

交通流双车跟驰模型与数值仿真*

彭光含^{1)†} 孙棣华¹⁾ 何恒攀¹⁾

1) 重庆大学自动化学院, 重庆 400030)

2) 湖南文理学院物理与电子科学学院, 常德 415000)

(2008 年 5 月 3 日收到, 2008 年 7 月 17 日收到修改稿)

基于全速度差(FVD)模型, 考虑双前车信息的影响, 提出了交通流双车跟驰模型. 通过线性稳定性分析, 得到了改进模型的稳定性条件. 与 FVD 模型对比研究表明, 改进模型的稳定区域有明显增加. 数值模拟结果表明, 改进模型通过调节次近邻前车信息, 可以避免 FVD 模型中因为反应系数较小时出现负速度的缺陷. 同时也表明次近邻前车对交通流存在不可忽视的影响.

关键词: 交通流, 双车跟驰模型, 模拟

PACC: 0550, 0520, 6470

1. 引 言

随着我国经济建设的不断发展, 交通运输业, 特别是公路交通运输得到了长足发展. 但是, 交通需求量的增加速度远远大于道路基础设施的建设速度, 交通需求量的增加与交通建设的相对滞后已经构成非常突出的矛盾, 交通拥堵问题已成为当前亟待解决的重要问题. 因此, 在现有的交通资源下有效地抑制交通拥堵, 提高交通流稳定性, 已成为目前交通流研究的重要课题之一.

本文将从经典的车辆跟驰模型出发, 考虑双前车信息对跟驰车的影响, 得到一个微观双车跟驰模型. 对模型的稳定性分析表明, 改进模型提高了车流稳定性. 同时对该模型进行了数值模拟, 验证了模型的合理性.

2. 双车跟驰模型

车辆跟驰模型经过几十年的发展, 提出了多种描述形式, 其中 Bando 等^[1]提出的优化速度(OV)模型是一个简单且被广泛应用的车辆跟驰模型. 国内外学者利用 OV 模型做了一系列研究^[2-18]. 文献 [2-7] 的 OV 扩展模型利用其他车辆的位置信息建

立交通流模型, 以提高交通流稳定性. 文献 [8] 考虑了前车与本车负速度差作用, 提出了广义力(GF)模型. 文献 [9] 在 GF 模型的基础上, 提出了全速度差(FVD)模型, 该模型充分考虑了前后车距离、前后车速度差对后车加速度的影响, 克服了车流倒退等情况, 并增强了致稳作用. 文献 [10-17] 讨论了相对运动速度在交通流中的稳定作用. 以上研究均是考虑多个车辆的位置信息或邻近车辆的速度信息以提高交通流的稳定性, 从而抑制交通流堵塞的形成. 文献 [18] 研究了多车信息对交通流稳定性的影响. 本文借助智能交通系统, 驾驶员可以获得非邻近车辆的位置和速度信息, 考虑两辆前导车信息对跟驰车辆的影响, 提出了 FVD 模型的扩展模型——双车跟驰(TCF)模型.

1995 年 Bando 等^[1]提出了 OV 模型, 其微分方程为

$$\frac{dv_n(t)}{dt} = a [V(\Delta x_n) - v_n(t)], \quad (1)$$

式中 a 为对前车的敏感系数, 车距 $\Delta x_n = x_{n+1} - x_n$, $x_n(t)$ 和 $x_{n+1}(t)$ 分别为跟驰车和头车的位置, $V(\Delta x_n)$ 为最佳速度.

1998 年, Helbing 和 Tilch^[8] 根据实测数据对 OV 模型参数进行了辨识, 并发现 OV 模型存在过高加

* 国家高技术研究发展计划(批准号: 511-0910-1031)和国家“十五”科技攻关计划(批准号: 2002BA404A07)资助的课题.

