激子自旋弛豫对简并量子点发射 光子对纠缠度的影响*

刘绍鼎¹) 程木田¹) 王 霞¹) 王取泉¹²

1) 武汉大学物理系,武汉 430072)
 2) 武汉大学声光材料与器件教育部重点实验室,武汉 430072)
 (2006年12月4日收到2007年1月26日收到修改稿)

利用粒子数运动方程和量子回归理论,计算了单个半导体量子点双激子体系脉冲激发下粒子在各能级间辐射 跃迁的二阶交叉相关函数以及系统发射光子对的偏振密度矩阵.分析了激子态能级简并量子点体系发射光子对偏 振纠缠特性,讨论了纠缠度随激子态间自旋弛豫的变化关系.研究表明,激子自旋弛豫会破坏该系统发射光子对的 纠缠度.

关键词:纠缠光子对,半导体量子点,二阶相关函数 PACC:7320D,4250,7855

1.引 言

纠缠光子对可以应用于量子信息[1-4]和量子计 算[5--7]等诸多领域.而"人工原子"半导体量子 点[8-11]在固态量子信息和量子计算领域具有很重要 的意义[12-15],它被认为是产生纠缠光子对的重要来 源^{16,17]} 但是由于量子点形状的各向异性造成了量 子点激子态能级劈裂为两个正交垂直的本征能 级^[18-21],从而只能观测到经典的级联相关光子 对^[22-26].最近 Stevenson 等^[27,28]和 Akopian 等^[29]分别 报道了在外延生长的量子点中产生纠缠光子对的两 种途径,但是对于文献27 报道的光子对是否纠缠, 目前还存在争议^[30 31].从文献 27 .28 哈出的偏振密 度矩阵可以看到,量子点发射光子对中存在大量的 由自旋弛豫产生的级联光子对,破坏了系统光子对 的偏振纠缠特性,为了分析自旋弛豫对激子态简并 量子点体系发射光子对的纠缠特性的影响,需要研 究系统粒子数密度矩阵和光子对偏振密度矩阵之间 的关系,有关这方面的研究作者尚未见报道,本文将 由粒子数运动方程计算激子态简并量子点体系级联 光子对发射的二阶交叉相关函数和偏振密度矩阵, 讨论自旋弛豫对系统发射光子对纠缠特性的影响,

2. 粒子数运动方程

考虑图 1 所示半导体量子点双激子体系, | b 为双激子态, | v 为真空态, | x 和| y 为两个具有一定能量差的正交本征激子态,本文只讨论激子态简并的情况^[27,28].设粒子由双激子态 | b 到激子态 | x (或由态 | x 到真空态 | v)复合发射水平方向偏振 光子,标记为 H;粒子由双激子态 | b 到激子态 | y (或由态 | y 到真空态 | v)复合发射水平方向偏振 光子,标记为 H;粒子由双激子态 | b 到激子态 | y (或由态 | y 到本 | v)复合发射垂直方向偏振光子, 标记为 V.两个激子形成一个双激子消耗掉的一部 分能量 δ_b 即为双激子的结合能,这一能量使得双激 子态发射光子和激子态发射光子具有较大的能量 差,可以将光子对的两个光子分离开.

在相互作用表象中 ,系统的哈密顿量为

$$\hat{H}^{(i)} = \frac{1}{2} \hbar \left[\left(\hat{\sigma}_{bx}^{(i)}(t) \Omega_{bx}(t) \right) e^{-i\omega_{L2}t} + \hat{\sigma}_{by}^{(i)}(t) \Omega_{by}(t) e^{-i\omega_{L2}t} + \hat{\sigma}_{xy}^{(i)}(t) \Omega_{xy}(t) e^{-i\omega_{L1}t} \right]$$

 $+ \hat{\sigma}_{yv}^{(i)}(t)\Omega_{yv}(t)e^{-i\omega_{L1}t} + \text{H.C.}], (1)$ $\vec{x} \oplus \Omega_{bx}(t),\Omega_{by}(t),\Omega_{xv}(t),\Omega_{yv}(t) \end{pmatrix} \\ \vec{x} \oplus (t),\Omega_{by}(t),\Omega_{xv}(t),\Omega_{yv}(t)$

