

# 可调谐位相型光瞳滤波器的横向光学超分辨 和轴向扩展焦深\*

云茂金<sup>1)†</sup> 万 勇<sup>1)</sup> 孔伟金<sup>1)</sup> 王 美<sup>1)</sup> 刘均海<sup>1)</sup> 梁 伟<sup>2)</sup>

(<sup>1</sup> 青岛大学物理科学学院, 青岛 266071)

(<sup>2</sup> 济南大学光电材料研究所, 济南 250002)

(2007 年 7 月 17 日收到, 2007 年 8 月 24 日收到修改稿)

为克服传统光瞳滤波器的缺点, 实现系统光学超分辨性能的可调谐性, 设计了一种新型可调谐的位相型光瞳滤波器. 该光瞳滤波器包括两个  $\frac{\lambda}{4}$  波片和置于其间的  $\frac{\lambda}{2}$  波片, 其中  $\frac{\lambda}{2}$  波片分为两个可作相对旋转的区域. 研究结果表明, 通过旋转  $\frac{\lambda}{2}$  波片的任意一区域不仅可以实现系统横向光学超分辨能力的可调性, 而且可以在横向分辨能力提高的同时实现光学系统轴向焦深的扩展以及轴向焦移.

关键词: 光学超分辨, 位相型光瞳滤波器, 可调谐

PACC: 4230, 4230H

## 1. 引 言

光学超分辨是光学工程领域内的一前沿研究课题, 近年来得到了国内外科技与实业界的重视, 无论是光存储还是超大规模集成电路的制作, 无论是共焦三维成像还是星际光通信, 设计现代光学系统都需要解决光学超分辨问题<sup>[1-6]</sup>. 自 di Francia 提出超过经典衍射极限的可能性后<sup>[7]</sup>, 人们提出了多种获得光学超分辨的方法. 光瞳滤波器可以有效地提高光学系统的分辨能力, 为实现光学超分辨分别设计了振幅型光瞳滤波器、位相型光瞳滤波器和复振幅型光瞳滤波器. 这种传统的光瞳滤波器有一个明显的缺点, 就是一旦制作完成, 其相应的光学超分辨特性就不能再被改变. 但在诸如超大规模集成电路、粒子俘获和控制中<sup>[2,4]</sup>, 系统的分辨能力须具有动态可调谐性. 因此, 为克服传统光瞳滤波器不可调谐的缺点, 必须设计可调谐光瞳滤波器来实现光学超分辨的可调谐性.

为此, Martinez-Corral 等人设计了轴向光学超分辨性可调的二元位相型光瞳滤波器<sup>[8]</sup>; Canales 借助于偏振效应实现了光学系统分辨率的可调谐性<sup>[9]</sup>;

Yun 等人提出的径向双折射滤波器, 借助于元件的旋转或电光效应实现了横向分辨能力的调节<sup>[10]</sup>. 本文借助于复合式补偿器的概念<sup>[11]</sup>, 设计了由波片组合而成的位相型超分辨光瞳滤波器. 通过分析加入该光瞳滤波器后系统的横向和轴向强度分布表明: 借助于波片的旋转不仅可以实现光学系统横向分辨能力的连续可调性, 而且可以获得轴向焦点的移动.

## 2. 光学超分辨的基本理论

根据 Debye 的标量衍射理论, Sheppard 和 Hegedus 给出焦点附近复振幅的分布为<sup>[12]</sup>

$$U(v, u) = 2 \int_0^1 P(\rho) J_0(v\rho) \exp\left(-\frac{iu\rho^2}{2}\right) \rho d\rho \quad (1)$$

其中  $\rho$  为归一化半径,  $P(\rho) = T(\rho) \exp[i\varphi(\rho)]$  是光瞳函数,  $J_0(v\rho)$  为零阶 Bessel 函数.  $v$  和  $u$  分别对应接收面上的横向坐标  $r$  和轴向坐标  $z$ , 且有  $v = \frac{2\pi}{\lambda} NA r$  以及  $u = \frac{2\pi}{\lambda s} NA^2 z$ ,  $NA$  为系统的数值孔径. 根据 (1) 式, 在二阶近似的条件下, 焦点附近的横向、轴向强度分布可以表示为

\* 国家自然科学基金(批准号: 10744003), 山东省教育厅基金(批准号: J06P02) 和山东省自然科学基金(批准号: Y2003G01) 资助的课题.