† E-mail: pengguanghan@yahoo.com.cn

速度和不切实际的减速度问题,提出了 GF 模型,其微分方程描述如下:

$$\frac{dv_n(t)}{dt} = a [\mathcal{V}(\Delta x_n) - v_n(t)] + \lambda \Delta v_n H(-\Delta v_n), \quad (2)$$

式中 Δv_n 为相对车速, $\Delta v_n = v_{n+1} - v_n$, $H(-\Delta v_n)$ 为 Heaviside 函数, λ 为对前车相对速度的反应系数.

Helbing 和 Tilch^[8]对 OV 模型用实测数据进行参数辨识得到如下 OV 函数:

$$\mathcal{V}(\Delta x_n) = V_1 + V_2 \tanh[C_1(\Delta x_n - l_c) - C_2], \quad (3)$$

式中 l_c 为车辆长度, V_1, V_2, C_1 和 C_2 为辨识参数. 本文计算中取值如下: $l_c = 5 \text{ m}$, $V_1 = 6.75 \text{ m/s}$, $V_2 = 7.91 \text{ m/s}$, $C_1 = 0.13 \text{ m}^{-1}$, $C_2 = 1.57$.

GF 模型仅仅考虑负速度差对车辆动力学的影响. Treiber 等^[19]指出,当前车比跟驰车快得多时,尽管车头间距小于安全距离,跟驰车也不会减速.这一现象用 OV 模型和 GF 模型都无法解释.因此,2001 年,姜锐等^[9]提出了 FVD 模型,其微分方程描述如下:

$$\frac{dv_n(t)}{dt} = a [\mathcal{V}(\Delta x_n) - v_n(t)] + \lambda \Delta v_n. \quad (4)$$

FVD 模型能够成功地预测堵塞情况下车辆启动的延迟时间和车辆启动波速度.

Herman 等^[20]在实测中观察到行驶中的驾驶员不仅关注邻近前车行驶信息的变化,而且还注意到次邻近车辆行驶状态的改变对行车的影响.这说明,最邻近车辆和次邻近车辆行驶状态会不同程度地影响驾驶员的驾驶行为. Helbing^[21]指出:如果驾驶员观测到次邻近前车减速,驾驶员就意识到最邻近车辆将减速,即使他的车间距还很大,他也会通过期望速度使其减小,如果驾驶员观测到次邻近前车加速,他就意识到最邻近前车也将加速,即使车间距还很小,驾驶员也会期望增加速度.但是驾驶员对最邻近前车和次邻近前车信息变化关注程度是不一样的,具有随意性,因此,可以利用参数 p 来描述驾驶员对次邻近前车的关注程度.从车流变化看,由于前方车流密度的变化,最邻近车辆和次邻近车辆就具有不确定程度的影响,也就是车流变化不仅通过最邻近车辆的调节,而且还通过次邻近车辆的调节,特别是在车辆密集的情况下这种自适应调整过程尤为突出.

由以上分析可知,考虑双前导车信息可以预先

获得前面双车信息的变化,使跟驰车辆的驾驶员提前加速或减速,从而缩短了延迟时间.这样就可以避免驾驶员频繁地加速和减速,从而增强车流的稳定性,同时还能减少能耗.因此,在 FVD 模型基础上,考虑两辆前车信息,提出如下的 TCF 模型:

$$\frac{dv_n(t)}{dt} = a [\mathcal{V}(\Delta x_n, \Delta x_{n+1}) - v_n(t)] + \lambda \mathcal{G}(\Delta v_n, \Delta v_{n+1}). \quad (5)$$

这里

$$\mathcal{V}(\Delta x_n, \Delta x_{n+1}) = (1-p)\mathcal{V}(\Delta x_n) + p\mathcal{V}(\Delta x_{n+1}), \quad (6)$$

$$\mathcal{G}(\Delta v_n, \Delta v_{n+1}) = (1-p)\Delta v_n + p\Delta v_{n+1}, \quad (7)$$

式中 $0 \leq p < 0.5$, 表示驾驶员对次邻近前车关注的程度.当 $p = 0$ 时,也就是只考虑最邻近前车信息对跟驰车的影响,即退化为 FVD 模型, FVD 模型是上述模型的特殊情况.