^{*}国家自然科学基金(批准号:10534030,10474075)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail:qqwang@whu.edu.cn



图 1 双激子能级结构示意图 |b 为双激子态,|x 和|y 为两 个正交本征激子态,|v 为真空态, ω_e 和 ω_b 分别表示激子态和 双激子态发射光子的平均角频率, ∂_b 为双激子的结合能

迁的 Rabi 振荡频率; $\hat{\sigma}_{bx}^{(i)},\hat{\sigma}_{by}^{(i)},\hat{\sigma}_{x}^{(i)}$ 和 $\hat{\sigma}_{yy}^{(i)}$ 为跃迁偶极 矩算符; ω_{L1} 和 ω_{L2} 分别代表态 | s - | v (s = x, y)和态 | b - | s (s = x, y)之间激发脉冲角频率; H.C.表示式中前面各项的复共轭.各 Rabi 振荡频



率表达式分别为

$$\begin{split} \Omega_{bx}(t) &\equiv \mu_{bx} \varepsilon_{bx}(t)/\hbar ,\\ \Omega_{by}(t) &\equiv \mu_{by} \varepsilon_{by}(t)/\hbar ,\\ \Omega_{xv}(t) &\equiv \mu_{xv} \varepsilon_{xv}(t)/\hbar ,\\ \Omega_{yv}(t) &\equiv \mu_{yv} \varepsilon_{yv}(t)/\hbar , \end{split}$$

其中 µ_{bx} µ_{by} µ_{xx} µ_{yv}分别为相应的跃迁偶极矩. 系统主方程为^[32]

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t} = -(\mathrm{i}/\hbar \mathbf{I} \hat{H}^{(\mathrm{i})} \rho] + L(\rho). \qquad (2)$$

根据方程(1)(2)可得粒子数运动微分方程组.

3. 级联光发射及其二阶交叉相关函数

在脉冲激发下 粒子由态 $| b \rightarrow | i (i = x, y)$ 和 $| j \rightarrow | v (j = x, y)$ 辐射跃迁产生的光子对的二 阶交叉相关函数定义为^[33]

$$G_{bi \to ji}^{(2)}(\tau) = \lim_{T_{d} \to \infty} \int_{0}^{T_{d}} G_{bi \to ji}^{(2)}(t,\tau) dt$$

$$(i,j) = x,y), \qquad (3)$$





图 2 激子态 | x 与 | y 之间的自旋弛豫速率 γ_{xy} 为 0 和 1 ns⁻¹时的二阶交叉相关函数 (a) $G_{har \to xa}^{(2)}(\tau)$ (b) $G_{by \to ya}^{(2)}(\tau)$ (c) $G_{bar \to ya}^{(2)}(\tau)$, (d) $G_{by \to xa}^{(2)}(\tau)$.实线表示 $\gamma_{xy} = 0$ ns⁻¹ 處线表示 $\gamma_{xy} = 1$ ns⁻¹ 双激子态与激子态(激子态与真空态)之间有效激发脉冲面积为 2 π , 衰减速率 $\gamma_{bx} = \gamma_{by} = 4$ ns⁻¹ $\gamma_{xx} = \gamma_{yy} = 2$ ns⁻¹

式中 T_{d} 表示总探测时间 $G_{bi \rightarrow jr}^{(2)}(t, \tau)$ 为双时交叉相 关函数^[34].