† 联系人. E-mail: maojinyun@hotmail.com

$$K(v, D) = |I_0|^2 - \frac{1}{2} \operatorname{Re}(I_0 I_1^*) v^2, \quad (2)$$

$$K(0, u) = |I_0|^2 - \ln(I_0^* I_1) u - \frac{1}{4} [\operatorname{Re}(I_2^* I_0) - |I_1|^2] u^2, \quad (3)$$

其中

$$I_n = 2 \int_0^1 P(\rho) \rho^{2n+1} d\rho. \quad (4)$$

根据(2)(3)两式,系统的斯特尔比、轴向焦移  $u_F$ 、横向第一零点压缩比  $G_T$ 、轴向第一零点压缩比  $G_A$  可以分别表示为

$$S = |I_0|^2 - \frac{u_F}{2} \ln(I_0^* I_1), \quad (5)$$

$$u_F = -2 \frac{\ln(I_0^* I_1)}{\operatorname{Re}(I_2^* I_0) - |I_1|^2}, \quad (6)$$

$$G_T = 2 \frac{\operatorname{Re}(I_0 I_1^*) - u_F \ln(I_0^* I_1)}{S}, \quad (7)$$

$$G_A = 12 \frac{\operatorname{Re}(I_0 I_2^*) - |I_1|^2}{S}. \quad (8)$$

### 3. 位相可调的纯位相型光瞳滤波器

根据偏振光学的知识,借助于波片的组合可以组成位相连续变化的位相延迟器,且其延迟量决定于波片光轴之间的夹角<sup>[13]</sup>.为此,我们设计了由两个完全相同的  $\frac{\lambda}{4}$  波片和置于其间的  $\frac{\lambda}{2}$  波片组成的位相型光瞳滤波器(如图 1).其中,两  $\frac{\lambda}{4}$  波片相互平行,并且其快轴方向  $C_1, C_3$  平行于  $x$  轴;  $\frac{\lambda}{2}$  波片有两个可作相对旋转运动的区域组成,其内半径为  $\rho_1$ ,外半径相对于光学系统的光瞳是归一化的.  $x$  轴和  $\frac{\lambda}{2}$  波片两区域快轴之间的夹角分别为  $\theta_{21}, \theta_{20}$ .利用琼斯算法,该器件的琼斯矩阵可以写为<sup>[9]</sup>

$$M = \begin{bmatrix} -\cos 2\theta_2 & j\sin 2\theta_2 \\ j\sin 2\theta_2 & -\cos 2\theta_2 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

可见该器件可以看作相位延迟为  $\varphi = 2\pi - 4\theta_2$  ( $\theta_2 = \theta_{21}$  或  $\theta_{20}$ ) 的等效延迟器,且等效延迟器的快方向恒与  $x$  轴夹角为  $\pi/4$ ,并且延迟量仅与  $\frac{\lambda}{2}$  波片快轴方向有关,所以通过旋转  $\frac{\lambda}{2}$  波片的任意区域可以实现延迟量的连续调节.因此,该器件可看作是位相可以

连续变化的位相型光瞳滤波器.