3. 运动延迟时间和启动波速

首先讨论 TCF 模型能否像 FVD 模型那样有效地预测车辆运动延迟时间和启动波速. Bando 等^[22]指出,实际观测到的车辆运动延迟时间 δt 在 1 s 左右; Del Castillo 和 Benitez^[23]指出,车辆启动波速 c_j 的范围为 17—23 km/h. 我们应用 TCF 模型模拟了静止车队的启动过程.在 $t < 0$ 时,交通信号为红灯,所有车辆(除头车外)的车头距均为 7.4 m,速度为 $\mathcal{V}(7.4) = 0$. 在 $t = 0$ 时,红灯转为绿灯,车辆开始启动.模拟中可以得到车辆运动延迟时间 δt , 由此还可以计算出车辆启动波速 $c_j = 7.4/\delta t$. 不失一般性,我们选取 $\lambda = 0.5$, 利用文献 [8] 对实测数据进行参数辨识得到的 OV 函数关系进行模拟,模拟结果如图 1 所示.从图 1 可以得到运动延迟时间 δt . 表 1 列出了 FVD 模型和 TCF 模型各自的运动延迟时间和启动波速.由表 1 可知,利用 TCF 模型预测的车辆运动延迟时间和启动波速与 FVD 模型预测值非常接近,并且是两个模型中最准确的.这表明我们对模型的改进是合理的.

下面讨论 TCF 模型是否会造成过高的加速度.图 2 给出了车辆启动过程中头车和第一辆跟驰车的加速度随时间的变化.对于头车,在任何时候它的相对速度均为零,因此在两个模型中,头车的运动情况是一样的,差别在于其后跟随车辆的反应.从图 2 可以看出,TCF 模型下的加速度最大值不大于 FVD 模

型下的加速度最大值.

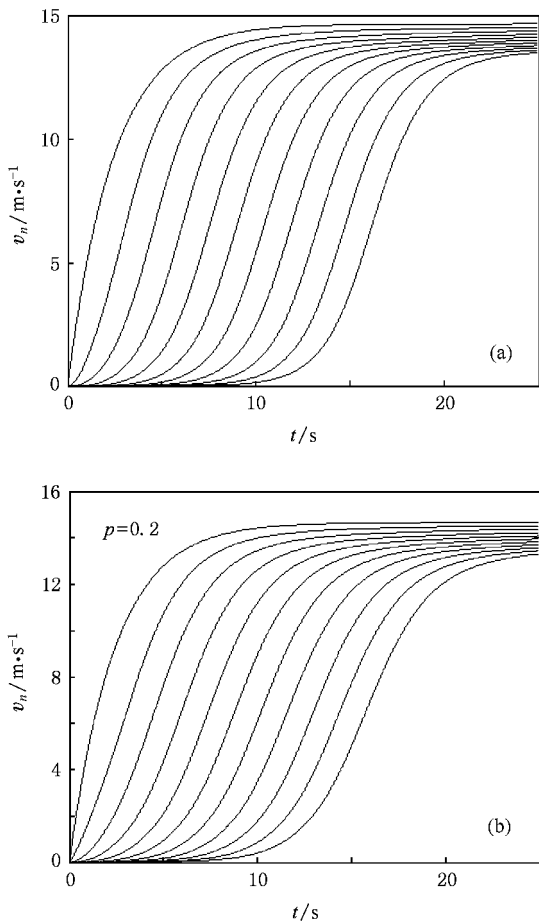


图 1 两种模型的静止车队启动模拟结果 (a) FVD 模型, (b) TCF 模型

表 1 不同模型下的车辆运动延迟时间及启动波速

| 模型 | a/s^{-1} | λ | $\delta t/s$ | $c_j/km \cdot h^{-1}$ |
|-----|------------|-----------|--------------|-----------------------|
| FVD | 0.41 | 0.5 | 1.4 | 19.03 |
| TCF | 0.41 | 0.5 | 1.3 | 20.49 |