$$G_{bi \to jv}^{(2)}(t,\tau) = \hat{\sigma}_{bi}^{+}(t)\hat{\sigma}_{jv}^{+}(t+\tau)\hat{\sigma}_{jv}(t+\tau)\hat{\sigma}_{bi}(t)$$

$$(i,j = x,y) \qquad (4)$$

式中 $\hat{\sigma}_{a\beta}^{+}$ 和 $\hat{\sigma}_{a\beta}$ 表示辐射跃迁算符.根据粒子数运动 主方程和量子回归定理^[35,36]可以得到四个双时交叉 相关函数 $G_{bx\to xx}^{(2)}(t,\tau), G_{by\to yx}^{(2)}(t,\tau), G_{bx\to yy}^{(2)}(t,\tau)$ 和 $G_{by\to x}^{(2)}(t,\tau)$ 的微分运动方程组^[37,38].图2给出了共 振激发下 二阶交叉相关函数 $G_{bx\to xx}^{(2)}(\tau), G_{by\to y}^{(2)}(\tau),$ $G_{bx\to yy}^{(2)}(\tau)$ 和 $G_{by\to x}^{(2)}(\tau)$ 随延时 τ 的变化关系,其中 激发脉冲频率为80 MHz,双激子态与激子态(激子 态与真空态)之间的有效激发脉冲面积 $\theta_{eff} = 2\pi,$ 粒 子由高能级弛豫到低能级的速率 $\gamma_{bx} = \gamma_{by} = 4 \text{ ns}^{-1},$ $\gamma_{xx} = \gamma_{yy} = 2 \text{ ns}^{-1},$ 激子态|x| = y间的自旋弛豫速 率 γ_{xy} 分别为((实线)和1 ns^{-1}(虚线)).随着 γ_{xy} 的增 大,二阶交叉相关函数 $G_{bx\to yy}^{(2)}(\tau)$ 和 $G_{by\to xy}^{(2)}(\tau)$ 零延 时处峰的面积也随之增大,即系统发射HV和VH级 联光子对的概率也就越大.

4. 激子态简并量子点系统纠缠光子对 发射

双光子偏振密度矩阵反映了光子对的偏振态, 由偏振密度矩阵可以得到光子对的纠缠特性.目前 人们已经提出多种纠缠度来表征光子偏振态纠缠特 性,分别为部分熵纠缠度^[39]、相对熵纠缠度^[40]、可提 纯纠缠度^[41,42]、形成纠缠度^[42].本文采用形成纠缠 度 *E*_F来表示光子对的偏振纠缠特性,可通过下式 计算^[43]:

$$E_{\mathrm{F}}(\rho_{\mathrm{pol}}) = h\left(\frac{1+\sqrt{1-\tau}}{2}\right). \tag{5}$$

这里 ρ_{pol} 是光子对偏振密度矩阵 , τ 是混乱度.

$$h(x) = -x \log_2(x) - (1 - x) \log_2(1 - x),$$

 $\tau = \left[\max \{ \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4 \ 0 \} \right]^2,$

其中 λ_i (*i* = 1 2 3 A)是矩阵 $R = \rho_{pol} \Sigma (\rho_{pol})^T \Sigma$ 的 本征值 ,且 $\lambda_1 \ge \lambda_2 \ge \lambda_3 \ge \lambda_4$, *T* 表示转置 , Σ 是自 旋翻转矩阵^[43].

在双光子偏振纠缠体系中偏振密度矩阵共有 16 个矩阵元. 其矩阵元可以由 16 个不同偏振态的 平均光子对计数 n_{pq}(p,q = H,V,R,L,D)来确 定^[43] 其中 H,V,R,L,D 分别表示水平、垂直、右 旋、左旋、与垂直方向成 45°的偏振方向. 取 $n_{\mu q}$ 值 为相应二阶相关函数零延时处的峰与非零延时处 峰的面积比,则由二阶交叉相关函数 $G_{bx \to xx}^{(2)}(\tau)$, $G_{by \to yv}^{(2)}(\tau)$, $G_{bx \to yv}^{(2)}(\tau)$ 和 $G_{by \to xx}^{(2)}(\tau)$ 计算可得 n_{HH} , n_{W} , n_{HV} , n_{VH} ,此处满足 $n_{HH} = n_{W}$, $n_{HV} = n_{VH}$.偏振密 度矩阵和 n_{w} 的关系为

 $\rho_{pol} = \sum_{pq} M_{pq} n_{pq} (n_{HH} + n_{HV} + n_{VV} + n_{VH}), (6)$ 式中 M_{pq} 是相应的变换矩阵^[43].

