

交错 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用对反铁磁 Heisenberg 链纠缠的影响^{*}

蔡 卓 陆文彬 刘拥军[†]

(扬州大学物理科学与技术学院, 扬州 225002)

(2008 年 3 月 5 日收到, 2008 年 3 月 25 日收到修改稿)

主要研究了具有交错 Dzyaloshinskii-Moriya (DM) 相互作用的反铁磁 Heisenberg 链的纠缠. 基于 density-matrix renormalization group (DMRG) 的数值计算表明, 交错 DM 相互作用消除了系统在外磁场 $H = 2$ 处的二级量子相变, 从而量子纠缠反常行为也随之消失. 同时纠缠范围的发散也被消除, 意味着该模型因子化点的消失. 交错 DM 相互作用导致系统在任意强场下也不会达到铁磁饱和状态, 从而保持着自旋纠缠. 交错 DM 相互作用有利于通过外场调控纠缠程度和纠缠范围.

关键词: Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用, 量子纠缠, 量子相变, 纠缠范围

PACC: 7510J, 7540M, 0365

1. 引 言

反铁磁 Heisenberg 模型作为一个联系着量子信息学和凝聚态物理两个领域的多体系统, 其纠缠性质和量子相变关系的研究近年来一直受到广泛而持续的关注. 许多解析和数值研究都表明, 量子相变的反常行为将会反映在量子纠缠中^[1]. 然而作为对 Heisenberg 相互作用一个修正项的 Dzyaloshinskii-Moriya (DM) 相互作用^[2], 尽管其重要性在新近的理论 and 实验工作中不断被揭示, 并成为热点, 但在相关的量子纠缠的文献中^[3], 只有很少的讨论, 并局限于较少格点的情况^[4].

DM 相互作用来源于自旋轨道耦合, 是一种具有反对称性的各向异性超交换相互作用^[5], 可用来解释反铁磁材料中的弱铁磁 (如 La_2CuO_4) 性以及其他的奇性质^[6]. 两个自旋 S_1 和 S_2 间的 DM 相互作用项可写为 $D \cdot (S_1 \times S_2)$, 这里 D 称为 DM 矢量, 其量级一般较小, 但某些材料中其取值较大, 如 CsCuCl_3 的 $|D|/J = 0.18$ ^[7], 苯甲酸铜的 $|D|/J = 0.11$ ^[8], GaAs 中的耦合量子点的 $|D|/J$ 取 $0.01 \sim 0.8$ ^[9]. 引入 DM 相互作用, 将会对系统的量子纠缠

和量子相变产生重要影响. 本文主要研究交错 DM 相互作用对外场作用下的一维反铁磁 Heisenberg 链基态自旋纠缠的影响.

2. 理论模型

晶格中的 DM 相互作用通常有均匀 ($D_i = D$) 和交错 ($D_i = (-1)^i D$) 两种情况, 具有交错 DM 相互作用 Heisenberg 链的 Hamiltonian 为

$$\mathcal{H} = \sum_i [J S_i \cdot S_{i+1} + (-1)^i D \cdot (S_i \times S_{i+1})].$$

选择 D 沿 z 方向, 偶数格点条件下, 作局域旋转变换^[10] 即格点 i 的自旋绕 z 轴旋转 $(-1)^i \frac{\alpha}{2}$ 角 (其中 α

$= \tan^{-1} D/J$) 即 $\tilde{S}_i^\pm = S_i^\pm e^{\pm(-1)^i \alpha/2}$, $\tilde{S}_i^z = S_i^z$, 上式变为

$$\mathcal{H} = \sum_i \left[J \tilde{S}_i^z \tilde{S}_{i+1}^z + \frac{|J|}{2} (\tilde{S}_i^+ \tilde{S}_{i+1}^- + \tilde{S}_i^- \tilde{S}_{i+1}^+) \right],$$

其中 $\tilde{J} = J + iD$. 可见, 有交错 DM 相互作用的 Heisenberg 链可等价于 XXZ 模型.

在垂直于 D 矢量方向上施加均匀外磁场 H , Hamiltonian 变为

$$\mathcal{H} = \sum_i [J S_i \cdot S_{i+1} + (-1)^i D \cdot (S_i \times S_{i+1})] - H \cdot \sum_i S_i. \quad (1)$$

^{*} 江苏省高校自然科学研究项目(批准号 05KJB14047)资助的课题.