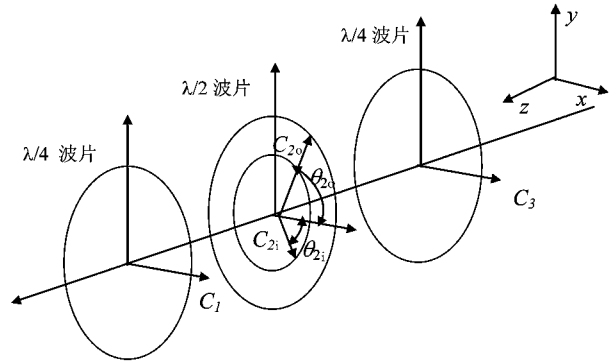


图 1 位相型光瞳滤波器的结构图,  $C$  为响应波片快轴方向

### 4. 横向光学超分辨与轴向焦移和扩展焦深

将该光瞳滤波器放入光学系统中透镜的前侧,并假设  $\frac{\lambda}{2}$  波片内区、外区的位相分别为  $\varphi_1$  和  $\varphi_2$ .由方程(4)可得第  $n$  阶光瞳函数可表示为

$$I_n = 2 \int_0^{\rho_1} \exp(i\varphi_1) \rho^{2n+1} d\rho + 2 \int_{\rho_1}^1 \exp(i\varphi_2) \rho^{2n+1} d\rho. \quad (10)$$

结合(5)–(8)式,可得出系统的斯特尔比  $S$ 、轴向焦移  $u_F$ 、横向第一零点压缩比  $G_T$ 、轴向第一零点压缩比  $G_A$  分别与光瞳滤波器内区半径  $\rho_1$  和二区相位差  $\varphi_1 - \varphi_2$  有关.

为验证该光瞳滤波器的光学超分辨性能,假设  $\frac{\lambda}{2}$  波片外区位相  $\varphi_2$  为 0,半径为 1;内区位相  $\varphi_1$  从 0 到  $2\pi$  连续变化,半径为  $\rho_1$ .图 2(a)和(b)给出了系统的斯特尔比  $S$  和横向第一零点压缩比  $G_T$  与  $\frac{\lambda}{2}$  波片内区半径  $\rho_1$  和位相  $\varphi_1$  之间的关系.由图 2 可以明显地看出,当半径  $\rho_1$  处于区间(0.3, 0.5)时,可以在斯特尔比较高的情况下实现横向光学超分辨.所以,我们假设内区半径  $\rho_1 = 0.35$ ,通过旋转半波片的趋向其位相  $\varphi_1$  从 0 到  $2\pi$  连续可调.由图 2(b)可以发现,横向第一零点压缩比  $G_T$  关于  $\varphi_1 = \pi$  对称;在区间(0,  $2\pi$ )内始终有  $G_T > 1$ ,即可以实现横向光学超分辨;另外,在区间(0,  $\pi$ )内,随着位相  $\varphi_1$  的增加,横向第一零点压缩比  $G_T$  增加,但在区间( $\pi, 2\pi$ )