当自旋弛豫速率 $\gamma_{xy} = 0$ 时,系统发射光子对偏 振态为(|HH| + |VV|) $\sqrt{2}$,这是最大的纠缠态,其 归一化光子对计数 $n_{pq}^{N} = n_{pq}(n_{HH} + n_{HV} + n_{VH} + n_{VH})$ 用 n_{pq}^{E} 来表示.从报道的实验结果^[27,28]可知,激子态 能级简并时,系统发射光子对并不是最大纠缠的,这 除了由于存在杂散光等噪声信号之外,另一个更重 要的原因是激子态间有自旋弛豫.自旋弛豫产生的 HV 和 VH 光子对在激子态简并时发射路径也是不 可分的,这部分光子对偏振态为(|HV| + |VH|) $\sqrt{2}$, 其归一化光子对计数 $n_{pq}^{N} 用 n_{pq}^{C}$ 来表示.整个系统发 射光子对偏振态可以写为^[29]

$$\begin{aligned} |\psi &= \alpha |p_{H}| |HH| |d_{H} + \beta |p_{V}| |VV| |d_{V} \\ &+ \eta |p_{HV}| |HV| |d_{HV} + \kappa |p_{VH}| |VH| |d_{VH} , \end{aligned}$$

$$(7)$$

式中 $|_{p_{K,V}}$ 表示光子对波包; $|_{d_{K,V}}$ 代表量子点终态; $\alpha \beta, \eta, \kappa$ 为四种发射路径的复概率 在此满足关系

$$|\alpha|^{2} + |\beta|^{2} + |\eta|^{2} + |\kappa|^{2} = 1,$$

$$|\alpha|^{2} / |\eta|^{2} = n_{HH} / n_{HV},$$

$$\alpha = \beta,$$

$$n = \kappa$$
(8)

由关系式 8 以及图 2 所示四个二阶交叉相关函数 计算可得 α , β , η , κ .整个系统发射光子对 n_{pq}^{N} 为

 $n_{pq}^{N} = (|a|^{2} + |\beta|^{2})n_{pq}^{E} + (|\eta|^{2} + |\kappa|^{2})n_{pq}^{C} (9)$ 将(9)式代入(6)式可求得光子对偏振密度矩阵.

当自旋弛豫速率 $\gamma_{xy} = 1 \text{ ns}^{-1}$,由(9)式得到 16 个平均光子对计数 $n_{\mu\eta}$ 如图 3 所示.此时的偏振密度 矩阵如图 4(b),计算得其形成纠缠度约为 0.403,即 此时系统产生光子对是纠缠的.这与文献 28]的实 验结果偏振密度矩阵和纠缠度符合较好,说明实验 中^[28]激子态间的自旋弛豫速率约为 1 ns⁻¹.图 4(a) 和(c)分别为 $\gamma_{xy} = 0$ 和 10 ns⁻¹时的偏振密度矩阵, 其形成纠缠度分别为 1 和 0.084.



图 3 激子态简并体系发射光子对 16 个偏振态下二阶相关函数 $\theta_{eff} = 2\pi$,自旋弛豫速率 $\gamma_{xy} = 1 \text{ ns}^{-1}$,衰减速率 $\gamma_{bx} = \gamma_{by} = 4 \text{ ns}^{-1}$, $\gamma_{xx} = \gamma_{yx} = 2 \text{ ns}^{-1}$



图 4 系统发射光子对偏振密度矩阵 (a) $\gamma_{xy} = 0 \text{ ns}^{-1}$ (b) $\gamma_{xy} = 1 \text{ ns}^{-1}$ (c) $\gamma_{xy} = 10 \text{ ns}^{-1}$

改变激子态间的自旋弛豫速率 γ_{xy} ,得到形成纠 缠度 $E_{\rm F}$ 随 γ_{xy} 的变化关系如图 5 所示. 从图 5 可以 看出,随着 γ_{xy} 的增大,系统产生光子对的形成纠缠