[†] E-mail: yjliu@yzu.edu.cn

若 H 作用在 x 方向上, 则 Zeeman 项可写成

$$\mathcal{H}_z = -H \cos \frac{\alpha}{2} \sum_i \tilde{S}_i^x - H \sin \frac{\alpha}{2} \sum_i (-1)^i \tilde{S}_i^y,$$

可见在 y 方向(即 $D \times H$ 方向)出现了一个有效交错场^[10].

解析上研究 Hamiltonian(1) 是困难的, 本文采用数值方法对 $S = 1/2$ 具有交错 DM 相互作用反铁磁 Heisenberg 链进行研究. 为了方便, 数值计算时选 D 矢量沿 y 方向, 而在 z 方向上施加外场 H , 系统 Hamiltonian 为

$$\mathcal{H} = \sum_i [\mathcal{K} S_i^x S_{i+1}^x + S_i^y S_{i+1}^y + S_i^z S_{i+1}^z] + (-1)^i D [S_i^z S_{i+1}^x - S_i^x S_{i+1}^z] - H \sum_i S_i^z. \quad (2)$$

附加有效交错场将出现在 x 方向, z 方向仍存在一有效均匀场. 均匀场有利于形成铁磁序, 而交错场有利于形成反铁磁序, 两种场的竞争会导致系统自旋状态发生明显改变. 对于均匀 DM 作用, 有效场在 x 方向、 z 方向都是均匀的, 它对包括纠缠在内的系统性质的改变并不明显, 计算也证实了这点. 本文研究具有交错 DM 作用的反铁磁自旋链, 计算了其自旋单纠缠 τ_1 (one-tangle)^[11] 和并发度 C (concurrence)^[12], 计算中我们采用周期性边界条件.

单格点 (i) 约化密度矩阵 ρ_i 可写为^[13]

$$\rho_i = \frac{1}{2} \sum_{\alpha=0}^3 \sigma_i^\alpha \sigma_i^\alpha, \quad (3)$$

其中 $\rho^0 = I$, ρ^1 , ρ^2 和 ρ^3 为 Pauli 矩阵. 单纠缠为^[11]

$$\tau_1(\rho_i) = 4 \text{de}(\rho_i).$$

双格点 (i, j) 约化密度矩阵 ρ_{ij} 可写为^[13]

$$\rho_{ij} = \frac{1}{4} \sum_{\alpha, \beta=0}^3 \sigma_i^\alpha \sigma_j^\beta \sigma_i^\alpha \otimes \sigma_j^\beta. \quad (4)$$

定义半正定矩阵 R 为 ρ_{ij} 与其时间反演 $\tilde{\rho}_{ij}$ 的乘积

$$R = \rho_{ij} \tilde{\rho}_{ij} = \rho_{ij} (\sigma_y \otimes \sigma_y) \rho_{ij}^* (\sigma_y \otimes \sigma_y).$$

令 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 和 λ_4 为 R 的 4 个本征值, 且 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \lambda_4$, 则并发度 C 为^[12]

$$C(\rho_{ij}) = \max\{\sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4}, 0\}.$$

对于 Hamiltonian(2) 描述的自旋系统, 作对称性分析^[14], 并注意到 Hamiltonian(2) 具有实数形式, 可以证明约化密度矩阵(4)的系数中只有下面几项不为零, 并满足以下关系:

$$\begin{aligned} \sigma_i^x \sigma_j^x &\neq \sigma_i^y \sigma_j^y \neq \sigma_i^z \sigma_j^z, \\ I_i I_j &= 1, \sigma_i^z = \sigma_j^z, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_i^z \sigma_j^z &= (-1)^{|i-j|} \sigma_i^x \sigma_j^x, \\ \sigma_i^x &= (-1)^{|i-j|} \sigma_j^x. \end{aligned} \quad (5)$$

因此, 在标准基(standard basis $\chi | \uparrow \uparrow, | \uparrow \downarrow, | \downarrow \uparrow, | \downarrow \downarrow$)下,

$$\rho_{ij} = \begin{pmatrix} A & -a & a & E \\ -a & B & C & b \\ a & C & B & -b \\ E & b & -b & D \end{pmatrix} \left(|i-j| \text{ 为奇数} \right), \quad (6a)$$

$$\rho_{ij} = \begin{pmatrix} A & b & b & E \\ b & B & C & a \\ b & C & B & a \\ E & a & a & D \end{pmatrix} \left(|i-j| \text{ 为偶数} \right), \quad (6b)$$

其中 $A = S_i^z S_j^z + S_i^z + \frac{1}{4}$, $B = \frac{1}{4} - S_i^z S_j^z$, $C = S_i^x S_j^x + S_i^y S_j^y$, $D = S_i^z S_j^z - S_i^z + \frac{1}{4}$, $E = S_i^x S_j^x - S_i^y S_j^y$, $a = \frac{1}{2} S_i^x - S_i^z S_j^x$, $b = \frac{1}{2} S_i^x + S_i^z S_j^x$.