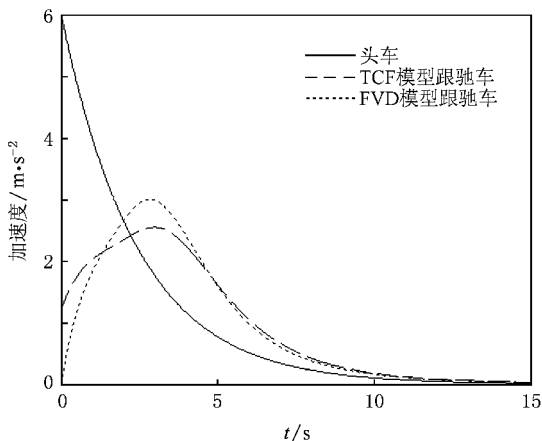


图 2 静止车队启动时头车与第一辆跟驰车的加速度随时间变化

4. 线性稳定性条件

假设给定初始状态为稳态, 车辆的车头间距均为 $b = L/N$, 对应的优化速度为 $V(b)$. 此时, 稳态交通流的车辆位置 $x_n^0(t)$ 可表示为

$$x_n^0(t) = bn + V(b)t. \tag{8}$$

(8) 式加一扰动 $y_n(t) = e^{i(kn + zt)}$ 后可得

$$x_n(t) = x_n^0(t) + y_n(t). \tag{9}$$

将方程 (5) 线性化, 可以得到

$$y_n''(t) = \alpha(1-p)[V'(b)\Delta y_n - y_n'(t)] + \alpha p[V'(b)\Delta y_{n+1} - y_n'(t)] + \lambda(1-p)\Delta y_n' + \lambda p\Delta y_{n+1}', \tag{10}$$

式中

$$V'(b) = \left. \frac{dV(\Delta x_n)}{d\Delta x_n} \right|_{\Delta x_n = b}$$

将方程 (10) 的 y_n 按傅里叶级数展开可得

$$z^2 + (a - \lambda((1-p)\chi(e^{ik}) - 1) + p(e^{2ik} - e^{ik}))z - aV'(b)\chi((1-p)\chi(e^{ik}) - 1) + p(e^{2ik} - e^{ik})) = 0. \tag{11}$$

将参数 z 展开为

$$z = z_1(ik) + z_2(ik)^2 + \dots, \tag{12}$$

式中

$$z_1 = V'(b), \tag{13}$$

$$z_2 = \frac{\alpha(1+2p) + 2\lambda V'(b) - (V'(b))^2}{2a}.$$

如果 z_2 为负, 则初始均匀的稳定流将会变得不稳定, 反之将保持原有的稳定流状态不变. 因此, 可得到如下临界稳定条件:

$$V'(b) = \frac{a}{2}(1+2p) + \lambda. \tag{14}$$

当车头间距满足如下关系时系统将处于稳定状态:

$$V'(b) < \frac{a}{2}(1+2p) + \lambda. \tag{15}$$

当 $p = 0$ 时, 得到与文献 [9] 一致的 FVD 模型稳定条件

$$V(b) < \frac{a}{2} + \lambda. \tag{16}$$

当稳定性条件 (15) 式得到满足时加入小干扰的交通流是稳定的, 反之则交通流会演变成走走停停的交通拥堵状态. 和 FVD 模型的稳定条件 (16) 式比较后发现, 改进的模型通过引入次邻近车辆对跟驰车的影响, 在 $\frac{a}{2} + \lambda < V(b) < \frac{a}{2}(1+2p) + \lambda$ 区

域进一步稳定了交通流.这说明本文所作的改进对交通流有进一步的致稳作用,充分显示了改进的重要意义.

选取模型参数 $\lambda = 0.5$,图 3 给出了当 $p = 0$ (FVD) 0.2 0.3 时改进模型的临界稳定曲线,临界曲线以上是稳定区域,临界曲线以下是不稳定区域.从图 3 中可以更直观地得到与模型进行线性稳定性分析一致的结论.从图 3 还可以看出,随着 p 值的增大,稳定区域也随之增大,说明关注次邻近车辆增强了车流的稳定性.

