

四维切换超混沌系统*

刘扬正^{1)†} 姜长生²⁾ 林长圣¹⁾ 孙 晗¹⁾

1) 南京工程学院非线性物理研究所, 南京 211167)

2) 南京航空航天大学自动化学院, 南京 210016)

(2006 年 12 月 9 日收到, 2006 年 12 月 26 日收到修改稿)

构建了一类关联且有多种切换方式的四维超混沌系统. 依据系统的分岔图确定了各个子系统都处于混沌状态时, 系统参数的取值范围. 分析了这类四维超混沌系统平衡点的性质、超混沌吸引子的相图和 Lyapunov 指数等特性, 设计了实现这类可切换超混沌系统的实际电路, 利用系统选择器, 一个电路可以实现四个关联子系统的功能.

关键词: 超混沌系统, 分岔图, Lyapunov 指数, 切换

PACC: 0545

1. 引言

系统的切换问题已逐渐引起了非线性科学工作者的重视, 文献 [1] 利用切换系统实现多通道混沌数字通讯, Lü 和 Zheng 分别提出了利用系统分段线性函数的切换^[2,3], 对系统实施反混沌控制; 为了增强混沌同步保密通讯的安全性能, 文献 [4—8] 探讨了多个关联子系统之间的切换混沌同步问题. 由此可见, 对系统切换问题的研究, 不仅具有深远的理论意义, 而且具有广泛的应用价值. 为了建构子系统足够多又能容易相互切换的混沌系统, 文献 [9] 采用增加并改变系统非线性特性的方法^[9-21], 建构了一类关联且可切换的三维混沌系统, 因为要保证这类系统具有相同的系统参数, 这类系统的切换只有改变系统非线性特性一种方式. 如果进一步拓展文献 [9] 中的三维切换系统的维数, 不仅能增加切换子系统的数量和系统的切换方式, 而且有可能使系统成为超混沌系统. 根据上述思路, 本文利用拓展系统维数的方法^[22-28], 在文献 [9] 系统的基础上, 建构一类包含四个子系统的关联且可切换的四维超混沌系统. 首先, 根据系统的分岔图确定所有子系统都处于混沌状态的系统参数的取值范围; 然后, 对四维超混沌系统的特性进行分析, 如平衡点的性质、混沌吸引子的相图和 Lyapunov 指数等, 表明在相同的系统参数条

件下, 所有子系统都是超混沌系统, 进而设计一个实际电路, 通过系统选择器的切换, 一个电路能实现多个关联子系统的功能.

2. 系统构成及特性分析

采用拓展系统变量并将其反馈回系统的方法^[25-28], 对三维切换混沌系统^[9]进行改造, 构建一类四维混沌系统, 其方程表述为以下形式:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \alpha(y-x) + yz, \\ \dot{y} &= bx - 10xz + w, \\ \dot{z} &= -cz + 10x^2, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \dot{w} &= -dx; \\ \dot{x} &= \alpha(y-x) + y^2, \\ \dot{y} &= bx - 10xz + w, \\ \dot{z} &= -cz + 10x^2, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \dot{w} &= -dx; \\ \dot{x} &= \alpha(y-x) + yz, \\ \dot{y} &= bx - 10xz + w, \\ \dot{z} &= -cz + 10x^2, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \dot{w} &= -dy; \\ \dot{x} &= \alpha(y-x) + y^2, \\ \dot{y} &= bx - 10xz + w, \\ \dot{z} &= -cz + 10x^2, \end{aligned} \quad (4)$$

* 国家自然科学基金(批准号: 90405011), 江苏省高校自然科学基金(批准号: 07KJD120081), 南京工程学院自然科学基金(批准号: KXJ06047)资助的课题.

† E-mail: lyz64@njit.edu.cn, lyz_6410@163.com

$$\dot{w} = -dy.$$

式中正常数 a, b, c, d 为系统参数, x, y, z, w 为系统变量. 这四个系统的参数都相同, 发生改变的是系统的非线性特性和系统拓展函数的变量, 因此, 这类系统是相互关联的. 系统变化的非线性函数都是系统变量的二次函数, 可以互相切换. 这种关联性和可

切换性不仅为系统的电路实现带来了方便, 而且使系统具有一定的实际应用价值^[4-8, 13, 28].