单格点 ρ_i 可通过对双格点 ρ_{ij} 求偏迹(partial trace)得到

$$\rho_i = \begin{pmatrix} F & d \\ d & G \end{pmatrix},$$

其中 $F = \frac{1}{2} + S_i^z$, $G = \frac{1}{2} - S_i^z$, $d = S_i^x$.

根据关系(5)和 ρ_i, ρ_{ij} 形式, 容易证明 $C(\rho_{ij})$ 和 $\tau_1(\rho_i)$ 具有周期为 1 的平移不变性, 因此可记 $C(n) = C(\rho_{i, i+n})$.

3. 两位量子比特的计算

为了了解交错 DM 相互作用和外场对自旋纠缠的影响, 先分析格点数 $N = 2$ (即两位量子比特)的情况. 采用周期性边界条件, Hamiltonian(2) 可写为

$$\mathcal{H} = 2\mathcal{K} (S_1^x S_2^x + S_1^y S_2^y + S_1^z S_2^z) + 2D (S_1^x S_2^x - S_1^y S_2^y) - H (S_1^z + S_2^z). \quad (7)$$

令 $J = 1$, $\mathcal{H}_0 = 2(S_1^x S_2^x + S_1^y S_2^y + S_1^z S_2^z) - H(S_1^z + S_2^z)$, $\mathcal{H}' = 2D(S_1^x S_2^x - S_1^y S_2^y)$, 当 $D/J \ll 1$ 时, 由一级微扰论计算系统基态并由此计算基态纠缠. $N = 2$ 时^[11], $\tau_1 = [C(1)]^2$.

1) 弱场情形 ($0 \leq H \ll 2$) 波函数

$$\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{D}{H-2} | \uparrow \uparrow \uparrow + | \uparrow \uparrow \downarrow - | \downarrow \downarrow \uparrow - \frac{D}{H+2} | \downarrow \downarrow \downarrow \right),$$

$$\alpha(1) = \frac{(H^2 - D^2 - 4) \chi(H^2 - 4)}{(H^2 - 4)^2 + (H^2 + 4)D^2}, \quad (8)$$

$\alpha(1)$ 随 D 的增大而减小, 同样 τ_1 也随 D 的增大而减小.

2) 强场情形 ($H \gg 2$) 波函数

$$\phi_0 = | \uparrow \uparrow \uparrow - \frac{D}{\chi(H-2)} | \uparrow \uparrow \downarrow + \frac{D}{\chi(H-2)} | \downarrow \uparrow \uparrow + \frac{D^2}{\chi(H-2)^2 + D^2}, \quad (9)$$

$\alpha(1)$ 随 D 的增大而增大, 同样 τ_1 也随 D 的增大而增大.

3) 中间场情形 ($H \approx 2$), 零级基态存在简并, 交错 DM 相互作用将解除简并. 波函数

$$\phi_0 = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} | \uparrow \uparrow \uparrow - \frac{1}{2} | \uparrow \uparrow \downarrow + \frac{1}{2} | \downarrow \uparrow \uparrow + \frac{D}{\chi(H+2)} | \downarrow \downarrow \downarrow, \quad (10)$$

当 D 为正时, ϕ_0 取正号; 当 D 为负时, ϕ_0 取负号.

$$\alpha(1) = \frac{\chi(H+2)\chi(H+\sqrt{2}|D|+2)}{4(H+2)^2 + D^2},$$

$\alpha(1)$ 将随 D 增大而增大, 同样 τ_1 也随 D 的增大而增大.

4. 大尺寸系统的 DMRG 结果

我们采用 DMRG (density matrix renormalization group) 方法^[15]对 Hamiltonian (2) 所描述的大尺寸系统进行了研究. 在计算中, 取系统格点数 $N = 100$, 保留 500 个态. 采用周期性边界条件, 最大截断误差保持小于 10^{-9} .

