

# 等离子体天线色散关系和辐射场数值计算

赵国伟<sup>1,2)</sup> 徐跃民<sup>1)</sup> 陈 诚<sup>1)</sup>

1) 中国科学院空间科学与应用研究中心, 北京 100080)

2) 中国科学院研究生院, 北京 100080)

(2006 年 10 月 11 日收到, 2006 年 11 月 30 日收到修改稿)

研究了电磁波沿轴向对称柱形等离子体天线传播的特性、色散关系及辐射方向图、增益等天线参数。通过对腔体材料介电系数、内外半径、等离子体密度、碰撞频率等参数的分析, 结果表明要减小波沿等离子体天线传播的衰减, 应当增加等离子体密度, 减小碰撞频率, 增加等离子体半径, 减小腔体厚度, 采用介电系数较小的材料。计算了在不同参数条件下, 等离子体天线的辐射方向图、增益的变化, 这些结果对于等离子体天线的设计很有参考价值。

关键词: 等离子体天线, 色散关系, 增益, 辐射方向图

PACC: 5225, 5240, 5265, 1340

## 1. 引 言

等离子体作为物质的第四态, 已经广泛应用于各个领域。在军事上, 等离子体技术可以应用于飞行器隐身、推进器、通信、探测等方面, 而在天线中, 如果等离子体密度高, 信号频率不能穿透等离子体, 趋肤深度很小, 与金属天线类似, 会沿着柱形等离子体传播, 即利用等离子体的导电性能做等离子体天线, 由于它的反射、吸收电磁波特性, 同时又具有了隐身能力。

国内外对电磁波在柱形等离子体中传播的研究也很多<sup>[1-14]</sup>, 在低气压条件下, 利用几十 kHz 到 GHz<sup>[15-19]</sup> 的射频信号可以从单极产生高密度、低温等离子体。等离子体天线概念的提出, 这方面研究也逐渐增多<sup>[6-11]</sup>, 内容主要是集中于等离子体天线激励原理、特性、实验等综述性方面的讨论, 而关于色散关系和辐射方向图等具体参数、问题的求解和分析很少。赵国伟等<sup>[2, 11]</sup> 讨论了不同等离子体密度在轴向密度均匀和不均匀情况下, 等离子体天线辐射方向图、增益、阻抗等参数的变化, 但色散模型中没有加入腔体材料, 没有考虑介质管对辐射方向图、增益等天线参数的影响。

等离子体天线不同于金属天线, 需要一个约束腔体, 腔体不仅仅能够约束等离子体的范围, 同时还具有防腐蚀、氧化等功能, 类似于金属天线的天线罩, 但参考文献中<sup>[2, 6, 8, 9, 11]</sup> 普遍用的等离子体色散关

系是基于等离子体和真空模型得到的, 而实际等离子体外面的一层腔体约束材料没有提及, 本文在模型中加入腔体材料, 研究了材料内、外半径、介电系数对电磁波色散关系、等离子体天线的辐射方向图、增益等天线参数的影响。

## 2. 柱形等离子体色散关系

如图 1 所示, 认为等离子体密度均匀, 外面是等离子体腔体约束材料, 它内半径为  $R_a$ , 外半径为  $R_b$ , 最外层是自由空间。电磁场时间变化为  $e^{i\omega t}$ ,  $\omega$  为电磁波频率, 在柱坐标系下, 从麦克斯韦方程得到

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_r \mu_r E_z = 0, \quad (1)$$

其中  $c$  为自由空间中光速,  $\epsilon_r, \mu_r$  为介质相对电导系数和磁导系数。对于非磁化冷等离子体, 介电系数为  $\epsilon_r = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega - i\nu)}$ ,  $\omega_{pe}$  为等离子体频率,  $\nu$  为碰撞频率。因为是轴向对称等离子体, 认为电磁场和角度  $\phi$  无关, 得到

$$E_{z,i} = [A_i I_0(\gamma_i r) + B_i K_0(\gamma_i r)] e^{-\gamma_i z}, \quad (2)$$

