第 57 卷 第 11 期 2008 年 11 月
1000-3290/2008/57(11)/6968-08

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.57,No.11,November,2008
©2008 Chin. Phys. Soc.

频率变化的光场对双光子过程中量子纠缠的调控*

成秋丽† 谢双媛 羊亚平
(同济大学物理系,上海 200092)
(2008 年 4 月 8 日收到;2008 年 5 月 10 日收到修改稿)

运用量子信息熵理论研究了二能级原子与频率随时间变化的相干态光场作用的双光子过程中纠缠度演化,主要讨论了光场频率随时间作正弦调制和脉冲调制两种情况下,纠缠随时间的演化特性. 当光场频率随时间作正弦调制时,原子与光场的纠缠度明显增大,并保持高纠缠度. 通过改变光场频率调制的频率 β 和振幅 α,发现原子与光场纠缠度的演化过程对调制的振幅更加敏感. 当光场频率随时间作脉冲调制时,在纠缠度最大值处开始加脉冲比在最小值处加脉冲能够更快、更容易实现原子与光场纠缠度的提高和稳定. 脉冲调制的突变使对场熵值的控制有很好的针对性.

关键词:纠缠,场熵,相干态,双光子 Jaynes-Cummings 模型
PACC:4250,3280

1. 引 言

量子纠缠[1]是量子力学最显著的特征之一. 量子纠缠不仅体现了量子态的非定域性,而且对量子信息和量子计算有十分重要的应用意义[2—6],也是实现量子隐形传态[7]、量子密钥分配[8]、量子编码及量子纠错[9]等量子信息过程的重要基础. 近年来,如何制备和度量纠缠态是量子纠缠研究和应用的关键问题之一,引起了广泛关注,例如,利用非线性光学过程可以制备一些有用的纠缠态(如 EPR 态或多粒子纠缠态). 而原子-光场相互作用系统是制备可控纠缠态方案中较为突出的一种,最简单的原子-光场相互作用系统是 Jaynes-Cummings(JC)模型. 由于原子与场之间可以通过相互作用产生量子纠缠,因此最近关于 JC 模型中量子纠缠的研究引起了人们的关注,如 Eberly 等人研究了处于两个独立 JC 模型中的两个原子之间的纠缠,双 JC 模型中纠缠的变化也得到了研究[10].

在诸多纠缠态的制备方案[11—13]中,不可避免地涉及外界环境、各种噪声和耗散因素的影响而引起量子系统消相干问题[14,15],这成为制备和保持纠缠态的瓶颈问题. 因此在实际量子信息过程中需要利用有效的调控手段来抑制或阻止消相干的发生,从而保持和提高量子纠缠态的纠缠度,以保证量子纠缠态的有效应用,而这种调控可以通过改变系统的相关条件来实现. 目前对不随时间变化的 JC 模型系统中纠缠问题已有深入的研究[16],而受环境等影响的动态系统中纠缠的研究在量子信息处理中显得更具有实际价值. 因此,关于随时间变化的原子-光场耦合系统的研究受到越来越多的关注. 在量子光学中,由于双光子微波激射器的成功运转[17],以及双光子过程中原子具有周期性量子力学通道的特性[17],双光子 JC 模型(TPJCM)成为量子光学的重要模型[18]和量子通信中正确传递量子信息的重要工具,也是人们深入研究的热点之一[19]. Phoenix 和 Knight[16]研究了双光子过程中场约化熵的时间演化,证明了约化熵能为原子和场纠缠提供方便而灵敏的量度. 本文利用 Von Neuman 熵(量子信息熵理论)研究一个二能级原子与光场相互作用的双光子过程中,相干态光场频率随时间以正弦形式和脉冲形式调制时对原子和光场的纠缠度时间演化的影响. 研究结果表明:不管光场频率以正弦形式还是脉冲形式进行适当的调制时,原子与光场的纠缠度都明显增大,且能保持高纠缠度,在光场频率以正弦形式调制时,发现原子与光场纠缠度的演化过程对

* 国家自然科学基金(批准号:10674103)及 2006 年度同济大学优秀青年教师科研专项基金资助的课题.
† E-mail:qiliy@126.com

光场频率调制的振幅更加敏感，而脉冲调制的突变使对场熵值的控制有很好的针对性.

2. 模型和运动方程

在旋波近似下，一个二能级原子与单模光场相互作用系统的哈密顿量可表示为

$$H = \frac{1}{2}\hbar\omega\sigma_z + \hbar\nu a^+ a + \hbar g\left(a^{+2}\sigma_- + a^2\sigma_+\right), \tag{1}$$

其中 $a^+(a)$是光场的产生(湮没)算符；原子的赝自旋算符 $\sigma_\pm$ 和 σ_z 满足$[\sigma_z, \sigma_\pm] = \pm\sigma_\pm$和$[\sigma_+, \sigma_-] = \sigma_z$；$\omega$ 是原子的共振跃迁频率. 光场频率 $\nu(t)$随时间变化，可写为 $\nu(t) = \nu_0 + f(t)$，$f(t)$是随时间变化的函数，g 是原子与光场的耦合系数，为 $g = g_0(1 + f(t)/\nu_0)$，g_0 是场频率不随时间变化时的耦合常数，等于真空拉比振荡频率的一半. 哈密顿量中的前两项表示裸原子及光场的能量，后两项表示光场与原子的相互作用能.