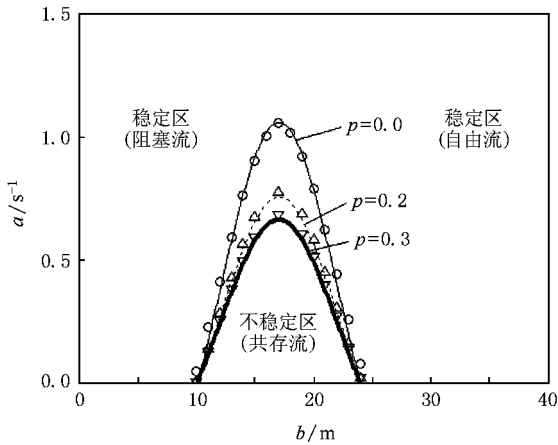


图 3 不同 p 值下的车头间距与敏感系数的临界曲线

5. 数值模拟

为了与 FVD 模型的结果进行比较,数值模拟采用文献 [8] 对 OV 模型用实测数据进行参数辨识得到的 OV 函数 (3) 式.

取道路长度 $L = 1500$,有 $N = 100$ 辆车以相同的车头间距均匀地分布,该初始条件与 FVD 模型一样,使用周期边界条件,在车流稳定时给头车施加一个小扰动,即

$$x_N(0) = x_N^{(0)}(0) + 1, \tag{17}$$

$$x_n(0) = x_n^{(0)}(0) \quad (n \neq N),$$

$$\dot{x}_n(0) = V(L/N). \tag{18}$$

选取参数 $a = 0.41 \text{ s}^{-1}$, $b = L/N$.

图 4—图 7 所示为不同 p 值情况下的所有车辆速度分布的数值模拟结果.

从图 4 和图 5 的模拟结果可以发现,初始的小扰动引起车辆的速度在 $0 - V_{\max}$ 之间波动.从图 4 可知,随着 p 值的增大,车辆速度波动变小,速度波动