其中  $I, K$  是贝塞尔函数,  $\gamma_i^2 = -\left(\gamma^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{ri} \mu_{ri}\right)$ ,  $A_i, B_i$  为常系数,  $\gamma = \alpha + i\beta$  为电磁波传播波矢, 实部  $\alpha$  和虚部  $\beta$  为衰减和相位系数。

考虑到  $r = 0, r = +\infty$  时有限, 所以模型中电



图1 柱形等离子体模型

场为

$$E_{z,1} = A_1 I_0(\gamma_1 r) e^{-\gamma z}, \quad 0 < r < R_a \text{ (等离子体中)}; \quad (3)$$

$$E_{z,2} = [A_2 I_0(\gamma_2 r) + B_2 K_0(\gamma_2 r)] e^{-\gamma z}, \quad R_a < r < R_b \text{ (约束介质中)}; \quad (4)$$

$$E_{z,3} = B_3 K_0(\gamma_3 r) e^{-\gamma z}, \quad r < R_b \text{ (自由空间中)}. \quad (5)$$

角向磁场由麦克斯韦方程可得

$$H_{\phi,1} = A_1 \frac{i\omega\epsilon_{r,1}\epsilon_0}{\gamma_1} I_1(\gamma_1 r) e^{-\gamma z}, \quad 0 < r < R_a; \quad (6)$$

$$H_{\phi,2} = \left[ A_2 \frac{i\omega\epsilon_{r,2}\epsilon_0}{\gamma_2} I_1(\gamma_2 r) - B_2 \frac{i\omega\epsilon_{r,2}\epsilon_0}{\gamma_2} K_1(\gamma_2 r) \right] e^{-\gamma z},$$

$$R_a < r < R_b; \quad (7)$$

$$H_{\phi,3} = \left[ -B_3 \frac{i\omega\epsilon_{r,3}\epsilon_0}{\gamma_3} K_1(\gamma_3 r) \right] e^{-\gamma z}, \quad r > R_b. \quad (8)$$

(3, 4, 5, 6, 7, 8)式由 \$r = R\_a, r = R\_b\$ 边界连续条件可得

$$A_1 I_0(\gamma_1 R_a) = [A_2 I_0(\gamma_2 R_a) + B_2 K_0(\gamma_2 R_a)], \quad (9)$$

$$[A_2 I_0(\gamma_2 R_b) + B_2 K_0(\gamma_2 R_b)] = B_3 K_0(\gamma_3 R_b), \quad (10)$$

$$A_1 \frac{i\omega\epsilon_{r,1}\epsilon_0}{\gamma_1} I_1(\gamma_1 R_a) = \left[ A_2 \frac{i\omega\epsilon_{r,2}\epsilon_0}{\gamma_2} I_1(\gamma_2 R_a) - B_2 \frac{i\omega\epsilon_{r,2}\epsilon_0}{\gamma_2} K_1(\gamma_2 R_a) \right], \quad (11)$$

$$\left[ A_2 \frac{i\omega\epsilon_{r,2}\epsilon_0}{\gamma_2} I_1(\gamma_2 R_b) - B_2 \frac{i\omega\epsilon_{r,2}\epsilon_0}{\gamma_2} K_1(\gamma_2 R_b) \right] = -B_3 \frac{i\omega\epsilon_{r,3}\epsilon_0}{\gamma_3} K_1(\gamma_3 R_b). \quad (12)$$

