 12(a)的掌纹 (b)对应于图 12(b)的掌纹 (c)对应于图 12(c)的掌纹 (d)对应于图 12(d)的掌纹

4. 结 论

通过运用多重分形的相关理论,我们证明了掌纹纹理具有一定的多重分形性.提取了掌纹多重分形谱的三个特征参数:谱函数的极大值 f_{\max} 、谱函数的宽度 W 以及谱曲线的不对称程度 B ,可以用这些特征参数来索引掌纹数据库以达到掌纹识别的目的.这有可能为掌纹识别带来新的思路和方法.

本文的研究工作还存在一些有待进一步完善之处.如我们在做掌纹图像预处理时所细化的掌纹纹理模拟图是一种理想状态,而目前的一些基于纹线特征的提取算法还达不到这个程度.不过我们的目的是首先要证明掌纹纹理具有多重分形性,因此这样的理想假设是合理的.还有对于给定一幅待处理的掌纹纹理模拟图,如何利用计算机自动求取此掌纹所对应的三个多重分形特征量等问题,都是我们下一阶段的主要任务.

- [1] Vandewalle N ,Ausloos M ,Boveroux P 1999 *Physica A* **269** 170
 [2] Malamud B D ,Turcotte D L 1999 *J. Stat. Plan. Infer.* **80** 173
 [3] Montanari A ,Rosso R ,Taqqu M S 2000 *Water Resour. Res.* **36** 1249
 [4] Peng C K ,Buldyrev S V ,Goldberger A L ,Havlin S ,Simons M , Stanley H E 1993 *Phys. Rev. E* **47** 3730

- [5] Miller B 1994 *IEEE Spectrum* **32** 22
 [6] Jain A ,Hong L ,Bolle R 1997 *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* **19** 302
 [7] Campbell J P 1997 *Proc. IEEE* **85** 1437
 [8] Zhang J ,Yan Y ,Lades M 1997 *Proc. IEEE* **85** 1423
 [9] Wildes R P 1997 *Proc. IEEE* **85** 1348

- [10] Li W X ,Zhang D P ,Xu Z Q 2002 *J. Software* **13** 879(in Chinese)
[李文新、张大鹏、许卓群 2002 软件学报 **13** 879]
- [11] Sun X ,Wu Z Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2126(in Chinese) [孙霞、吴自勤 2001 物理学报 **50** 2126]
- [12] Falconer K J 2001 *Fractal Geometry——Mathematical Foundations and Applications* (Shenyang : Northeastern University Press) p334 (in Chinese) [法尔科内 K J 2001 分形几何——数学基础及其应用(中译本)(沈阳 : 东北大学出版社) 第 334 页]

A multifractal approach to palmprint recognition *

Li Tong Shang Peng-Jian[†]

(School of Science ,Beijing Jiaotong University ,Beijing 100044 ,China)

(Received 27 November 2006 ; revised manuscript received 5 April 2007)

Abstract

The purpose of the present study is to investigate the presence of multifractal behaviors of the palmprint. By studying the probability distribution and the partition function ,we show that the palmprints possess multifractal characteristics. The width spread ,the maximum of multifractal spectrum ,and a parameter which describes the asymmetry of the spectrum are proposed as the distinguishing palmprint features. This may provide some factors of importance for palmprint recognition ,and shed some light on the problem of biometric recognition.

Keywords : fractal , pattern recognition

PACC : 0555 , 4230S

* Project supported by the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No. 2004CB318005).

[†] E-mail : pjshang@bjtu.edu.cn