任意时刻 t，系统的波函数为

$$|\psi(t)\rangle = \sum_n [C_{1,n}(t)|1,n\rangle + C_{0,n}(t)|0,n\rangle], \tag{2}$$

式中态矢量$|1, n\rangle$($|0, n\rangle$)表示原子处于激发态$|1\rangle$(基态$|0\rangle$)，而且场中有 n 个光子. 假定原子初始时处于激发态$|1\rangle$，则$\sum_n |C_{1,n}(0)|^2 = 1$，$C_{0,n}(0) = 0$. 将(1)和(2)式代入薛定谔方程，并令

$$C_{1,n}(t) = e^{-i\left(n\nu_0 + \frac{1}{2}\omega\right)t} e^{-in\int_0^t f(t)dt} M_{1,n}(t), \tag{3a}$$

$$C_{0,n}(t) = e^{-i\left(n\nu_0 - \frac{1}{2}\omega\right)t} e^{-in\int_0^t f(t)dt} M_{0,n}(t), \tag{3b}$$

则可得

$$\frac{dM_{1,n}(t)}{dt} = -ig\sqrt{(n+1)(n+2)}e^{-i(2\nu_0-\omega)t} \times e^{-2i\int_0^t f(t)dt} M_{0,n+2}(t), \tag{4a}$$

$$\frac{dM_{0,n}(t)}{dt} = -ig\sqrt{(n-1)n}e^{i(2\nu_0-\omega)t} \times e^{2i\int_0^t f(t)dt} M_{1,n-2}(t). \tag{4b}$$

在以下的讨论中，我们假定初始时刻光场处于相干态，即 $\rho_{nn}(0) = |C_{1,n}(0)|^2 = \langle n\rangle^n e^{-\langle n\rangle}/n!$，它服从泊松分布，$\langle n\rangle$为初始时刻场中的平均光子数.

根据 Phoenix 和 Knight[16] 提出的量子熵理论，用 Von Neuman 熵作为纠缠程度的量度，研究光场与原子相互作用时的动力学特性，显示出很大的优越性. 根据 P-K 量子熵理论，在光场-原子相互作用系统中，光场(原子)熵的时间演化行为反映了光场与原子关联程度的演化特性，熵值越大，关联越强，纠缠度越高. 根据 Von Neuman 熵定义，光场(原子)的熵可以由其约化密度算符定义

$$S_{f(a)}(t) = -\mathrm{Tr}_{f(a)}\{\rho_{f(a)}(t)\ln[\rho_{f(a)}(t)]\}, \tag{5}$$

式中约化密度算符为

$$\rho_{f(a)}(t) = \mathrm{Tr}_{a(f)}\{\rho(t)\}, \tag{6}$$

其中 $\rho(t)$为光场-原子全系统的密度算符，下标 $f(a)$表示光场(原子). 假定光场和原子在初始时刻均处于纯态，彼此无关联，即$|\psi(0)\rangle = \psi_f(0)\otimes\psi_a(0)$，此系统属于纯态双子系量子系统(原子与光场相互作用系统为原子与光场所组成的闭合体系，光场或原子是这一闭合体系的一个子系)，则光场-原子全系统(孤立系统)的熵 $S(t)$为零且不随时间变化[16]. 由(1)式确定的系统哈密顿量表明原子与光场之间存在相互作用，此相互作用将导致光场、原子子系统的熵随时间演化，根据 Araki-Lieb 不等式[20]

$$|S_f(t) - S_a(t)| \leqslant S(t) \leqslant S_f(t) + S_a(t), \tag{7}$$

在 $t > 0$ 的任何时刻，光场与原子的熵相等 $S_f(t) = S_a(t)$，演化规律相同. 因此，可用上述定义的光场的熵作为原子–光场系统纠缠的量度. 根据态矢表达式(2)式，容易得到光场的约化密度矩阵为

$$\begin{aligned}\rho_f(t) &= \mathrm{Tr}_a\{|\psi(t)\rangle\langle\psi(t)|\} \\ &= |c\rangle\langle c| + |s\rangle\langle s|,\end{aligned} \tag{8}$$

其中 $|c\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} C_{1,n}(t)|n\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} M_{1,n}(t)|n\rangle$，$|s\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} C_{0,n}(t)|n\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} M_{0,n}(t)|n\rangle$，而态矢表达式(2) 式也可表示为 $|\psi(t)\rangle = |c\rangle|1\rangle + |s\rangle|0\rangle$，即原子与场一般处于纠缠态. 利用文献[21]介绍的方法，场熵可用场的约化密度算符的本征值 $\pi^\pm$ 来表示：

$$S_f(t) = -\pi_f^+\ln\pi_f^+ - \pi_f^-\ln\pi_f^-, \tag{9}$$

其中

$$\pi_f^\pm(t) = \frac{1}{2}(\langle c|c\rangle + \langle s|s\rangle) \pm \frac{1}{2}[(\langle c|c\rangle - \langle s|s\rangle)^2 + 4|\langle c|s\rangle|^2]^{1/2}. \tag{10}$$