(9, 10, 11, 12)式消去系数 \$A\_1, A\_2, B\_2, B\_3\$, 得到色散方程

$$\frac{I_0(\gamma_1 R_a) K_0(\gamma_2 R_b) [I_1(\gamma_2 R_a) K_1(\gamma_2 R_b) - I_1(\gamma_2 R_b) K_1(\gamma_2 R_a)] \frac{\gamma_2 \epsilon_{r,1}}{\gamma_1 \epsilon_{r,2}} I_1(\gamma_1 R_a) K_1(\gamma_2 R_b) [I_0(\gamma_2 R_a) K_0(\gamma_2 R_b) - I_0(\gamma_2 R_b) K_0(\gamma_2 R_a)]}{I_0(\gamma_1 R_a) \gamma_1 [I_0(\gamma_2 R_a) K_1(\gamma_2 R_b) - I_1(\gamma_2 R_b) K_1(\gamma_2 R_a)] + \frac{\gamma_2 \epsilon_{r,1}}{\gamma_1 \epsilon_{r,2}} I_1(\gamma_1 R_a) \gamma_1 [I_0(\gamma_2 R_a) K_0(\gamma_2 R_b) - I_0(\gamma_2 R_b) K_0(\gamma_2 R_a)]} = \frac{K_0(\gamma_3 R_b) K_0(\gamma_2 R_a) [I_1(\gamma_2 R_a) K_1(\gamma_2 R_b) - I_1(\gamma_2 R_b) K_1(\gamma_2 R_a)] + \frac{\gamma_2 \epsilon_{r,1}}{\gamma_3 \epsilon_{r,2}} K_1(\gamma_1 R_b) K_1(\gamma_2 R_a) [I_0(\gamma_2 R_a) K_0(\gamma_2 R_b) - I_0(\gamma_2 R_b) K_0(\gamma_2 R_a)]}{K_1(\gamma_3 R_b) \gamma_1 [I_0(\gamma_2 R_a) K_1(\gamma_2 R_b) - I_1(\gamma_2 R_b) K_1(\gamma_2 R_a)] \frac{\gamma_2 \epsilon_{r,1}}{\gamma_3 \epsilon_{r,2}} K_1(\gamma_3 R_b) \gamma_1 [I_0(\gamma_2 R_a) K_0(\gamma_2 R_b) - I_0(\gamma_2 R_b) K_0(\gamma_2 R_a)]}. \quad (13)$$

特别当 \$R\_a = R\_b\$ 时 (13)式简化为

$$\frac{\gamma_1 I_0(\gamma_1 R_a)}{\epsilon_{r,1} I_1(\gamma_1 R_a)} = - \frac{\gamma_3 K_0(\gamma_3 R_a)}{\epsilon_{r,3} K_1(\gamma_3 R_a)}. \quad (14)$$

所以由色散关系 (13)可知, 确定等离子体密度(等离子体频率)、等离子体碰撞频率、腔体介质介电系数、内外半径, 就可以得出频率对应的波矢, 即电磁波沿柱形等离子体传播的相位系数及衰减系数。

### 3. 柱形等离子体辐射场及增益的求解

柱形等离子体天线辐射方向图的求解与金属单极天线方法类似. 如表面电荷分布为

$$J(z) = J_0 (e^{ik_1 z} - e^{ik_1 l} \cdot e^{ik_1(l-z)}), \quad 0 < z < l, \quad (15)$$

其中 \$J\_0\$ 是底部起始电流, \$k\_1\$ 为 \$0 < z < l\$ 区域波矢大小.

特殊情况下 \$k\_1 = k\_0\$, \$k\_0\$ 为真空中传播波矢大小, 电流则为

$$J = J_0 (e^{ik_0 z} - e^{ik_0(2-l-z)}) \quad 0 < z < l, \quad (16)$$

即化简为金属细天线表面电流的近似分布.

由天线理论可知, 柱形细天线远场辐射方向图为

$$f(\theta) = \int_0^l J(z) \cdot \sin(\theta) \cdot e^{ik_0 z \cos(\theta)} dz. \quad (17)$$

将(15)(16)式代入(17)式,得

$$\mathcal{K}(\theta) = \int_0^l J_0(e^{ik_1 z} - e^{ik_1 l} \cdot e^{ik_1 \cdot 2l} \cdot e^{ik_1(l-z)}) \times \sin(\theta) \cdot e^{ik_0 z \cos(\theta)} dz. \quad (18)$$

代入波矢由(18)式可以得到柱形等离子体天线的辐射方向图.