图 1 表示系统参数 $a = 10, b = 40, c = 2.5$ 保持不变, 系统变量 y 随系统参数 d 变化的分岔图. 根据这类四维混沌系统的分岔图, 确定使四个子系统都处于混沌状态共同的系统参数值.

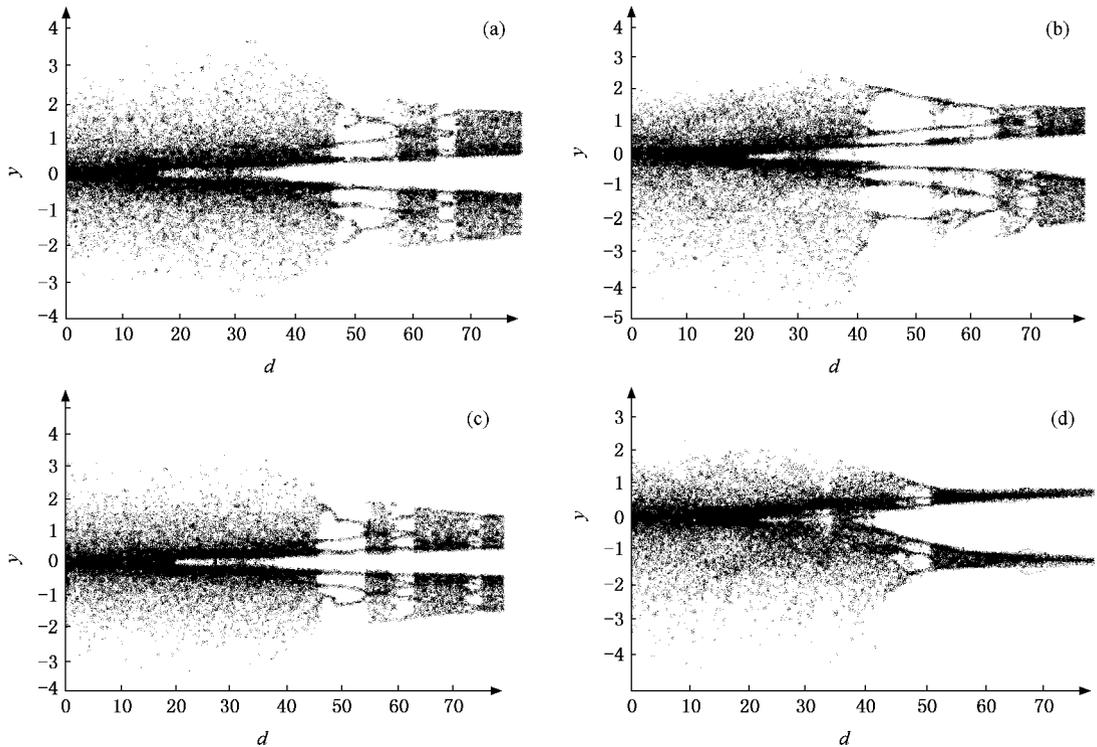


图 1 系统变量 y 随系统参数 d 变化的分岔图 (a) 系统(1), (b) 系统(2), (c) 系统(3), (d) 系统(4).

从图 1 中可以看出, 系统参数 $d \in (0, 36)$ 时, 四个子系统都处于混沌状态.

由系统(1)~(4)得到

$$\Delta V = \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{y}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{z}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial w} = -a - c, \quad (5)$$

很显然 $-a - c < 0$, 即保证四个子系统都具有耗散性. 四个子系统都只有唯一的平衡点 $P^0(0, 0, 0, 0)$, 子系统(1)(2)在平衡点 P^0 处的 Jacobian 矩阵为

$$J_1 = \begin{bmatrix} -a & a & 0 & 0 \\ b & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -c & 0 \\ -d & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

子系统(3)(4)在平衡点 P^0 处的 Jacobian 矩阵为

$$J_2 = \begin{bmatrix} -a & a & 0 & 0 \\ b & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -c & 0 \\ 0 & -d & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

当系统参数为 $a = 10, b = 40, c = 2.5, d = 10$ 时, 四个四维系统的特性分析如表 1.