首先讨论系统的量子相变, 讨论中均假定 $J = 1$. 当系统不存在交错 DM 相互作用时, 在 $0 < H < 2$ 区域处于 XY 相, 在 $H > 2$ 区域处于饱和铁磁相, 而在 $H_c = 2$ 处会发生二级 Pokrovsky-Talapov 相变^[16]. 为确定相变类型, 根据 Hellmann-Feynman 定理有

$$\frac{dE}{dH} = \frac{1}{N} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial H} = - \frac{1}{N} \sum_i S_i^z = - M^z.$$

图 1 给出了不同强度交错 DM 相互作用下磁化强度 M^z 与外场 H 的关系, 图 2 给出了 dM^z/dH 与外场的关系. 计算表明, 当 $D = 0$ 时, dM^z/dH 在 $H = 2$ 处发散, 表明系统存在相变. dM^z/dH 不连续即是

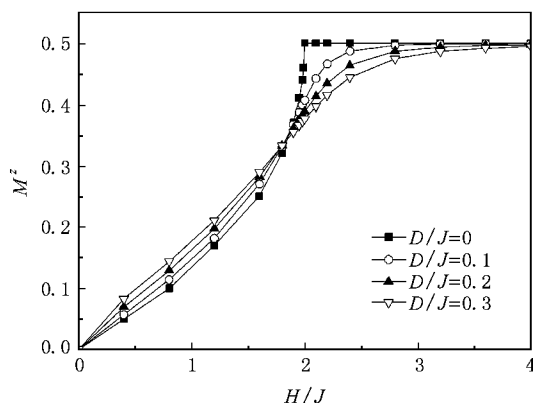


图 1 磁化强度随外场的变化

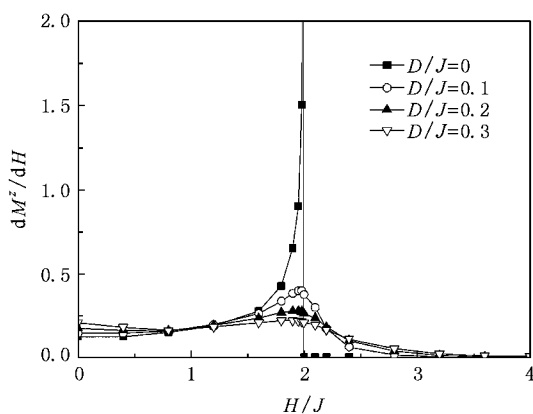


图 2 磁化强度对外场导数随外场的变化

$d^2 E/dH^2$ 不连续, 故在 $H = 2$ 处发生的相变是二级相变. 当存在交错 DM 作用时, 系统的 dM^z/dH 在 $H = 2$ 处发散行为消失, 而且系统在有限外场下无法达到饱和磁化. 图 1 和图 2 分别给出了 $D/J = 0.1, 0.2, 0.3$ 的情况. 这表明交错 DM 相互作用的引入, 消除了外磁场所导致的二级量子相变.

我们还研究了系统的自旋纠缠. 图 3、图 4 分别

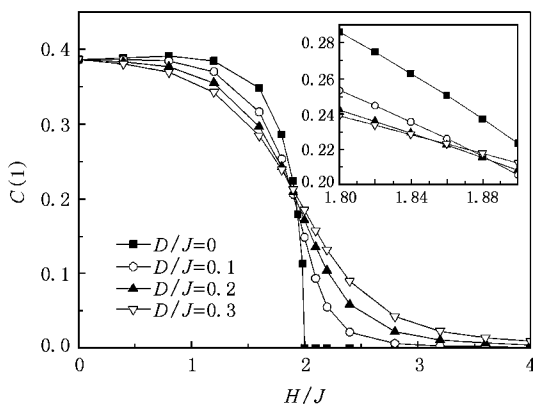


图 3 最近邻并发度随外场的变化

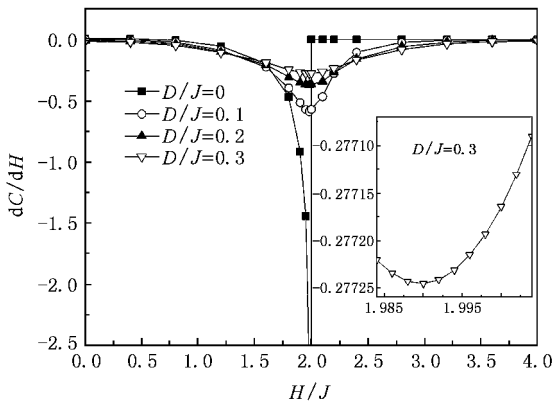


图 4 最近邻并发度对外场导数随外场的变化

给出了不同强度交错 DM 相互作用下,最近邻并发度 $\alpha(1)$ 和其对外场导数 $d\alpha(1)/dH$ 随外场的变化关系曲线. 无交错 DM 相互作用时,由图 4 可看到, $d\alpha(1)/dH$ 在 $H=2$ 处发散. 在 $H>2$ 的区域, $\alpha(1)=0$, 这一结果是合理的, 图 1 表明 $H>2$ 是系统处于饱和磁化状态, 即系统具有饱和的铁磁序, 系统自旋处于无纠缠状态.