因此，利用(3)，(4)式可以确定光场的约化密度矩阵和场熵 $S_f(t)$，可以对场熵演化的动力学特性进行研究，并讨论光场频率变化对场熵演化，即原子与光

场的纠缠度演化的影响．在以下的讨论中，我们主要考虑光场的平均光子数为$\langle n\rangle = 25$，光场的频率与原子的共振跃迁频率相等时，即满足关系 $\omega = 2\nu_0 = 2000 g_0$，不同光场频率调制形式对纠缠度随时间演化特性的影响．

3．纠缠的时间演化特性

3.1．场频率不随时间变化，即标准 J-C 模型

当场频率不变时，即 $f(t) = 0$，(1)式表示标准双光子 J-C 模型的哈密顿量，则对应的波函数演化方程(4)式可写为

$$\frac{\mathrm{d}M_{1,n}(t)}{\mathrm{d}t} = -\mathrm{i}g\sqrt{(n+1)(n+2)}M_{0,n+2}(t), \tag{11a}$$

$$\frac{\mathrm{d}M_{0,n}(t)}{\mathrm{d}t} = -\mathrm{i}g\sqrt{(n-1)n}M_{1,n-2}(t). \tag{11b}$$

在图 1(a)中，我们给出了标准双光子 J-C 模型的场熵 $S_f(t)$随时间演化，可以看出场熵 $S_f(t)$即原子和光场的纠缠度的演化具有明显的周期性，周期为 π．在整个演化过程中，原子和光场的纠缠度呈现由小到大，再由大到小的交替变化，而且变化(振荡)的幅度保持不变(稳定)．与原子布居数 $W(t)$的演化(如图 1(c)所示)对比可以看出：在原子反转回复时间($t = n\pi/g$，$n = 0,1,2,\cdots$)，场熵 $S_f(t)$周期地演化到达最小(演化到零)，此时，原子和场周期地出现瞬间消纠缠现象，原子和场各自都处于纯态．在原子反转回复时间的二分之一($t = \frac{(2n+1)\pi}{2g}$，$n = 0,1,2,\cdots$)，场熵 $S_f(t)$演化到达最大，原子和场处于最大纠缠态(统计混合态)．这与单光子 J-C 模型的情况正好相反(对照图 1(b)和(d))，而且在单光子过程中，场熵不会演化到零，即不会出现消纠缠现象．

当光场的初始态为相干态时，光子数发布为泊松发布，对原子布居数 $W(t)$性质起主要影响的光子态的光子数集中在峰值附近的一个小区间内．当

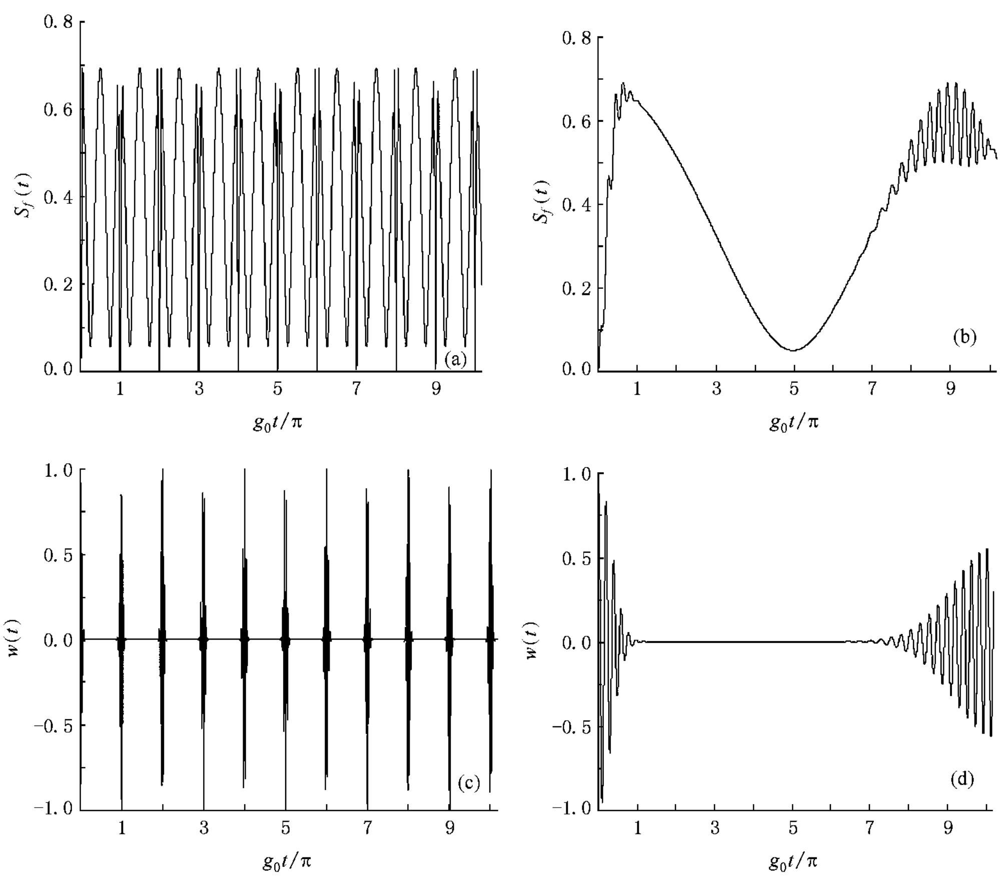

图 1 旋波近似下，系统参数$\langle n\rangle = 25$，$\omega = 2\nu_0 = 2000g_0$ (a) 双光子的纠缠随时间的演化；(b) 单光子的纠缠随时间的演化；(c) 双光子原子布居数反转随时间的演化；(d) 单光子原子布居数反转随时间的演化