增益系数以驻波单极天线作为标准,计算柱形等离子体天线不同频率的增益比,

$$G = 20 \times \log \left| \frac{E_{p\max}}{E_{s\max}} \right|_p, \quad (19)$$

$P$  表示都有相同的入射功率,  $E_{p\max}$  为等离子体天线最大辐射方向的电场,  $E_{s\max}$  为驻波单极天线最大辐射方向的电场. 在远场区, 电场只有  $\theta$  分量, 由参考文献 2 有

$$E_\theta = \int_0^l i \frac{\eta_0 k_0 \mathcal{K}(z)}{4\pi r} \sin(\theta) e^{-ik_0 r} e^{ik_0 z \cos(\theta)} dz, \quad (20)$$

代入电流分布(15)(16), 可以得到等离子体天线和金属天线远场区电场值.

## 4. 计算结果

色散关系(13)式中, 取电磁波频率  $f$  为 150 MHz, 碰撞频率  $\nu$  为  $5 \times 10^8/s$ , 等离子体约束腔体为石英玻璃管, 相对介电系数为  $\epsilon_{r,2} = 3.4$ , 内、外半径  $R_a = 0.01 \text{ m}$ ,  $R_b = 0.015 \text{ m}$ . 图 2 为随等离子体密度变化, 波矢相位系数和衰减系数的变化. 当等离子体密度增加时, 相位系数变小, 越来越接近自由空间中的相速度(光速), 衰减系数也减少, 最后接近于零. 还可以看出, 当考虑到介质管存在时, 得到的波矢相位和衰减系数都增大, 在等离子体密度较小时, 区别比较明显, 但是当等离子体密度较大时, 可以看出两者几乎相同, 介质管对传播的波矢影响可以忽略. 与同样长度的金属天线相比, 如果等离子体密度较低, 则增益要小 30 dB, 随着等离子体密度的提高, 衰减系数减小, 增益也随之增加, 渐渐逼近于金属天线.

改变等离子体碰撞频率  $\nu$ , 其他参数不变, 由图 3 可见, 虽然随等离子体碰撞频率增加, 相位系数和衰减系数都增大, 但对于相位系数影响很小, 而衰减系数则变化非常大. 对于低气压气体, 如果增加气

压, 可以提高射频激励等离子体的等离子体密度, 但是碰撞频率也变大, 所以波矢衰减系数有可能反而增大. 如等离子体密度  $n_e = 5 \times 10^{10}/\text{cm}^3$ , 碰撞频率  $\nu = 4 \times 10^8/s$ , 波矢大小为  $k = 7.48 - 1.53i$ , 取等离子体密度  $n_e = 10 \times 10^{10}/\text{cm}^3$ , 碰撞频率  $\nu = 8 \times 10^8/s$ , 波矢大小为  $k = 5.6 - 1.72i$ , 可见等离子体密度提高了一倍, 波矢的相位系数变小, 非常明显, 但由于碰撞频率也增大一倍, 所以衰减系数反而增大. 对于一定密度范围的等离子体, 碰撞频率对衰减系数的影响较大, 起主要作用, 天线相对增益也随着等离子体碰撞频率增加而几乎线性下降.

同样, 取等离子体密度  $n_e = 10 \times 10^{10}/\text{cm}^3$ , 碰撞频率  $\nu = 5 \times 10^8/s$ , 腔体内半径为  $R_a = 0.01 \text{ m}$ , 外半径范围  $R_b = 0.01 - 0.04 \text{ m}$ , 或外半径  $R_b = 0.015 \text{ m}$ , 内半径范围  $R_a = 0.002 - 0.015 \text{ m}$ , 波矢的相位系数和衰减系数如图 4、5 所示, 随着腔体厚度的增加, 两者都明显增大, 在等离子体密度不是很高的情况下, 腔体壁厚影响较大. 所以如果要使电磁波沿着等离子体表面传播而尽量减小衰减, 则需尽量减小腔体的厚度. 同样, 等离子体天线增益也随着腔体厚度增加而急剧降低, 相差数十 dB.