存在交错 DM 相互作用时的自旋纠缠行为与无交错 DM 相互作用情形不同. 我们分别计算了 $D/J=0.1, 0.2, 0.3$ 情形, 系统基态并发度随外场的变化关系. 计算结果表明, 并发度 $\alpha(1)$ 在 $H=2$ 附近的行为发生了明显改变, $d\alpha(1)/dH$ 不再发散且变得光滑连续. 这一结果应表示交错 DM 相互作用导致 $H=2$ 附近的量子相变的消失. 可见, 对于 Hamiltonian (2) 描述的系统, 自旋纠缠能够反映系统的量子相变.

交错 DM 相互作用导致场致量子相变消失, 但计算表明 $d\alpha(1)/dH$ 在 $H=2$ 附近存在极值. 对于 $D=0.3$, $d\alpha(1)/dH$ 在 $H=H_m=1.990$ 处取极值. 对于不同的交错 DM 相互作用强度, H_m 都在 $H=2$ 附近. 由图 3 可以看到, 不同交错 DM 相互作用的系统基态并发度 $\alpha(1)$ 在 $H=0$ 和 $H=2$ 附近聚集. 当 $H=0$ 时, $D=0, 0.1, 0.2, 0.3$ 的并发度 $\alpha(1)$ 分别是 $0.38645, 0.38645, 0.38644, 0.38637$, 在 $H=0$ 附近的聚集是由于 D 导致的各向异性很弱, 如当 $D=0.3$ 时, $\tilde{J}=1.044$, 如此弱的各向异性对无外场 XXZ 链并发度的影响很小^[17]. 在 $H=2$ 附近 $\alpha(1)$ 的聚集源于不同的起因. 图 3 表明在聚集区左侧, D 的增加使并发度减小, 而在右侧, D 的增加使并发度增大. 为了解这一有趣的现象, 对相邻两格点在混合基 (mixed basis) 下的约化密度矩阵进行分析. 混合基

为 $|\phi_1\rangle = |\uparrow\uparrow\rangle, |\phi_2\rangle = |\downarrow\downarrow\rangle, |\phi_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle), |\phi_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)$. 由 (6a) 和 (6b) 式容易证明, 无交错 DM 相互作用时, 混合基下的约化密度矩阵不存在非对角项. 在弱场下 ($0 \leq H \ll 2$), 反铁磁 Heisenberg 相互作用占主导, $|\phi_4\rangle$ 出现概率大, $|\phi_1\rangle$ 出现概率小; 在强场下 ($H \gg 2$) 外场占主导, $|\phi_1\rangle$ 出现概率大, $|\phi_4\rangle$ 出现概率小. 而两种情况下 $|\phi_2\rangle$ 和 $|\phi_3\rangle$ 出现概率始终很小^[18], 两位量子比特的结果 (8) 和 (9) 式也表明了这一结果.

存在交错 DM 相互作用时 $(-1)^i D(S_i^z S_{i+1}^z - S_i^x S_{i+1}^x)$ 将 $|\phi_1\rangle$ 变成 $|\phi_4\rangle$ (这种效应类似于横向交错场, 而对于均匀 DM 相互作用项, 这种转变在对格点求和后抵消). 同时, 交错 DM 相互作用也将 $|\phi_4\rangle$ 转变为 $|\phi_1\rangle$ (数学上是转变为 $|\uparrow\uparrow\rangle$ 和 $|\downarrow\downarrow\rangle$, 但 $|\downarrow\downarrow\rangle$ 被外场所抑制, 这点由 (9) 式也可以看到). $|\phi_2\rangle$ 和 $|\phi_3\rangle$ 在能量上是不利的, 出现概率很小, 数值计算也证实了这点. 因此, 当 H 较小时, 交错 DM 相互作用使纠缠减弱, 当 H 较大时, 交错 DM 相互作用使纠缠增强. 当 H 取中间场强时, $|\phi_1\rangle$ 和 $|\phi_4\rangle$ 出现概率相差不大, 交错 DM 相互作用增强和减弱纠缠的效应将近似抵消, 故此时交错 DM 相互作用对纠缠的改变将很小, 表现为图 3 所示的各 $\alpha(1)-H$ 曲线在 $H=2$ 附近聚集. 图 3 表明, 存在交错 DM 相互作用时, 系统在强场下仍保持纠缠. 从有效场的角度看, 即便在强场下, 也存在有效均匀场和有效交错场的相互竞争, 故系统始终不能达到饱和铁磁态, 系统基态始终存在纠缠.