图 5 形成纠缠度 $E_{\rm F}$ 随自旋弛豫速率 $\gamma_{\rm rr}$ 的变化关系

- [1] Bell J S 1966 Rev. Mod. Phys. 38 447
- [2] Gisin N , Ribordy G , Tittel W , Zbinden H 2002 Rev. Mod. Phys. 74 145
- [3] Ekert A K 1991 Phys. Rev. Lett. 67 661
- [4] Ji L L, Wu L A 2005 Acta Phys. Sin. 54 736(in Chinese)[季玲 玲、吴令安 2005 物理学报 54 736]
- [5] Knill E , Laflamme R , Milburm G J 2001 Nature 409 46
- [6] Bianucci P, Muller A, Shih C K, Wang Q Q, Xue Q K, Piermarocchi C 2004 Phys. Rev. B 69 161303
- [7] Berman G P , Brown G W , Hawley M E , Tsifrinovich V I 2001 Phys. Rev. Lett. 87 097902
- [8] Millo O, Katz D, Cao Y W, Banin U 2001 Phys. Rev. Lett. 86 5751
- [9] Alivisatos A P 1996 Science 271 933
- [10] Warburton R J , Schaflein C , Haft D , Bickel F , Lorke A , Karral K , Garcia J M , Schoenfeld W , Petroff P M 2000 Nature 405 926
- [11] Xie W F 2006 Chin. Phys. 15 203
- [12] Li X , Wu Y , Steel D , Gammon D , Stievater T H , Katzer D S , Park D , Piermarocchi C , Sham L J 2003 Science 301 809
- [13] Wang Q Q, Muller A, Cheng M T, Zhou H J, Bianucci P, Shih C K 2005 Phys. Rev. Lett. 95 187404
- [14] Troiani F, Hohenester U, Molinari E 2000 Phys. Rev. B 62 2263
- [15] Song H Z , Zhang P , Duan S Q , Zhao X G 2006 Chin . Phys. 15 2130
- [16] Benson O, Santori C, Pelton M, Yamamoto Y 2000 Phys. Rev. Lett. 84 2513
- [17] Visser P M , Allaart K , Lenstra D 2003 Phys. Rev. A 68 053805
- [18] Bayer M, Kuther A, Forchel A, Gorbunov A, Timofeev V B, Schäfer F, Reithmaier J P, Reinecke T L, Walck S N 1999 Phys. Rev. Lett. 82 1748

度逐渐减小.当 $\gamma_{xy} = 0$ 时,系统发射光子对是最大 纠缠的;当 γ_{xy} 由0增大到 $2 ns^{-1}$ 时,形成纠缠度从1 急剧减小到0.2;当 $\gamma_{xy} > 2 ns^{-1}$ 时,形成纠缠度缓慢 减小;当 $\gamma_{xy} > 7 ns^{-1}$ 时,形成纠缠度已小于0.1.

5.结 论

本文由粒子数运动方程计算了激子态简并量子 点体系级联光子对发射的二阶交叉相关函数和偏振 密度矩阵,理论分析了文献 28 的实验结果,并讨论 了自旋弛豫速率对系统发射光子对纠缠特性的影 响.随着自旋弛豫速率的增大,由交叉发射路径产生 的级联光子对将破坏系统发射光子对的偏振纠缠特 性.因此,要得到完全纠缠的光子对,不仅需要使激 子态能级完全简并,还要消除激子态间的自旋弛豫.