由表 1 可知, 四个四维子系统的 Jacobian 矩阵在平衡点 P^0 处特征值皆为实数, 且都有二个特征值大于零, 二个特征值小于零, 因而平衡点 P^0 都是不稳定的鞍点. 四个四维子系统皆有二个大于零的 Lyapunov 指数, 因此四个子系统都处于超混沌状态. 四个子系统都具有相近的分形维数, 从图 3~6 中可以看出, 各子系统具有明显的分形特征和相似的动态行为.

3. 系统的电路实现

从上述分析可知, 四个四维超混沌系统之间存在一定的差异, 同时也存在着密切的联系. 根据(1)~(4)式设计了一个能实现四个四维超混沌系统

表 1 四个四维混沌系统特性分析表

系统	平衡点	特征值	Lyapunov 指数	分形维数
(1)	$P^0(0, 0, 0, 0)$	$(-21.7214, 11.3145, 0.4069, -2.500)$	$(1.2346, 0.2305, 0, -20.1972)$	3.0728
(2)	$P^0(0, 0, 0, 0)$	$(-21.7214, 11.3145, 0.4069, -2.500)$	$(1.3537, 0.3571, 0, -21.7882)$	3.0785
(3)	$P^0(0, 0, 0, 0)$	$(-21.4612, 10.9971, 0.4245, -2.500)$	$(1.1985, 0.1573, 0, -19.3945)$	3.0699
(4)	$P^0(0, 0, 0, 0)$	$(-21.4612, 10.9971, 0.4245, -2.500)$	$(1.9219, 0.3782, 0, -21.1172)$	3.1089

功能的实际电路,如图 2 所示.图中的运算放大器皆为 LM324,电路中各元件的数值如图中标示,它们由系统的参数决定.由于系统中的非线性函数都是系统变量的二次函数,可由模拟乘法器实现.模拟乘法器可选用 AD633JN.通过电路中开关的切换可进行

子系统间的转换,开关 K_1 实现非线性函数 yz 和 y^2 的切换;开关 K_2 实现线性函数 dx 和 dy 的切换.利用图中开关的切换,一个电路可以实现四个四维超混沌系统的功能,操作非常简便,因此该电路系统具有重要的使用价值和广阔的应用前景.

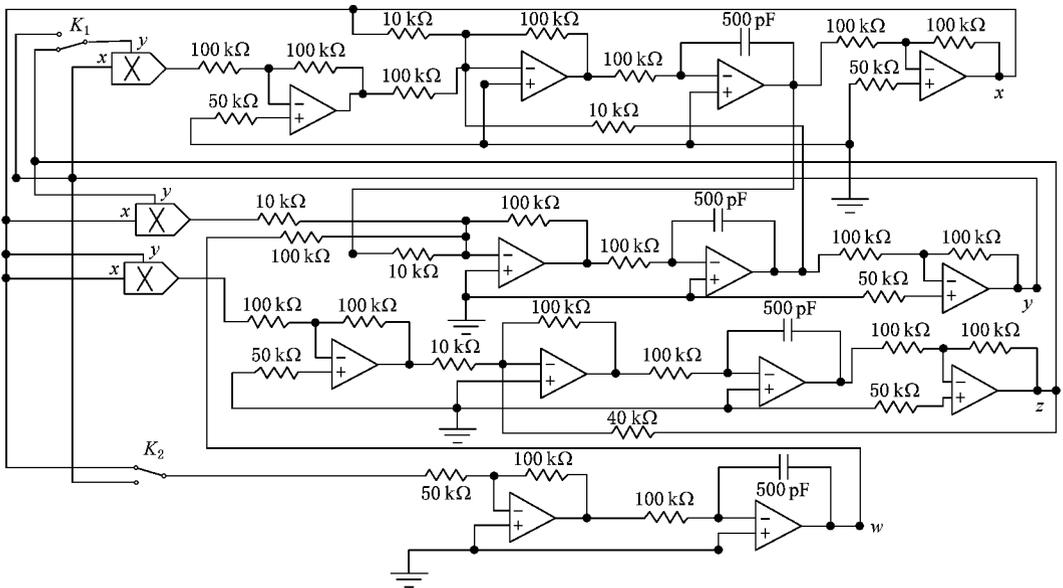


图 2 四个系统的实际电路图

根据图 2 所示的电路,利用 EWB 电路仿真软件得到四个四维超混沌子系统的部分相图,如图 3—6 所示.