取等离子体密度  $n_e = 5 \times 10^{10}/\text{cm}^3$ , 碰撞频率  $\nu = 5 \times 10^8/s$ , 腔体内、外半径为  $R_a = 0.01 \text{ m}$ ,  $R_b = 0.015 \text{ m}$ , 腔体相对介电系数范围  $\epsilon_r = 1.05 - 6$ , 图 6 所示, 波矢的相位和衰减系数都随着相对介电系数增加而变大, 为了减小波的衰减, 应当采用相对介电系数较小的材料, 但与其他参数相比, 影响很小, 天线增益也变化不大.

从上述对色散关系分析可知, 要尽量减小波沿柱形等离子体传播的衰减, 应当增加等离子体密度, 减小碰撞频率, 增加等离子体半径, 减小腔体厚度, 采用介电系数较小的材料. 从天线罩理论可知, 如果不考虑其他设计需要, 为了减少对天线性能的影响, 天线罩相对介电系数应当接近 1, 罩厚度越薄越好, 这与上述的结果是一致的. 其中, 等离子体密度最关键, 只有到一定的电子密度, 才有比较好的性能, 其次等离子体碰撞频率和腔体厚度要小, 等离子体半径大, 这对增益影响也非常明显. 而腔体材料的介电常数对波矢、增益有影响, 但作用不大.