- [19] Muller A , Wang Q Q , Bianucci P , Shih C K , Xue Q K 2004 Appl . Phys. Lett. 84 981
- [20] Smith J M , Dalgarno P A , Warburton R J , Govorov A O , Karrai K , Gerardot B D , Petroff P M 2005 Phys. Rev. Lett. 94 197402
- [21] Zhou H J, Liu S D, Wang Q Q, Zhan M S, Xue Q K 2005 Acta Phys. Sin. 54 710 (in Chinese) [周慧君、刘绍鼎、王取泉、詹明 生、薛其坤 2005 物理学报 54 710]
- [22] Santori C , Fattal D , Pelton M , Solomon G S , Yamamoto Y 2002 Phys. Rev. B 66 45308
- [23] Stevenson R M, Thompson R M, Shields A J, Farrer I, Kardynal B E, Ritchie D A, Pepper M 2002 Phys. Rev. B 66 081302
- [24] Ulrich S M, Strauf S, Michler P, Bacher G, Forchel A 2003 Appl. Phys. Lett. 83 1848
- [25] Zwiller V, Jonsson P, Blom H, Jeppesen S, Pistol M E, Samuelson L, Katznelson A A, Kotelnikov E Y, Evtikhiev V, Björk G 2002 Phys. Rev. A 66 053814
- [26] Santori C , Pelton M , Solomon G , Dale Y , Yamamoto Y 2001 Phys. Rev. Lett. 86 1502
- [27] Stevenson R M, Young R J, Atkinson P, Cooper K, Ritchie D A, Shields A J 2006 Nature 439 179
- [28] Young R J, Stevenson R M, Atkinson P, Cooper K, Ritchie D A, Shields A J 2006 New J. Phys. 8 29
- [29] Akopian N, Lindner N H, Poem E, Berlatzky Y, Avron J, Gershoni D, Gerardot B D, Petroff P M 2006 Phys. Rev. Lett. 96 130501
- [30] Gilchrist A , Resch K J , White A G 2007 Nature 445 E4
- [31] Stevenson R M , Young R J , Atkinson P , Cooper K 2007 Nature 445 E5
- [32] Villas-Bôas J M , Ulloa Sergio E , Govorov A O 2005 Phys. Rev. Lett. 94 057404

8期

- [33] Swain S , Zhou P , Ficek Z 2000 Phys. Rev. A 61 043410
- [34] Kiraz A , Atatüre M , Imamoğlu A 2004 Phys. Rev. A 69 032305
- [35] Mollow B R 1969 Phys. Rev. 188 1969
- [36] Lax M 1968 Phys. Rev. 172 350
- [37] Li Y Y, Cheng M T, Zhou H J, Liu S D, Wang Q Q, Xue Q K 2006 Acta Phys. Sin. 55 1781 (in Chinese)[李耀义、程木田、周 慧君、刘绍鼎、王取泉、薛其坤 2006 物理学报 55 1781]
- [38] Li Y Y , Cheng M T , Zhou H J , Liu S D , Wang Q Q 2005 Chin . Phys. Lett. 22 2960

- [39] Phoenix Simon J D , Knight P L 1991 Phys. Rev. A 44 6023
- [40] Vedral V, Plenio M B, Rippin M A, Knight P L 1997 Phys. Rev. Lett. 78 2275
- [41] Rains E M 1999 Phys. Rev. A 60 173
- [42] Bennett C H , DiVincenzo D P , Smolin J A , Wootters W K 1996 Phys. Rev. A 54 3824
- [43] James Daniel F V , Kwiat P G , Munro W J , White A G 2001 Phys . Rev. A 64 052312

The influence of spin relaxation on the entanglement of photon pairs emitted from degenerate exciton quantum dot system*

Liu Shao-Ding¹) Cheng Mu-Tian¹) Wang Xia¹) Wang Qu-Quan¹⁽²⁾

1 X Department of Physics , Wuhan University , Wuhan 430072 , China)

2) Key Laboratory of Acoustic and Photonic Materials and Devices of Ministry of Education , Wuhan University , Wuhan 430072 , China)

(Received 4 December 2006; revised manuscript received 26 January 2007)

Abstract

The second-order cross correlation function of the photon emission and the polarization density matrix of the photon pairs emitted from the biexciton system of single semiconductor quantum dots under pulsed excitation were calculated using the dynamical population density matrix equations and quantum regression theorem. The entanglement of the photon pairs emitted from the single quantum dot with degenerate exciton states were investigated , and the relationship between the entanglement and the spin relaxation rate was also discussed. The simulations revealed that the spin relaxation destroys the entanglement of the photon pairs emitted from this system.

Keywords : entangled photon pairs , semiconductor quantum dot , second-order correlation function PACC : 7320D , 4250 , 7855

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10534030, 10474075).

[†] Corresponding author. E-mail:qqwang@whu.edu.cn