平均光子数的光子态引起的拉比振荡与其近邻光子数态引起的拉比振荡的相位差为 2π 的整数倍时将出现回复现象. 对照图 1(a)和(c),可以看出,场熵 $S_f(t)$的演化即原子和光场的纠缠度演化与原子布居数 $W(t)$的演化有着密切关系,即与各拉比振荡的统计结果有关:场熵 $S_f(t)$的演化即原子和光场的纠缠度的最小值出现在原子布居数 $W(t)$振幅不为零的区间内,对应着各拉比振荡之间的同步,此时光场与原子接近于退缠绕状态;而最大值则出现在原子布居数 $W(t)$振幅为零的区间内,对应着各拉比振荡之间的无序,此时光场与原子强烈地缠绕. 在双光子过程中光场与原子的缠绕与退缠绕出现的周期性,显示了场熵与光场-原子关联程度之间的密切关系. 不过,在双光子过程中,每个回复时间的中点时刻周期性出现的纠缠度为零的值,导致系统恢复初始状态,出现明显的消相干现象. 为了尽量避免这种情况的出现,我们发现通过对光场频率的调制可以很好地解决这个问题.

3.2. 场频率随时间作正弦变化

若取 $f(t)=\alpha\sin(\beta t)$,则光场频率随时间作正弦变化 $\nu(t)=\nu_0+\alpha\sin(\beta t)$,$\alpha$ 为正弦变化的幅度,β 为正弦变化的角频率,且 α,β 都很小,$\alpha\ll\omega$(和 ν_0),相应的 $g=g_0[1+\alpha\sin(\beta t)/\nu_0]$,则对应的波函数演化方程(4)式可写为

$$\frac{\mathrm{d}M_{1,n}(t)}{\mathrm{d}t}=-\mathrm{i}g_0\sqrt{(n+1)(n+2)}\,\mathrm{e}^{2\mathrm{i}(\alpha/\beta)[\cos(\beta t)-1]}\times\left[1+\frac{\alpha\sin(\beta t)}{\nu_0}\right]M_{0,n+2}(t),\tag{12a}$$

$$\frac{\mathrm{d}M_{0,n}(t)}{\mathrm{d}t}=-\mathrm{i}g_0\sqrt{(n-1)n}\,\mathrm{e}^{-2\mathrm{i}(\alpha/\beta)[\cos(\beta t)-1]}\times\left[1+\frac{\alpha\sin(\beta t)}{\nu_0}\right]M_{1,n-2}(t).\tag{12b}$$

通过数值计算方法求解方程(6)并由(5)式可得到场熵 $S_f(t)$随时间的演化特性. 图 2 给出了不同参数时场熵 $S_f(t)$的演化情况,可以看出不同光场频率调制对原子与光场的纠缠度的影响. 当光场频率变化的振幅 α 和角频率 β 都很小时,光场频率调制对场熵 $S_f(t)$的周期性演化过程影响很弱,对原子与光场的纠缠度的周期性现象改变十分微弱,周期基本不变(如图 2(a)所示). 当振幅 α 增大时,光场频率调制对场熵 $S_f(t)$的影响将增强(如图 2(b)),场熵 $S_f(t)$的动力学性质发生了较大变化,与光场频率不变的情形(图 1(a))相比较,发现虽然场熵即原子与光场的纠缠度演化的明显周期性被破坏,但原子与光场的纠缠度明显增大,持续地高纠缠度,而且纠缠度随时间作小振幅快速无规则的振荡,振荡的幅度逐渐减小到稳定,尤其是纠缠度维持在 0.5—0.7 之间的小范围内振荡,消纠缠现象不再出现,原子和光场之间的纠缠度趋于稳定. 当进一步增大光场频率调制的频率 β(如图 2(c)),除了在原子与光场相互作用初期对纠缠度的最小值有所提高外,增大场频率调制的频率 β 对场熵 $S_f(t)$的演化即原子与光场纠缠度的演化没有明显影响(比较图 2(b)和(c)). 由此可见,原子与光场纠缠度的演化过程对光场频率调制的振幅更加敏感.