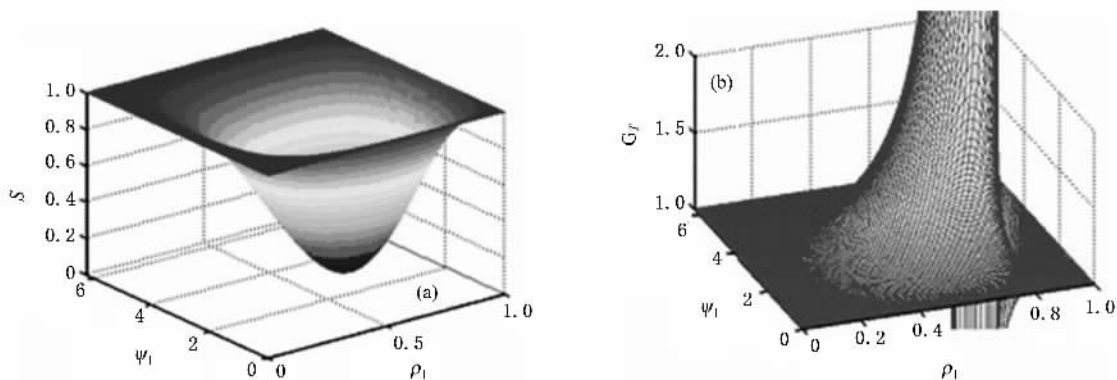


图2 系统斯特尔比(a) 横向压缩比(b)与光瞳滤波器位相和半径之间的关系

内恰好相反.这说明当 $\frac{\lambda}{2}$ 波片内区位相为 $\pi$ 时,横向第一零点压缩比 $G_T$ 有极大值.图2(a)可以明显看出,在区间 $(0, \pi)$ 内随着位相 $\varphi_1$ 的增加系统的斯特尔比 $S$ 降低,但在区间 $(\pi, 2\pi)$ 内是增大的.上述现象表明在光学超分辨技术中不可能同时获得较高的斯特尔比和较高的分辨率,也就是说分辨能力的提高是以牺牲系统的能量为代价的.这与现有的传统的光学超分辨光瞳滤波器是相同的.另外,还可以发现当 $\varphi_1 = \pi$ 时,尽管横向第一零点压缩比有极大值,但是此时斯特尔比具有极小值.

图3给出了不加光瞳滤波器和加入所设计的光瞳滤波器后系统横向强度点扩散函数(图3(a))以及轴向强度点扩散函数(图3(b))的分布情况.其中曲线0对应不加光瞳滤波器的强度点扩散函数的分布,1,2,3,4分别对应 $\varphi = 0.25\pi, \varphi = 0.5\pi, \varphi = 0.75\pi, \varphi = \pi$ 的光瞳滤波器的强度点扩散函数的分布.由图3(a)可以看出,加入所设计的光瞳滤波器

可以实现光学系统的横向光学超分辨,并且其分辨能力随着位相的变化而变化.图4给出了内区半径 $\rho_1 = 0.35$ 时,系统横向第一零点压缩比和轴向焦移与第一区位相之间的关系,可见在区间 $(0, \pi)$ 内,随着位相 $\varphi_1$ 的增加横向第一零点压缩比 $G_T$ 是逐渐增加的,而轴向焦移 $u_F$ 是先增加而后减小,当 $\varphi_1 = \pi$ 时横向第一零点压缩比最小,且此时的轴向焦移量为零.在 $(\pi, 2\pi)$ 内,横向第一零点压缩比与 $(0, \pi)$ 区间内是对称的,但就轴向焦移量而言其绝对值对称,即向另外一个方向移动.图5(a)~(e)给出了标准的艾里斑和加入光瞳滤波器后的衍射图样.可以看出,与艾里斑图样5(a)相比,加入光瞳滤波器后衍射图样5(b)~5(e)的主瓣半径和能量明显减小,旁瓣的能量有所提高.虽然旁瓣能力的提高会给某些光学系统带来负面效应,但可以通过采用共焦系统对其加以抑制<sup>[14]</sup>.综上所述,利用设计的光瞳滤波器不仅可以实现光学系统横向分辨能力的提高,而且可以通过旋转 $\frac{\lambda}{2}$ 波片内区或外区的趋向来实现