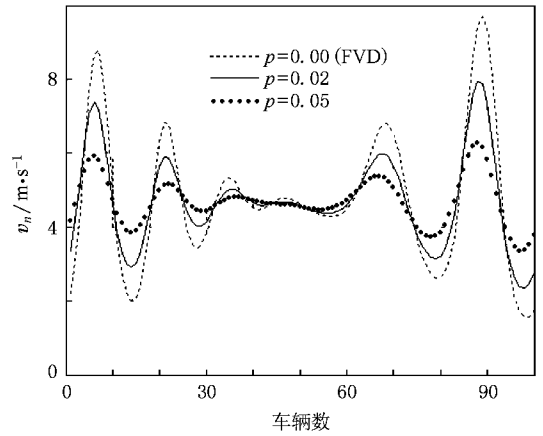


图 4 当 $\lambda = 0.5$, $t = 300 \text{ s}$ 时车辆速度分布

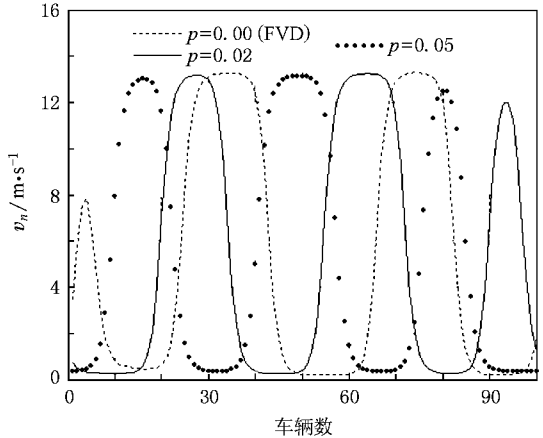


图 5 当 $\lambda = 0.5$, $t = 1000 \text{ s}$ 时车辆速度分布

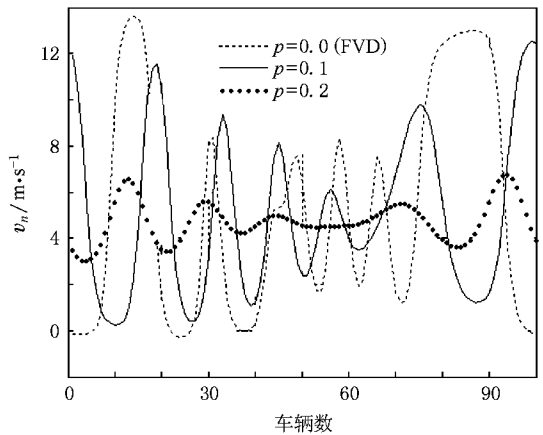


图 6 当 $\lambda = 0.4$, $t = 300 \text{ s}$ 时车辆速度分布

小可缓解道路的阻塞.但当时步 t 变大以后, FVD 和 TCF 两种模型的车辆速度波动几乎一致,道路上出现了交通拥堵流.此外,我们通过大量模拟得到,当 $\lambda < 0.5$ 时 FVD 模型中出现不实际的负速度现象

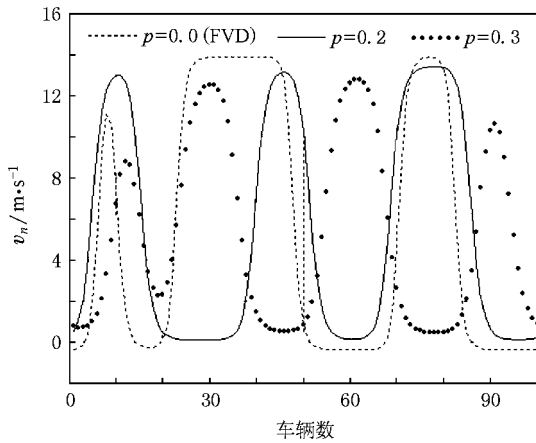


图 7 当 $\lambda = 0.4$, $t = 1000$ s 时车辆速度分布

(如图 6 和图 7 中 $p = 0$ 时的速度分布曲线所示), 通过调节 p 值可以避免这个不合理的交通现象(如图 6 和图 7 中 $p \neq 0$ 时的速度分布曲线所示). 这证实了 TCF 模型中所做的改进是正确和合理的, 也是必要的.

图 8 是 $\lambda = 0.4$ 时不同 p 值情况下的相空间(车头距-速度空间)迟滞环. 从图 8 可以看出: 当 $p = 0$ (FVD) 时, 迟滞环出现了负速度情况, 如图 8 中的 G 点, 说明 FVD 模型不适用低反应系数. 改变 p 值, 可以得到不同大小的环, 从而避免了负速度现象. 因此可以通过调节 p 值避免 FVD 模型中负速度的现象. 当 $\lambda = 0.6$, $p = 0.3$ 时, 条件(15)式得以满

足, 均匀车流是稳定的, 不会产生迟滞环, 这时在相图上只存在一个 H 点.

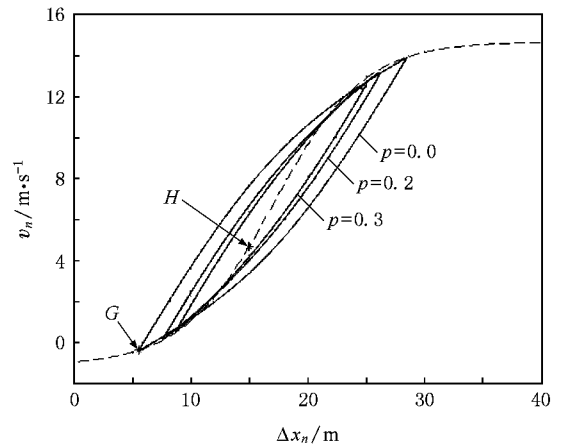


图 8 不同 p 值下 TCF 模型的迟滞环

6. 结 论

本文从 FVD 跟驰模型出发, 考虑双前车信息对交通流波动传播特性的影响, 提出一种改进的 FVD 扩展模型, 得到了该模型的线性稳定判别条件. 模型分析和仿真结果表明, 改进模型进一步扩大了稳定区域. 通过关注次邻近前车信息, 可以避免 FVD 模型在低反应系数 λ 出现的负速度现象. 同时, 仿真结果也表明次邻近前车信息对交通流传播特性和交通流的稳定性存在不可忽视的影响.