当$|\omega-2\nu|$增加时,各拉比振荡的振幅将减小,而频率将加快. 当光场的频率存在正弦振荡时,$|\omega-2\nu|$随时间变化,每个拉比振荡的振幅随时间将会时大时小,其频率随时间也会时快时慢,从而干扰了原有各拉比振荡之间的相位关系. 我们把频率调制的振幅 α 近似地认为是失谐量 Δ,原子布居数反转 $W(t)$ 崩塌的周期为 $t_c\approx\sqrt{1+\Delta^2/4g^2\langle n\rangle^2}/2g\sqrt{\langle n\rangle}$,随着失谐量 Δ 的增大,崩塌的周期逐渐延长,各拉比振荡之间的相干性逐渐趋于无序,场熵即原子与光场的纠缠度演化逐渐由周期性转变为准周期性,系统中原子与光场的缠绕程度逐渐增强. 由图中也可以看出,当场频率调制振幅 α(即失谐量 Δ)很小时,如图 2(a),纠缠度仍能保持良好的周期性,而随着场频率调制振幅 α(即失谐量 Δ)的逐渐增大,原子与光场的纠缠度演化的周期性逐渐被破坏. 因此,当光场频率调制的振幅 α 明显增加时,原子和光场的纠缠度由没有光场频率调制时的严格周期性演化,转变成原子和光场不再消纠缠,而且原子和光场的纠缠度随时间变化(振荡)的幅度逐渐减小,即整体上表现为快速小幅振荡的特征,纠缠度趋于稳定. 原子和光场的这种纠缠特性在量子信息领域有着潜在的应用.

3.3. 场频率随时间作脉冲调制

考虑光场频率随时间以脉冲形式变化时,频率调制时间函数 $f(t)$ 具有如下形式:

$$f(t)=\begin{cases}\alpha, & (t\in[mT+t_0,mT+\tau+t_0],\\ & \quad m=0,1,2,\cdots),\\ 0, & (\text{其他}),\end{cases}\tag{13}$$

其中,T,τ,α 和 t_0 分别是脉冲频率调制的周期,脉

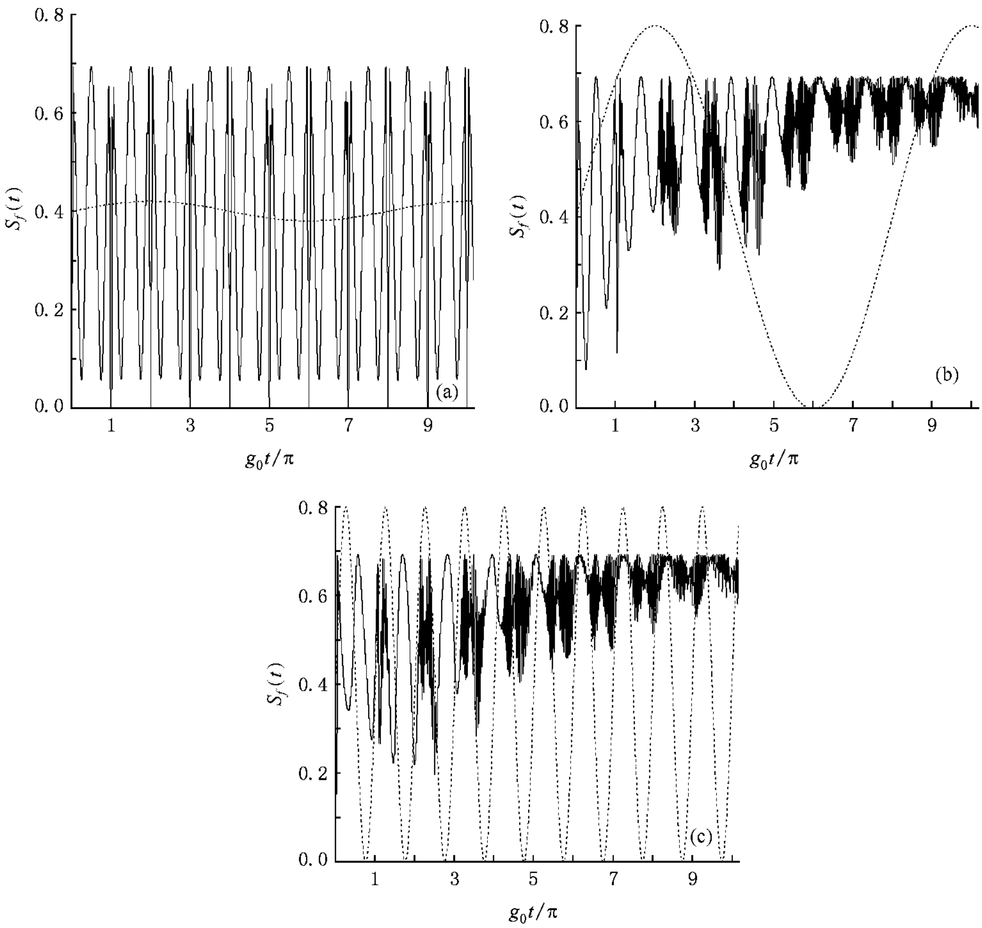

图 2 旋波近似下,场熵 $S_f(t)$ 随时间的演化,系统参数为 $\langle n\rangle=25$,$\omega=2\nu_0=2000g_0$,场频率的调制参数分别为(a) $\alpha=g_0$,$\beta=0.25g_0$;(b) $\alpha=20g_0$,$\beta=0.25g_0$;(c) $\alpha=20g_0$,$\beta=2g_0$. 点线是场频率的调制

冲的时间宽度,脉冲强度和第一个脉冲出现的时刻. 取 $\alpha=20g_0$,将 $f(t)$ 代入方程组(4)并进行数值计算就可以得到场熵随时间演化特性. 由于脉冲频率调制作用,原子布居数反转 $W(t)$ 中对应粒子数态 $|n\rangle$ 的每个拉比振荡的相位会改变,不同拉比振荡之间的关联也会发生改变,因此,原子与光场的纠缠度随时间演化也会受到影响. 下面,我们讨论不同脉冲调制对场熵 $S_f(t)$,即原子与光场的纠缠度时间演化特性的影响.