系统的非线性特性变化或线性函数的变量各异,导致系统变量流的演化存在一定的差异,因而表现为相空间中相图的形状不同,这正是子系统间内在差异性的外在显现.

从图 3—6 可以看出,由于四个四维超混沌子系

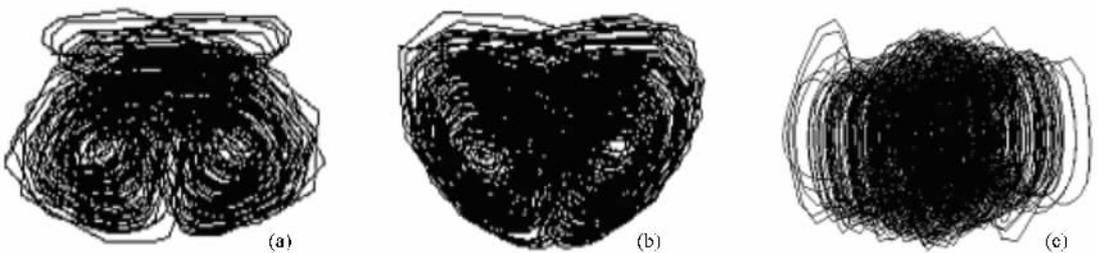
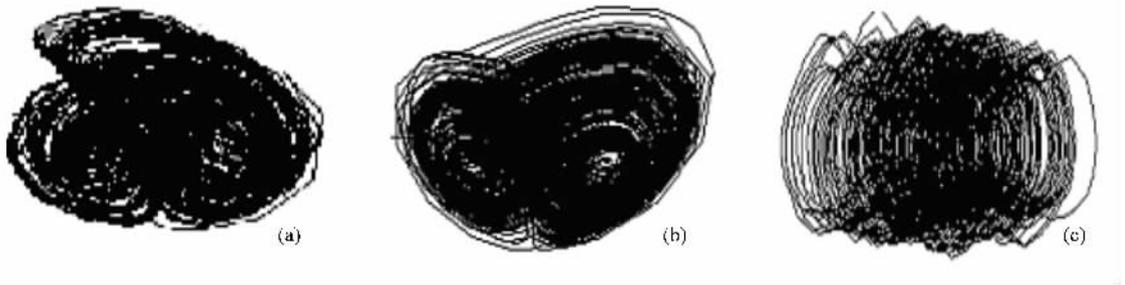
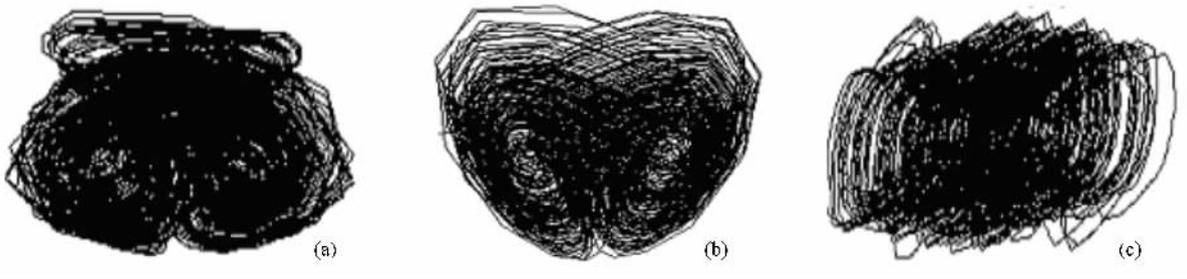
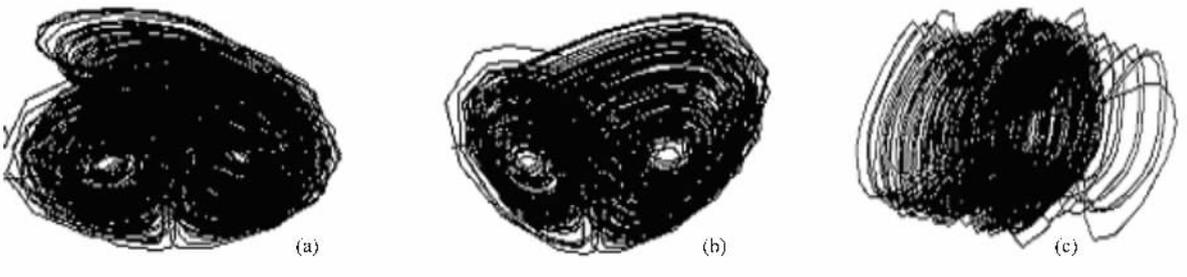