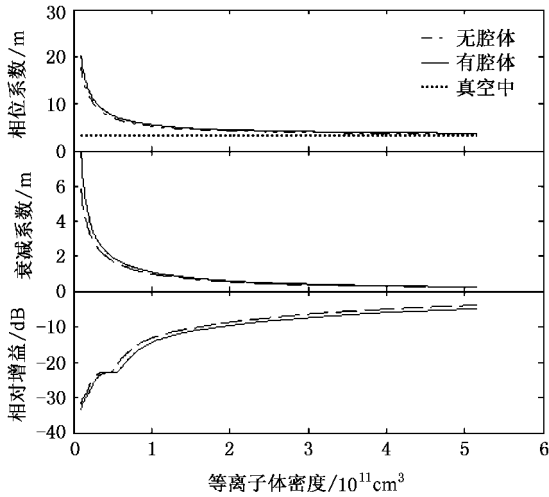


图2 波矢(相位系数和衰减系数)随等离子体密度变化图

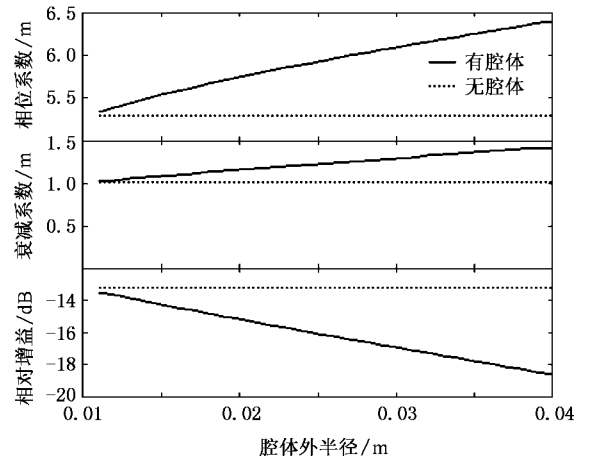


图4 波矢(相位系数和衰减系数)随腔体外半径变化图

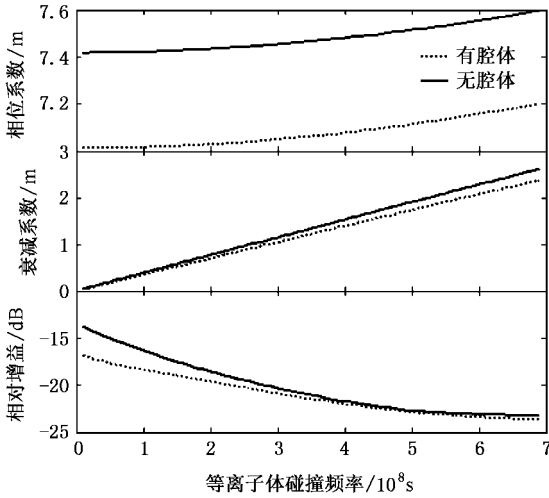


图3 波矢(相位系数和衰减系数)随等离子体碰撞频率变化图

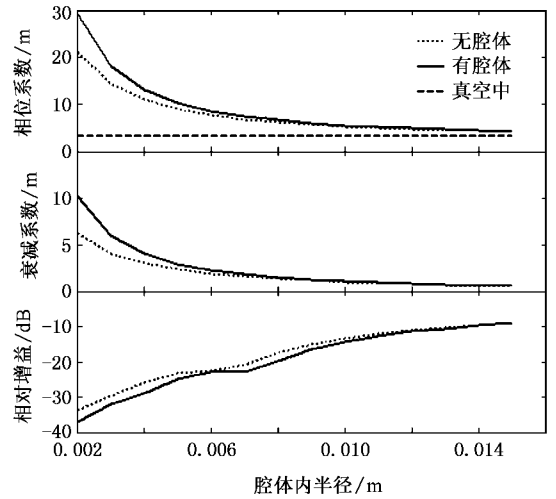


图5 波矢(相位系数和衰减系数)随腔体内半径变化图

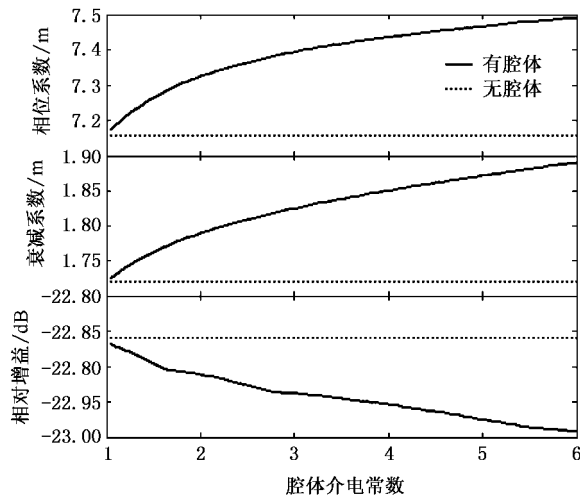


图6 波矢(相位系数和衰减系数)随腔体相对介电系数的变化图

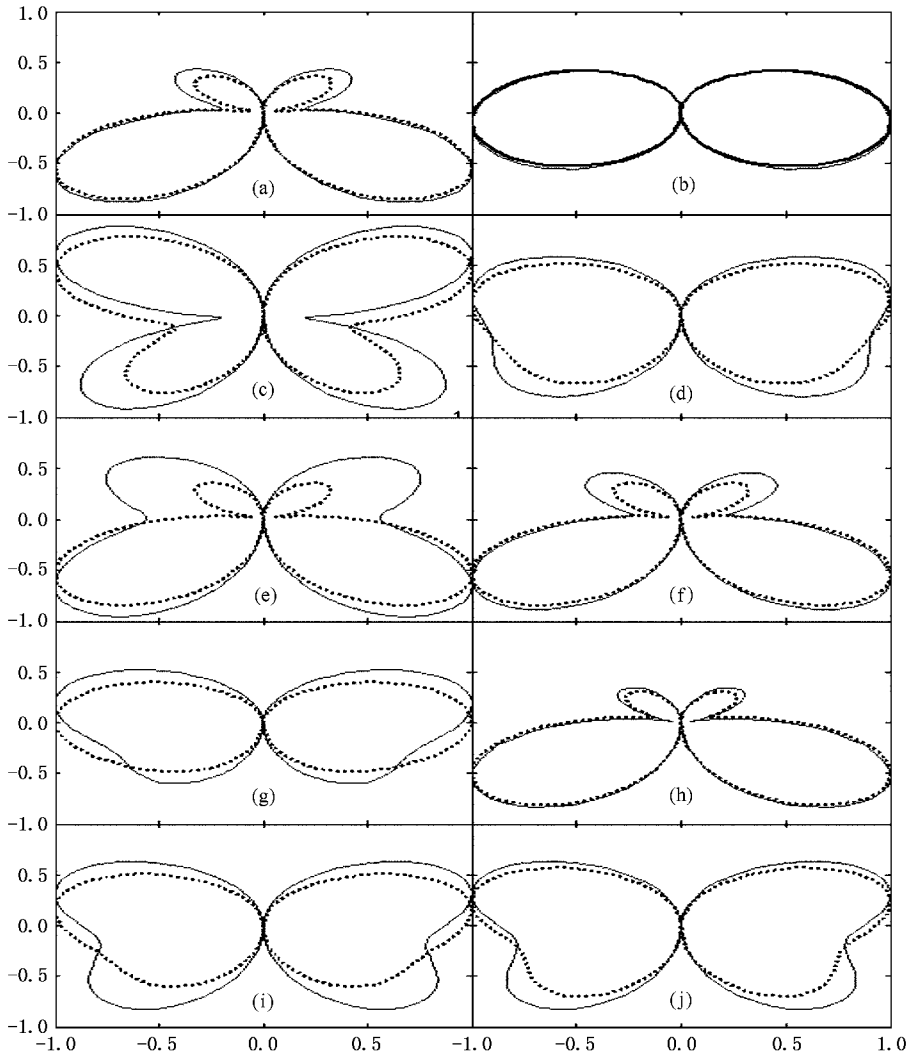


图 7 不同条件下,有(无)腔体时辐射方向图的变化

图 7(a)(b)为等离子体密度变化时,取了较低和较高两种密度的辐射方向图,等离子体密度对辐射方向图的影响很大,同时在等离子体密度比较高时,腔体的影响就很小.当等离子体密度比较低时,由于衰减系数增大,表面电流分布不再是驻波分布,所以辐射方向图不是“8”字形分布,而是有上翘,同时相位系数也增大,所以出现旁瓣,当等离子体密度增大,辐射方向图与金属单级天线辐射方向图相似.