图 3 给出了不同脉冲频率调制时场熵 $S_f(t)$ 的演化情况. 当脉冲频率调制的强度很小时(如图 3(a)),光场频率调制对场熵 $S_f(t)$ 的演化过程影响很弱,场熵 $S_f(t)$ 随时间演化仍具有很好的周期性,而且原子与光场的纠缠度随时间变化的周期几乎不变,只是在脉冲开始或结束时对场熵 $S_f(t)$ 振荡的幅值有微弱影响(比较图 1(a)和图 3(a)). 当脉冲频率调制的强度较大时(如图 3(b),(c),(d)),场熵 $S_f(t)$ 随时间的演化均表现为由原来没有频率调制时大振幅的周期性振荡,转变为振幅逐渐减小的准周期性快速振荡,而且在脉冲区间内出现了场熵 $S_f(t)$ 变化不大的小振幅快速振荡. 场熵 $S_f(t)$ 总的演化趋势是原子与光场的纠缠度不断增加,逐渐趋于稳定,消纠缠现象不再出现. 在双光子过程中,原子布居数反转 $W(t)$ 的演化以及光场与原子的缠绕与退缠绕均具有很好的周期性,而且光场与原子之间出现最大纠缠或消纠缠的时段与原子布居数反转 $W(t)$ 出现崩塌-回复过程的时段有很好的对应关系,显示了场熵与光场-原子关联程度之间的密切关系. 众所周知,光场与原子相互作用时,原子布居数反转 $W(t)$ 所展示的崩塌-回复过程是对应各种光子数态的各种拉比振荡的集体效应,主要与各种拉比振荡之间的相干性有关,因此光场与原子之间的纠缠度也与各种拉比振荡之间的相干性有关. 当光场频率调制时,在脉冲开始或结束时,光场频率的突变