图 5 给出了单纠缠 τ_1 随外场 H 变化的计算结果. 交错 DM 相互作用对单纠缠的影响与对并发度的影响类似, 单纠缠在 $H=2$ 的反常也消除. 图 6 给出了 $H=2$ 时交错 DM 相互作用对最近邻并发度和单纠缠的影响, 并发度 $\alpha(1)$ 和单纠缠 τ_1 都随 D 的增大而增大, 在接近 $D=0$ 处, 两者增大非常快, 而在 D 大于约 0.05 后, 增大减慢.

无外场 ($H=0$) 时, 无论是否存在交错 DM 相互作用, 非最近邻纠缠均为零, 外加磁场可以导致不为零的非最近邻自旋纠缠. 采用纠缠范围 R (entanglement range)^[19] 反映非最近邻纠缠的特性, 其定义是两格点间纠缠不为零的最大距离. Fubini 等人^[18] 用量子 Monte Carlo 方法计算了无交错 DM 相互

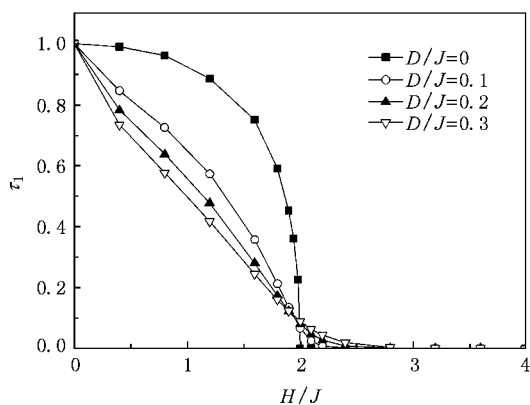
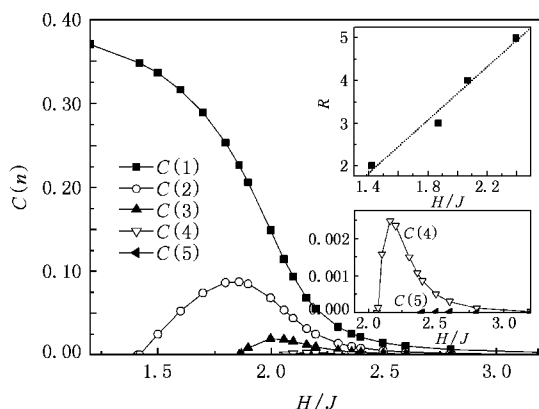
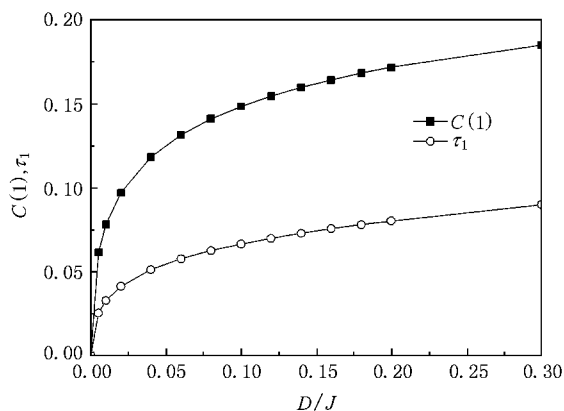
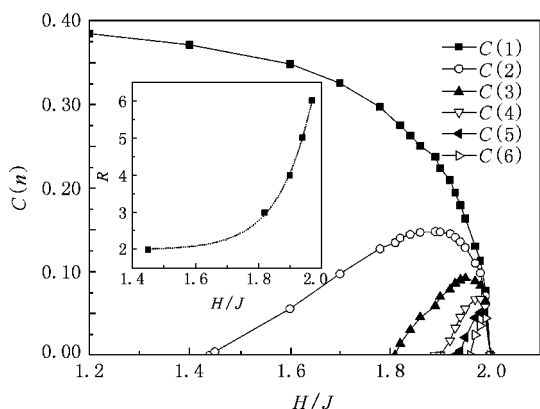