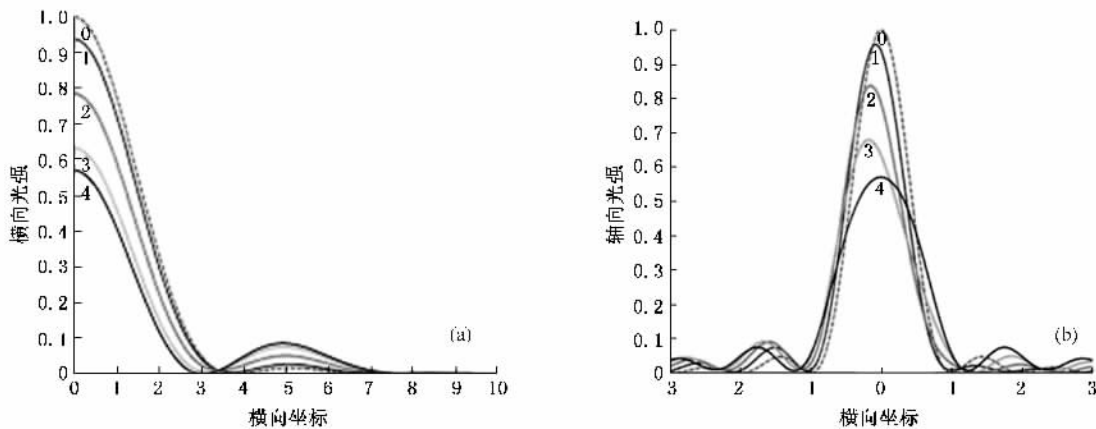


图3 系统横向(a)和轴向(b)光强分布(曲线0,1,2,3,4分别对应不加光瞳滤波器和位相为 $\varphi = 0.25\pi, \varphi = 0.5\pi, \varphi = 0.75\pi, \varphi = \pi$ 的光瞳滤波器)

系统横向分辨能力连续调节.

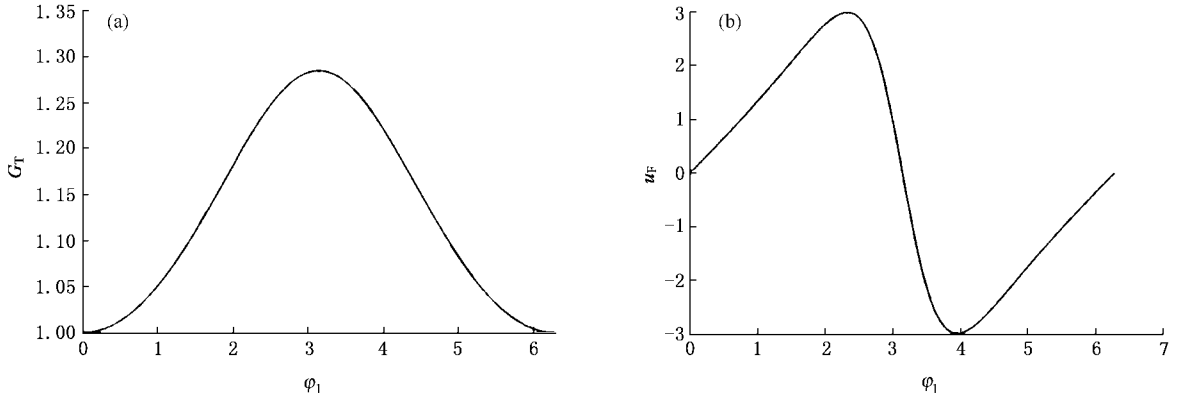


图 4 系统横向第一零点压缩比  $G_T$  (a)和轴向焦移  $u_F$  (b)与光瞳滤波器内区位相之间的关系

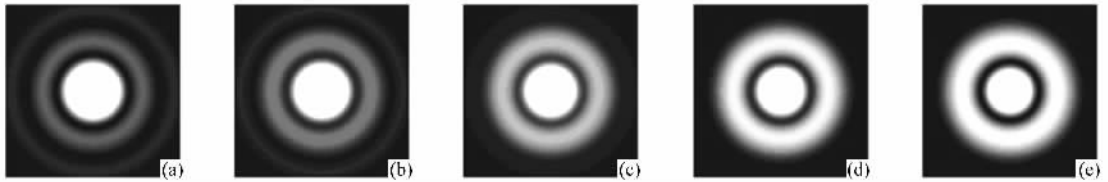


图 5 艾里斑衍射图样 (a) 和光学超分辨衍射图样 (b)–(e) 对应位相分别为  $\varphi = 0.25\pi, \varphi = 0.5\pi, \varphi = 0.75\pi, \varphi = \pi$