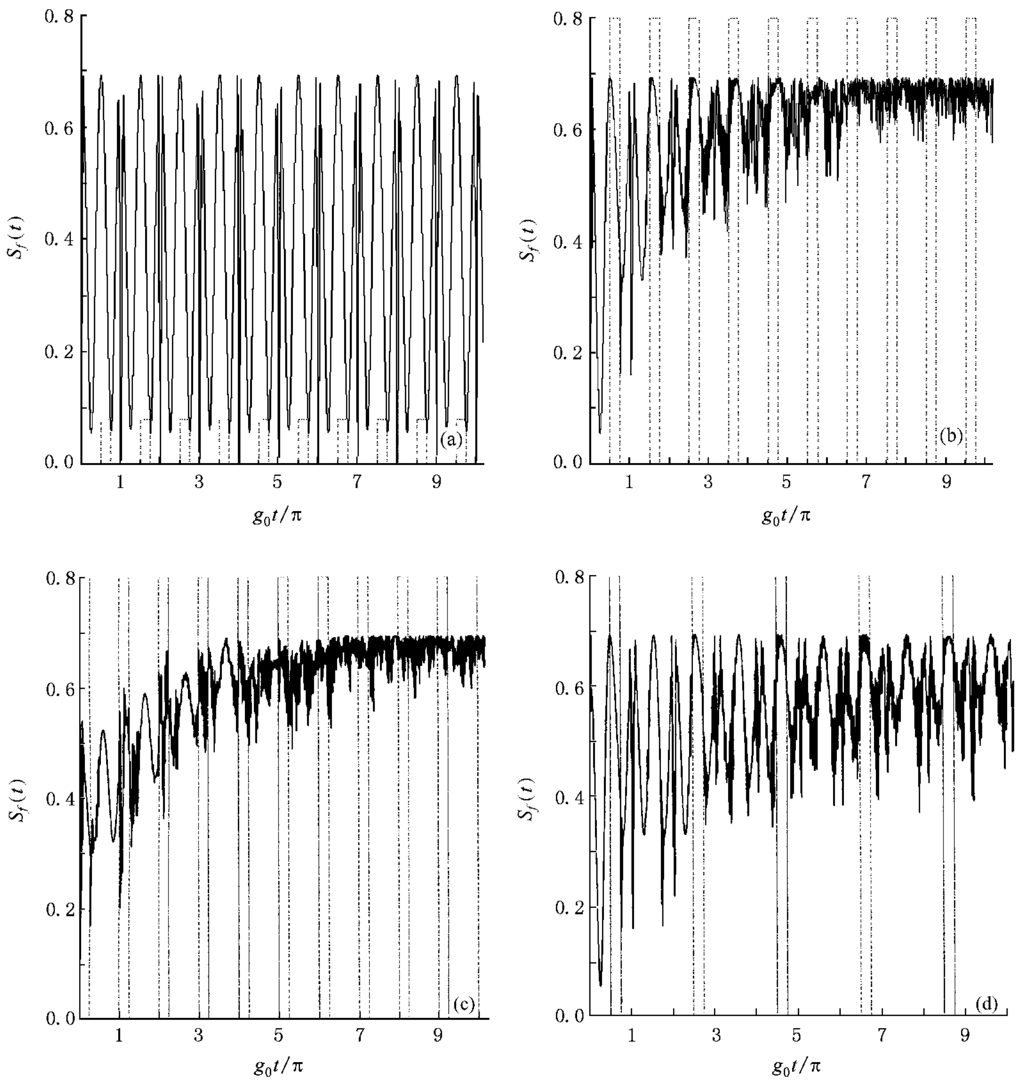

图 3　旋波近似下场熵 $S_f(t)$ 随时间的演化，系统参数为 $\langle n\rangle=25$，$\omega=2\nu_0=2000g_0$，场频率的调制参数分别为 (a) $g_0T=\pi$；$\alpha=2g_0$，$g_0t_0=\pi/2$，$g_0\tau=\pi/4$；(b) $g_0T=\pi$；$\alpha=20g_0$，$g_0t_0=\pi/2$，$g_0\tau=\pi/4$；(c) $g_0T=\pi$；$\alpha=20g_0$，$g_0t_0=0$，$g_0\tau=\pi/4$；(d) $g_0T=2\pi$；$\alpha=20g_0$，$g_0t_0=\pi/2$，$g_0\tau=\pi/4$；点线是场频率的调制参数

将改变各拉比振荡之间的相干性，进而改变了各拉比振荡从相干向非相干或从非相干向相干状态的转变过程，从而诱导出光场与原子纠缠度新的振荡过程．另一方面，由于我们考虑的是在光场频率与原子的共振跃迁频率相等的基础上进行光场频率调制的情况，当光场频率没有脉冲调制时，仍然是共振情况（$|2\nu-\omega|$ 为 0），各拉比振荡维持原来的振幅，光场与原子的纠缠度的振荡幅度也比较大．而当光场频率出现脉冲调制时，光场频率与原子的共振跃迁频率不再相等，即非共振情况（$|2\nu-\omega|$ 增加）．当 $|2\nu-\omega|$ 增加时，各拉比振荡的振幅将减小，频率加快，因此在脉冲出现的区域内，场熵 $S_f(t)$ 表现为小幅、快速振荡，振幅明显小于非脉冲区域内振荡的幅值．在脉冲出现的区域内，$|2\nu-\omega|$ 保持不变，因此场熵 $S_f(t)$ 振荡的振幅也基本不变．场熵 $S_f(t)$ 随时间的演化不仅与 $|2\nu-\omega|$ 有关，同时还与每个时段各种拉比振荡之间的相干性有关，脉冲调制不仅使原子与光场在共振和非共振之间频繁交替变化，而且还打乱了各种拉比振荡之间原有的关联，因此，场熵 $S_f(t)$ 总的演化趋势是原子与光场的纠缠度不断增加，逐渐趋于稳定，消纠缠现象不再出现．这也说明，由于脉冲频率调制作用，原子与光场处于非共振状态使得各拉比振荡之间的关联性趋于无序，光场与原子更容易强烈地缠绕．

比较图 3(b)，(c) 和 (d)，发现不同的脉冲调制对场熵 $S_f(t)$ 随时间演化的影响有相同之处，即场

熵 $S_f(t)$随时间的演化均表现为由原来没有频率调制时大振幅的周期性振荡，转变为振幅逐渐减小的准周期性快速振荡，原子与光场的纠缠度不断增加，逐渐趋于稳定，消纠缠现象不再出现. 由于脉冲频率调制作用，不同拉比振荡之间的关联也会发生改变，而且与脉冲频率调制的起始时刻、脉冲出现的周期密切相关. 因此，不同的脉冲调制对场熵 $S_f(t)$演化影响的不同之处在于 在不同的脉冲调制作用下，原子与光场的纠缠度趋于稳定的快慢不同，对纠缠度最大值的维持、对纠缠度的最小值甚至消纠缠的抑制有所区别. 比如，在纠缠度最大值处开始加脉冲比在最小值处加脉冲，能够更快、更容易实现原子与光场的纠缠度的提高和稳定（比较图 3（b）和（c）） 比较频繁的脉冲调制也更容易提高和稳定原子与光场的纠缠度（比较图 3(b)和(d)）. 总之，适当的脉冲光场频率调制可以增强原子与光场间的纠缠度. 在每个纠缠度最大值处加入脉冲能使原子-光场间纠缠最快地达到最大值，当所加脉冲调制的初始时刻和初始位置不同时可以满足控制纠缠演化的不同要求，因此，可以利用光场频率调制来调控场熵 $S_f(t)$，即原子和光场的纠缠度的演化过程.