图 3 系统(1)的相图 (a)z-y (b)z-x;(c)x-w

图 4 系统(2)的相图 (a) $z-y$ (b) $z-x$; (c) $x-w$ 图 5 系统(3)的相图 (a) $z-y$ (b) $z-x$; (c) $x-w$ 图 6 系统(4)的相图 (a) $z-y$ (b) $z-x$; (c) $x-w$

上述四个子系统包含了两种不同的切换方式,既有线性部分相同,只是非线性特性不同的情形,如子系统(1)和(2)或子系统(3)和(4);也有线性部分不同,非线性特性相同的情形,如子系统(1)和(3)或子系统(2)和(4).与文献[9]中的切换系统相比,这类切换四维超混沌系统增加了选择的灵活性,并且这四个子系统都是超混沌系统,其混沌特性更加复杂,因而提高了对系统预测重构的难度.这类四维超混沌系统的可切换性和内在的差异性,应用到基于多关联系统切换混沌同步的保密通讯,可以进一

步增强了混沌同步保密通信的安全性能.

4. 结 论

本文建构了一类包含四个子系统的关联且可切换的四维超混沌系统,这些子系统间既相对独立,自成体系,又存在着很紧密的内在联系.利用系统选择器,可以在四个子系统间随机切换,切换操作方便灵活,组合的方式变化多样,系统流演化的差异较大,因此,这类系统具有重要的应用价值.