对于圆对称的光瞳来说, 横向强度点扩散函数的分布对于原点对称. 然而, 相对于焦平面而言, 轴向强度点扩散函数的分布一般不具备对称性, 聚焦光束在轴上光强最大点往往与几何焦点不处于同一位置, 这就是 Li 和 Wolf 提出的焦移<sup>[15]</sup>. 由图 3(b) 可以看出, 随着位相的增加, 轴向强度的极大值在减小, 并且焦移量越来越大. 当  $\varphi = \pi$  时, 虽然没有发生焦移, 但此时系统的轴向焦深得到了扩展. 图 5 给出了  $\varphi = \pi$  时系统的轴向光强的分布特性. 若定义光强峰值变化量不超过 10% 时的轴向距离为焦深, 由图 6 可以看出此时扩展焦深约是艾里斑焦深的 1.5 倍. 同时, 由 3(a) 可以得出此时横向第一零点压缩比  $G_T = 1.28$ , 系统的斯特尔比  $S = 0.57$ . 可见, 利用所设计的光瞳滤波器, 当  $\varphi = \pi$  时不仅轴向焦深得到有效的扩展, 而且在斯特尔比较高的情况下实现了横向光学超分辨. 该结果明显优于我们先前所设计的电控径向双折射滤波器<sup>[16]</sup>. 图 7(a)–(e) 给

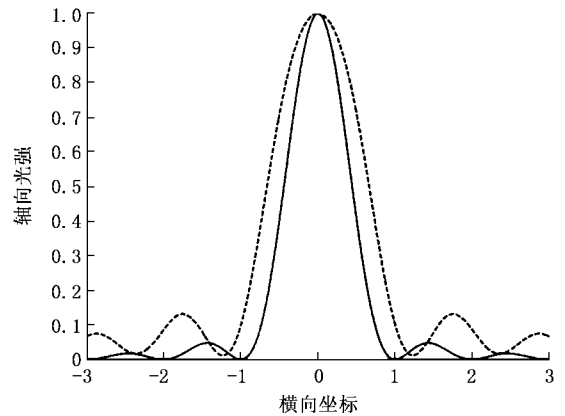


图 6 系统的轴向焦深(实线对应不加光瞳滤波器, 虚线对应加入  $\varphi = \pi$  的光瞳滤波器)

出了不加光瞳滤波器和加入光瞳滤波器后的轴向强度分布图样. 对比不加光瞳滤波器 7(a) 的情况, 可以明显看出焦移量随位相的变化情况以及  $\varphi = \pi$  时的扩展焦深 7(e). 由此可见, 加入所设计的光瞳滤

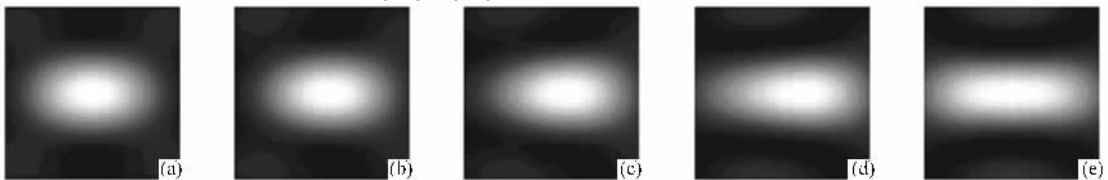


图 7 轴向焦移随光瞳滤波器位相的变化情况, 由 (e) 可以明显看出焦深扩展 (b)–(e) 对应位相分别为  $\varphi = 0.25\pi, \varphi = 0.5\pi, \varphi = 0.75\pi, \varphi = \pi$

波器后虽然不能实现轴向分辨能力的提高,但是可以获得轴向焦移以及轴向焦深的扩展.

## 5. 结 论

本文设计了一类由两个相同的 $\frac{\lambda}{4}$ 波片和置于其间的一两区 $\frac{\lambda}{2}$ 波片组成的位相可调的光瞳滤波器,

借助于琼斯算法得出了其光瞳函数,并进而分析了系统焦点附近横向与轴向的光强分布特性.研究结果表明:借助于该光瞳滤波器不仅可以实现光学系统横向分辨能力的提高,而且可以通过光瞳滤波器区域间的相对旋转实现横向分辨能力的连续调节;就系统轴向而言,虽不能提高系统轴向的分辨能力,但可以在横向分辨能力提高的同时获得系统轴向焦深的扩展以及轴向焦移.