[1] Bando M, Hasebe K, Nakayama A, Shibata A, Sugiyama Y 1995 *Phys. Rev. E* **51** 1035
 [2] Hayakawa H, Nakanishi K 1998 *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **130** 57
 [3] Nagatani T 1999 *Phys. Rev. E* **60** 6395
 [4] Lenz H, Wagner C K 1999 *Eur. Phys. J. B* **7** 331
 [5] Ge H X, Dai S Q, Dong L Y, Xue Y 2004 *Phys. Rev. E* **70** 066134
 [6] Christoph W 1998 *Physica A* **260** 218
 [7] Hasebe K, Nakayama A, Sugiyama Y 2003 *Phys. Rev. E* **68** 026102
 [8] Helbing D, Tilch B 1998 *Phys. Rev. E* **58** 133
 [9] Jiang R, Wu Q S, Zhu Z J 2001 *Phys. Rev. E* **64** 017101
 [10] Xue Y 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2750 (in Chinese) [薛 郁 2003 物理学报 **52** 2750]
 [11] Xue Y, Dong L Y, Yuan Y W, Dai S Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 492 (in Chinese) [薛 郁、董 磊、袁 以武、戴世强 2002 物理学报 **51** 492]

[12] Xue Y 2002 *Chin. Phys.* **11** 1128
 [13] Tang T Q, Huang H J, Gao Z Y 2005 *Phys. Rev. E* **72** 066124
 [14] Wang T, Gao Z Y, Zhao X M 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 634 (in Chinese) [王 涛、高自友、赵小梅 2006 物理学报 **55** 634]
 [15] Li L, Shi P F 2005 *Chin. Phys.* **14** 576
 [16] Zhao X M, Gao Z Y 2005 *Eur. Phys. J. B* **47** 145
 [17] Li Z P, Liu Y C 2006 *Chin. Phys.* **15** 1570
 [18] Xie D F, Gao Z Y, Zhao X M 2008 *Commun. Comput. Phys.* **3** 899
 [19] Treiber M, Hennecke A, Helbing D 1999 *Phys. Rev. E* **59** 239
 [20] Herman R, Montroll E W, Potts R B, Rothery R W 1959 *Opns. Res.* **7** 86
 [21] Helbing D 2001 *Rev. Mod. Phys.* **73** 1076
 [22] Bando M, Hasebe K, Nakanishi K, Nakayama A 1998 *Phys. Rev. E* **58** 5429
 [23] Del Castillo J M, Benitez F G 1995 *Transp. Res. B* **29** 373

Two-car following model of traffic flow and numerical simulation^{*}

Peng Guang-Han^{1,2,†} Sun Di-Hua¹⁾ He Heng-Pan¹⁾

¹ *College of Automation, Chongqing University, Chongqing 400030, China*

² *College of Physics and Electronic Science, Hunan University of Arts and Science, Changde 415000, China*

(Received 3 May 2008 ; revised manuscript received 17 July 2008)

Abstract

Based on the full velocity difference (FVD) model , with the consideration of the effect of information about the two leading cars to the following car , an improved two-car following model of traffic flow has been deduced . The linear stable judging condition is obtained to the improved model by its stability analysis , which shows the stability range of the improved model is obviously larger than FVD model by comparing them . Numerical simulation shows that our model can avoid the disadvantage of negative velocity occurring at small reaction coefficient in FVD model by adjusting the information of the next-nearest-neighbor leading car . And there is unavoidable effect to traffic flow from the next-nearest-neighbor leading car 's information .

Keywords : traffic flow , two cars following model , simulation

PACC : 0550 , 0520 , 6470

^{*} Project supported by the National High Technology Development Program of China (Grant No. 511-0910-1031) and the National Key Science and Technology Program for " 10th Five-Year " Plan of China (Grant No. 2002BA404A07).

[†] E-mail : pengguanghan@yahoo.com.cn