(c)(d)为改变等离子体碰撞频率情况下取得的一组辐射方向图,碰撞频率较小时,主要受相位系数的影响,出现多个瓣,增大碰撞频率,衰减系数变大,天线有效长度减小,波形变胖,方向性变差.(e)–(h)为内外半径变化,在一定等离子体密度条件下,内外半径(腔体厚度)对方向图的影响也十分明显.(i),(j)为介电常数变化时取得的辐射方向图,图中可以

看出介电常数对方向图的影响较小.因此图 7 中,不仅等离子体密度和碰撞频率对方向图有影响,而且腔体(内外半径、厚度、介电常数等)对辐射方向图的影响也很明显.

信号沿等离子体天线传播波矢受腔体半径、厚度、等离子体密度等参数影响,相位系数和衰减系数不仅会影响天线辐射方向图,而且会改变天线增益等参数.

## 5. 结 论

电磁波沿柱形等离子体传输时,传输系数受很多因素的影响,结果表明要减小波沿柱形等离子体传播的衰减,应当增加等离子体密度,减小碰撞频率,增加等离子体半径,减小腔体厚度,采用介电系

数较小的材料. 等离子体密度对天线参数影响最大, 其次等离子体碰撞频率和内外半径(腔体厚度), 腔体的介电常数影响较小. 特别是等离子体密度较低, 上述因素对波矢影响相对较大, 当等离子体密度提高到一定值时, 性能接近于金属, 碰撞频率、内外半径、壁厚、介电系数在一定范围内对波矢影响减小,

波矢接近自由空间中传播的波矢, 相速度接近于光速, 方向图与金属单级天线的相似. 因此不仅仅要考虑等离子体密度, 而且要根据信号频段, 确定腔体内半径最小值, 厚度最大值, 材料的介电系数等, 这样才能设计一个性能优良的等离子体天线.