- 
- [ 1 ] Canales V F , de Juana D M , Cagigal M P 2004 *Opt. Lett.* **29** 935
- [ 2 ] Hazra L N , Sarafis V 2007 *Micron* **38** 96
- [ 3 ] Zhao W Q , Chen S S , Feng Z D 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3363 ( in Chinese ) [ 赵维谦、陈珊珊、冯政德 2006 *物理学报* **55** 3363 ]
- [ 4 ] Perch-Nielsen I R , Rodrigo P J , Glückstad J 2005 *Opt. Express* **13** 2852
- [ 5 ] Shen Q H , Xu D Y , Qi G S , Hu H , Liu R 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4718 ( in Chinese ) [ 沈全洪、徐端颐、齐国生、胡 恒、刘 嵘 2005 *物理学报* **54** 4718 ]
- [ 6 ] Liu X M , Liu L R , Bai L H 2006 *Chin. Phys.* **15** 708
- [ 7 ] di Francia G T 1952 *Nuovo Cimento Suppl.* **9** 426
- [ 8 ] Martinez-Corral M , Andres P , Ojeda-Castaneda J , Saavedra G 1995 *Opt. Commun.* **119** 491
- [ 9 ] Canales V F , Valle P J , Oti J E , Cagigal M P 2006 *Opt. Commun.* **257** 247
- [ 10 ] Yun M J , Liu L R , Sun J F , Liu D A 2004 *J. Opt. Soc. Am. A* **21** 1869
- [ 11 ] Yun M J , Li G H , Wang M 2001 *Chin. J. Lasers* **28** 821 ( in Chinese ) [ 云茂金、李国华、王 美 2001 *中国激光* **A 28** 821 ]
- [ 12 ] Sheppard C J R , Hegedus Z S 1988 *J. Opt. Soc. Am. A* **5** 643
- [ 13 ] Azzam R M , Bashara N M 1987 *Ellipsometry and Polarized Light* ( Elsevier Science Pub )
- [ 14 ] Gu M , Tannous T , Sheppard C J R 1995 *Opt. Lett.* **21** 312
- [ 15 ] Li Y , Wolf E 1982 *Opt. Commun.* **42** 151
- [ 16 ] Wang J M , Liu L R , Yun M J , Liu D A , Liu X M 2006 *J. Opt. A : Pure Appl. Opt.* **7** 748

# Transverse superresolution and axial extended focal depth realized by the tunable phase pupil filter<sup>\*</sup>

Yun Mao-Jin<sup>1)†</sup> Wan Yong<sup>1)</sup> Kong Wei-Jin<sup>1)</sup> Wang Mei<sup>1)</sup> Liu Jun-Hai<sup>1)</sup> Liang Wei<sup>2)</sup>

<sup>1</sup> *College of Physics Science, Qingdao University, Qingdao 266071, China*

<sup>2</sup> *Institute of Electro-Optical Materials, University of Jinan, Jinan 250002, China*

( Received 17 July 2007 ; revised manuscript received 24 August 2007 )

## Abstract

In order to overcome the drawback of the conventional pupil filters and realize the tunable superresolution of the optical system, a new type of tunable pure phase filter composed of a half-wave plate located between two quarter-wave plates is presented in this paper, in which the half-wave plate is made of two zones. The simulation results show that with such a pupil filter the tunable transverse superresolution as well as the axial extended focal depth of the optical system can be realized by rotating any zone of the half-wave plate.

**Keywords** : optical superresolution, phase pupil filter, tunable

**PACC** : 4230, 4230H

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 10744003 ), the Research Foundation of Education Bureau of Shandong Province, China ( Grant No. J06P02 ) and the Natural Science Foundation of Shandong Province, China ( Grant No. Y2003G01 ).

<sup>†</sup> E-mail : maojinyun@hotmail.com