图 5 单纠缠随外场的变化

图 8 $D/J=0.1$ 时各近邻并发度随外场的变化图 6 $H/J=2$ 的纠缠随 DM 相互作用强度的变化图 7 $D/J=0$ 时各近邻并发度随外场的变化

作用的 Heisenberg 链 ($N=64$) 的非最近邻纠缠, 我们采用 DMRG 方法计算了 $N=100$ 的系统, 计算结果如图 7 所示. 计算表明, 加外场后, 无交错 DM 相互作用的 Heisenberg 链的 R 在 $H \rightarrow 2$ 时发散, 此时任意两格点自旋都将存在纠缠. R 的发散标志着因子化点 (factorizing point) 的出现, 系统基态可写为直积态.

对于各向同性的 Heisenberg 链, 因子化点恰好也是相变点, 但一般情况下, 因子化点与相变点可能不是同一点. 图 7 中的子图给出了不同 R 对应的最小外场 H , 非最近邻纠缠将在外场大于某一数值后相继出现, 这也意味着外场可作为一个“纠缠开关”^[20] 使非最近邻纠缠依次打开. 在无交错 DM 相互作用时, 我们的计算结果与 Fubini 等人^[21] 的结果一致.

交错 DM 相互作用对非最近邻纠缠的产生重要的影响. 当系统增加交错 DM 相互作用后, R 在 $H=2$ 处的发散被消除, 这一结果也反映了交错 DM 相互作用的引入消除了 $H=2$ 附近的场致量子相变. 图 8 给出了 $D=0.1$ 时各种距离的纠缠 $C(n)$ 随 H 的变化. 我们仅计算到 $C(5)$, 这是由于当 $n \geq 6$ 时, 由于计算精度和 DMRG 误差的限制, $C(n)$ 的计算变得困难. 如图 8 的子图所示, 对 R 外推, 当 $H \rightarrow \infty$ 时 $R \rightarrow \infty$, 所以当 $n \geq 6$ 时, $C(n)$ 应该是存在的 (很小但不为零). 这一结果也表明, 任意强度的交错 DM 作用将 $D=0$ 时 $H=2$ 的因子化点推到了无穷远. 同时可以看到, 交错 DM 相互作用改变了出现 $C(n)$ 对应的最小外场, 即改变了“纠缠开关”的阈值, 并使非最近邻并发度的 $C(n)-H$ 曲线的峰值减小.

5. 结论及讨论

DM 相互作用作为计入自旋轨道耦合后的修正项, 其存在将引起自旋系统发生变化. 我们对于外场作用下的一维反铁磁 Heisenberg 链的研究表明, 交错 DM 相互作用将使外磁场所导致的 XY 相到铁磁相的量子相变被消除, 量子纠缠的反常行为也同时消失. 纠缠范围的发散也被消除, 标志着因子化点消失. 这说明量子纠缠和量子相变的确存在着密切关

系,同时,外场作为一个易于实现的“纠缠开关”,可以用作调控,使系统的非最近邻纠缠逐一“打开”。然而由于交错 DM 相互作用的存在,导致系统在强场 (H 与 D 不平行)下不能达到铁磁饱和状态,从而始终保持着自旋纠缠,因此增大外场不会将最近邻纠缠和非最近邻纠缠关上。并且,在对最近邻纠缠调控过程中不会出现非解析的反常行为,这和横场下的 XXZ 链不同^[21]。尽管 XXZ 链也在强场下保持着自旋纠缠,然而,在有限外场下系统仍然可以发生场致量子相变。无交错 DM 相互作用的一维反铁磁

Heisenberg 链,一方面 $C(1)$ 的值在 $H = 2$ 附近随外场变化太快而不利于纠缠程度的调控,另一方面 R 在 $H = 2$ 附近对外场过于敏感而不利于纠缠范围的调控。加入交错 DM 相互作用可以有效地改善对纠缠调控,图 8 表明 $C(1)$ 在 $H = 2$ 附近随外场变化明显变缓,这有利于对纠缠程度的调控,图 8 的子图显示交错 DM 相互作用使得通过外场调控纠缠范围,比无交错 DM 相互作用情形要容易。