- [ 1 ] Liu S B , Mo J J , Yuan N C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2633 ( in Chinese ] 刘少斌、莫锦军、袁乃昌 2004 物理学报 **53** 2633 ]
- [ 2 ] Zhao G W , Xu Y M , Chen C 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3458 ( in Chinese ] 赵国伟、徐跃民、陈 诚 2006 物理学报 **55** 3458 ]
- [ 3 ] Zheng J 2006 *Chinese Physics* **15** 1028
- [ 4 ] Cheng C , Liu P , Xu L , Zhang L Y , Zhan R J 2006 *Chinese Physics* **15** 1544
- [ 5 ] Xie H Q , Liu P K 2006 *Chinese Physics* **15** 2042
- [ 6 ] Borg G G , Harris J H 2000 *Physics of Plasmas* . **7** 2198
- [ 7 ] Nowakowska H , Zakrzewski Z , Moisan M 2001 *Journal of Physics D :Applied Physics* **34** 1474
- [ 8 ] Rayner J P , Whichello A P 2004 *IEEE Transactions on Plasma Science* **32** 269
- [ 9 ] Borg G G , Harris J H 1999 *Appl. Phys. Lett.* **74** 3272
- [ 10 ] Alexeff I , Anderson T 2006 *IEEE Transactions on Plasma Science* **34** 166
- [ 11 ] Zhao G W , Chen C , Xu Y M 2005 *Chinese Journal. of Space Sci.* **25** 93 ( in Chinese ] 赵国伟、陈 诚、徐跃民 2005 空间科学学报 **25** 93 ]
- [ 12 ] Liu S B , Mo J J , Yuan N C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 778 ( in Chinese ] 刘少斌、莫锦军、袁乃昌 2004 物理学报 **53** 778 ]
- [ 13 ] Liu S B , Mo J J , Yuan N C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 783 ( in Chinese ] 刘少斌、莫锦军、袁乃昌 2004 物理学报 **53** 783 ]
- [ 14 ] Liu S B , Mo J J , Yuan N C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2233 ( in Chinese ] 刘少斌、莫锦军、袁乃昌 2004 物理学报 **53** 2233 ]
- [ 15 ] Anicin B A 2000 *J. Phys. D :Appl. Phys.* **33** 1276
- [ 16 ] Sudit I D , Chen F F 1994 *Plasma Source Sci. Technol.* **3** 602
- [ 17 ] Davies B , Christiansen P J 1969 *Plasma Physics* **11** 987
- [ 18 ] Chen F F 1991 *Plasma Physics and Controlled Fusion.* **33** 339
- [ 19 ] Miljak D G , Chen F F 1996 *Plasma Source Sci. Technol.* **7** 61

## Calculation of dispersion relation and radiation pattern of plasma antenna

Zhao Guo-Wei<sup>1,2)</sup> Xu Yue-Min<sup>1)</sup> Chen Cheng<sup>1)</sup>

1) *Center for Space Science and Application Research , Chinese Academy of Sciences , Beijing 100080 , China )*

2) *Graduate University of Chinese Academy of Sciences , Beijing 100080 , China )*

( Received 11 October 2006 ; revised manuscript received 30 November 2006 )

### Abstract

We investigated some important plasma antenna parameters , such as the transmission characteristics of a microwave propagating along the cylindrical symmetric plasma antenna , dispersion relations , radiation pattern and gain . By analyzing the dielectric constant of the tube material , the outer and inner radius , the density of the plasma and the collision frequency , we found that to minimize the attenuation of wave propagation along the plasma antenna , one should increase the density of the plasma , decrease the collision frequency , increase the radius of the plasma , increase the thickness of tube , and decrease the dielectric constant . We also calculated the radiation pattern of the plasma antenna and the change of gain under different conditions . These results are useful for the design of plasma antenna .

**Keywords :** plasma antenna , dispersion relation , gain , radiation pattern

**PACC :** 5225 , 5240 , 5265 , 1340