- [3] Zheng Z , Lü J , Zhou T , Chen G , Zhang S 2004 *Chaos , Solitons&Fractals* **20** 277
- [4] Liu Y Z , Fei S M 2006 *Acta Phys . Sin .* **55** 1035 (in Chinese) [刘扬正 费树岷 2006 物理学报 **55** 1035]
- [5] Zhang J S , Xiao X C 2001 *Acta Phys . Sin .* **50** 2121 (in Chinese) [张家树、肖先赐 2001 物理学报 **50** 2121]
- [6] Zhang Y , Chen T Q 2005 *J. of UEST of China* **34** 763 (in Chinese) [张 勇、陈天麒 2005 电子科技大学学报 **34** 763]
- [7] Liu Y Z , Ling C S , Fei S M 2006 *Systems Engineering and Electronics* **28** 591 (in Chinese) [刘扬正、林长圣、费树岷 2006 系统工程与电子技术 **28** 591]
- [8] Liu Y Z , Fei S M , Li P 2005 *Systems Engineering and Electronics* **27** 1448 (in Chinese) [刘扬正、费树岷、李 平 2005 系统工程与电子技术 **27** 1448]
- [9] Liu Y Z , Jiang C S , Lin C S , Xiong X , Shi L 2007 *Acta Phys . Sin .* **56** 3107 (in Chinese) [刘扬正、姜长生、林长圣、熊 星、石磊 2007 物理学报 **56** 3107]
- [10] Ueta T , Chen G 2000 *Int . J. Bifurcat Chaos* **10** 1917
- [11] Lü J , Chen G 2002 *Int . J. Bifurcat Chaos* **12** 659
- [12] Lü J , Chen G , Zhang S 2002 *Chaos , Solitons&Fractals* **14** 669
- [13] Liu Y Z , Jiang C S , Lin C S 2007 *Acta Phys . Sin .* **56** 707 (in Chinese) [刘扬正、姜长生、林长圣 2007 物理学报 **56** 707]
- [14] Liu C , Liu T , Liu L , Liu K 2004 *Chaos , Solitons&Fractals* **22** 1031
- [15] Wang J Z , Chen Z Q , Yuan Z Z 2006 *Chin . Phys .* **15** 1216
- [16] Chen H K , Lee C I 2004 *Chaos , Solitons&Fractals* **21** 957
- [17] Wang G R , Yu X L , Chen S G 2001 *Chaos control , synchronization and it application* (Beijing : National Defense Industry Publishing House) (in Chinese) [王光瑞、于熙龄、陈式刚 2001 混沌的控制、同步与利用 (北京 : 国防工业出版社)]
- [18] Wang G Y , Qiu S S , Xu Z Y 2006 *Acta Phys . Sin .* **55** 3295 (in Chinese) [王光义、丘水生、许志益 2006 物理学报 **55** 3295]
- [19] Liu L , Su Y C , Liu C X 2006 *Acta Phys . Sin .* **55** 3933 (in Chinese) [刘 凌、苏燕辰、刘崇新 2006 物理学报 **55** 3933]
- [20] Wang J Z , Chen Z Q , Yuan Z Z 2006 *Acta Phys . Sin .* **55** 3956 (in Chinese) [王杰智、陈增强、袁著祉 2006 物理学报 **55** 3956]
- [21] Wang F Z , Qi G Y , Chen Z Q , Zhang Y H , Yuan Z Z 2006 *Acta Phys . Sin .* **55** 4005 (in Chinese) [王繁珍、齐国元、陈增强、张宇辉、袁著祉 2006 物理学报 **55** 4005]
- [22] Lian K Y , Liu P 2000 *IEEE Trans Circuits Syst- I* **47** 1418
- [23] Lü J , Chen G , Cheng D , Celikovskiy 2002 *Int . J. Bifurcat Chaos* **12** 2917
- [24] Wang F Q , Liu C X 2006 *Acta Phys . Sin .* **55** 5061 (in Chinese) [王发强、刘崇新 2006 物理学报 **55** 5061]
- [25] Wang F Q , Liu C X . 2006 *Chin . Phys .* **15** 963
- [26] Zou Y L , Zhu J , Chen G R 2005 *Chin . Phys .* **14** 697
- [27] Gao T G , Chen Z Q , Yuan Z Z , Chen G R 2006 *Int . J. Mod . Phys . C* **17** 471
- [28] Liu Y Z , Jiang C S , Lin C S , Jiang Y M 2007 *Chin . Phys .* **16** 660

Four-dimensional switchable hyperchaotic system^{*}

Liu Yang-Zheng¹⁾²⁾ Jiang Chang-Sheng²⁾ Lin Chang-Sheng¹⁾ Sun Han¹⁾

¹⁾ *Institute of Nonlinear Physics , Nanjing Institute of Technology , Nanjing 211167 , China*

²⁾ *College of Automatic Engineering , Nanjing University of Aeronautics and Astronautics , Nanjing 210016 , China*

(Received 9 December 2006 ; revised manuscript received 26 December 2006)

Abstract

A class of four-dimensional switchable hyperchaotic systems is built by adding an additional state to the three-dimensional switchable chaotic system. When subsystems are hyperchaotic , an identical system parameter is determined according to the bifurcation diagrams of the subsystems. Some of its basic dynamical properties are studied detailedly , such as the feature of equilibrium , the phase portraits of hyperchaotic attractor , the Lyapunov exponent and the fractal dimension. A practical circuit is designed to realize these systems.

Keywords : hyperchaotic system , bifurcation diagram , Lyapunov exponent , switchable

PACC : 0545

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 90405011) and the Natural Science Foundation of Jiangsu Province , China (Grant No. 07KJD120081) and the Natural Science Foundation of Nanjing Institute of Technology , China (Grant No. KXJ06047).