本文的部分数值计算由经修改后的 ALPS 计划^[22]的 DMRG 代码所实现。

- [1] Amico L , Fazio R , Osterloh A , Vedral V 2008 *Rev. Mod. Phys.* **80** 517
- [2] Dzyaloshinskii I 1958 *J. Phys. Chem. Solids* **4** 241
Moriya T 1960 *Phys. Rev.* **120** 91
- [3] Xi X Q , Chen W X , Liu Q , Yue R H 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3026 (in Chinese) [惠小强、陈文学、刘 起、岳瑞宏 2006 物理学报 **55** 3026]
Zhang T , Xi X Q , Yue R H 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2755 (in Chinese) [张 涛、惠小强、岳瑞宏 2004 物理学报 **53** 2755]
- [4] Wang X G 2001 *Phys. Lett. A* **281** 101
Wu K D , Zhou B , Cao W Q 2007 *Phys. Lett. A* **362** 381
Zhang G F 2007 *Phys. Rev. A* **75** 034304
- [5] Shekhtman L , Entin-Wohlman O , Aharony A 1992 *Phys. Rev. Lett.* **69** 836
- [6] Shu L , Chen Y G , Chen H 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 902 (in Chinese) [晏 蕾、陈宇光、陈 鸿 2002 物理学报 **51** 902]
- [7] Schotte U , Hoser A , Stüßler N 2000 *Solid State Communications* **113** 523
- [8] Zhao J Z , Wang X Q , Xiang T *et al* 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 2072049
- [9] Kavokin K V 2001 *Phys. Rev. B* **64** 075305
Kavokin K V 2004 *Phys. Rev. B* **69** 075302
- [10] Oshikawa M , Affleck I 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 2883
Oshikawa M , Affleck I 2002 *Phys. Rev. B* **65** 134410
- [11] Coffman V , Kundu J , Wootters W K 2000 *Phys. Rev. A* **61** 053206
- [12] Wootters W K 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 2245
- [13] Osborne T J , Nielsen M A 2002 *Phys. Rev. A* **66** 032110
- [14] Miyahara S , Fouet J B , Manmana S R *et al* 2007 *Phys. Rev. B* **75** 184402
- [15] White S R 1993 *Phys. Rev. B* **48** 10345
Schollwöck U 2005 *Rev. Mod. Phys.* **77** 259
- [16] Cabra D C , Honecker A , Pujol P 1998 *Phys. Rev. B* **58** 6241
- [17] Gu S J , Lin H Q , Li Y Q 2003 *Phys. Rev. A* **68** 042330
- [18] Fubini A , Roscilde T , Tognetti V *et al* 2006 *Eur. Phys. J. D* **38** 563
- [19] Amico L , Baroni F , Fubini A *et al* 2006 *Phys. Rev. A* **74** 022322
- [20] Osterloh A , Amico L , Falcì G , Fazio R 2002 *Nature* **416** 608
- [21] Roscilde T , Verrucchi P , Fubini A *et al* 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 167203
- [22] Alet F , Alet F , Dayal P , Grzesik A 2005 *J. Phys. Soc. Jpn. Suppl.* **74** 30
Albuquerque A F , Albuquerque A F , Alet F , Corboz P 2007 *J. Magn. Magn. Mater.* **310** 1187

Effects of the staggered Dzyaloshinskii-Moriya interaction on entanglement in antiferromagnetic Heisenberg chain^{*}

Cai Zhuo Lu Wen-Bin Liu Yong-Jun[†]

(*School of Physics Science and Technology, Yangzhou University, Yangzhou 225002, China*)

(Received 5 March 2008 ; revised manuscript received 25 March 2008)

Abstract

By using the density-matrix renormalization group method, the spin entanglement in the antiferromagnetic Heisenberg chain with the staggered Dzyaloshinskii-Moriya (DM) interactions is investigated. It is found that the staggered DM interactions remove the field-induced second order quantum phase transition of the system at the magnitude of magnetic field $H = 2$, and lead to the vanishing of the anomalous behavior of quantum entanglement. Also, the staggered DM interactions eliminate the divergence of entanglement range. It means the disappearance of the factorizing point in the model studied. Due to the presence of the staggered DM interactions, the system will never come to the state of saturated ferromagnetism under finite magnetic fields, thus maintaining the spin entanglement. The staggered DM interactions favor the tuning of the strength and range of spin entanglement.

Keywords : Dzyaloshinskii-Moriya interaction, quantum entanglement, quantum phase transition, entanglement range

PACC : 7510J, 7540M, 0365

^{*} Project supported by the Natural Science Foundation of the Jiangsu Higher Education Institutions of China (Grant No. 05KJB14047).

[†] E-mail : yjliu@yzu.edu.cn