4. 结　论

本文研究了双光子过程中二能级原子与频率随时间变化的相干态光场的纠缠度演化，主要讨论了光场频率随时间作正弦调制和脉冲调制两种典型情况下，纠缠随时间的演化特性. 当光场频率随时间作正弦调制时，场熵即原子与光场的纠缠度演化的明显周期性被破坏，原子与光场的纠缠度明显增大，并保持高纠缠度，而且纠缠度随时间作小振幅快速无规则的振荡，振荡的幅度逐渐减小到稳定，消纠缠现象不再出现，通过改变光场频率调制的频率 β 和振幅 α，发现原子与光场纠缠度的演化过程对光场频率调制的振幅更加敏感. 当光场频率随时间作脉冲调制时，适当的脉冲光场频率调制可以增强原子与光场间的纠缠度，在纠缠度最大值处开始加脉冲比在最小值处加脉冲，能够更快、更容易实现原子与光场的纠缠度的提高和稳定，比较频繁的脉冲调制也更容易提高和稳定原子与光场的纠缠度. 脉冲调制的突变使对场熵值的控制有很好的针对性.

[1] Einstein A，Podolsky B，Rosen N 1935 *Phys. Rev.* **47** 777
Schrödinger E 1935 *Naturwissenschaften* **23** 807

[2] Greenberger D M，Horne M A，Zeilinger A 1989 *Bell's Theorem，Quantum Theory，and Conceptions of the Universe*，edited by M. Kafatos（Kluwer Academics，Dordrecht，The Netherlands，1989）p 73

[3] Bennett C H，Wiesner S J 1992 *Phys. Rev. Lett.* **69** 2881

[4] Bennett C H，Brassard G，Crepeau C，Jozsa R，Peres A，Wootters W K 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895

[5] Bouwmeaster D，Pan J W，Mattle K，Elbl M，Weinfurter H，Zeilinger A 1997 *Nature* **390** 575

[6] Biham E，Huttner B，Mor T 1996 *Phys. Rev.* A **54** 2651

[7] Bennett C H，Brassard G，Jozsa R *et al* 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895

[8] Deutsch D，Ekert A，Jozsa R *et al* 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 2818

[9] Shor P W 1995 *Phys. Rev.* A **52** 2493

[10] Yu T，Eberly J H 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 140404

[11] Song K H 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 441（in Chinese）[宋克慧 2000 物理学报 **49** 441]

[12] Zheng S B，Guo G C 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 2392

[13] Wang Z C，Fang M F 2003 *Chin. Phys.* **12** 287

[14] Lu H X，Yang J，Zhang Y D，Chen Z B 2003 *Phys. Rev.* A **67** 024101

[15] Li G X，Allaart K，Lenstra D 2004 *Phys. Rev.* A **69** 055802

[16] Phoenix S J D，Knight P L 1988 *Ann. Phys.*（N. Y.）**186** 381
Phoenix S J D，Knight P L 1991 *Phys. Rev.* A **44** 6023
Phoenix S J D，Knight P L 1991 *Phys. Rev. Lett.* **66** 2833

[17] Fang M F，Liu X 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 435（in Chinese）[方卯发、刘 翔 2000 物理学报 **49** 435]

[18] Peng J S，Li G X 1996 *Introduction to Modern Quantum Optics*（Beijing Science Press）p352 [彭金生、李高翔 1996 近代量子光学导论（北京 科学出版社）第 352 页]

[19] Tian Y H，Peng J S，Xu D H，Tao S H 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 1439（in Chinese）[田永红、彭金生、徐大海、陶少华 1999 物理学报 **48** 1439]
Feng X L 1997 *Acta Phys. Sin.* **46** 1926（in Chinese）[冯勋立 1997 物理学报 **46** 1926]

[20] Araki H，Lieb E 1970 *Commun. Math. Phys.* **18** 160

[21] Gao Y F，Feng J，Song T Q 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 1650（in Chinese）[高云峰、冯 健、宋同强 1999 物理学报 **48** 1650]

The influence of the field frequency modulation on quantum entanglement via two-photon process *

Cheng Qiu-Li† Xie Shuang-Yuan Yang Ya-Ping
(*Department of Physics*, *Tongji University*, *Shanghai* 200092, *China*)

(Received 8 April 2008; revised manuscript received 10 May 2008)

Abstract

The entanglement degree is investigated by means of the entropy theory between a two-level atom and a coherent field with varying frequency via two-photon transition. We restrict our attention to two cases, the field frequency varying with time in the forms of sine and rectangle. When the field frequency varies with time in the form of sine, the entanglement degree will increase sharply and maintain high values. By changing the amplitude α and angular frequency β of the field-frequency variation respectively, we find that the evolution process is more sensitive to the former. In the rectangular modulation case, different results will be produced when the pulses appear at different time. Comparing the pulses appearing at every minimum value with that at every maximum value, the entanglement degree will increase and reach stability more quickly and easily in the lattev case. The sudden change caused by the rectangular modulation is particularly beneficias to the control of the value of the field entropy.

Keywords: entanglement, field entropy, coherent states, Jaynes-Cummings model with two-photon process
PACC: 4250, 3280

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10674103) and the Research Foundation for Outstanding Young Teacher of Tongji University (2006).

† E-mail: qiliy@126.com