

# Ku 波段球体目标系的电磁复合散射研究\*

李应乐<sup>1)†</sup> 黄际英<sup>2)</sup> 王明军<sup>1)</sup>

1) 咸阳师范学院电波传播与散射研究所, 咸阳 712000)

2) 西安电子科技大学理学院, 西安 710071)

(2008 年 2 月 4 日收到, 2008 年 8 月 20 日收到修改稿)

研究了球形目标之间的电磁相互作用, 得到了目标二次散射场的表达式, 给出了目标的复合散射场以及双站复合散射截面, 并在 Ku 波段进行了数值仿真. 结果表明: 目标的尺寸对前向散射和后向散射均有较大的影响, 周围目标的影响呈现出一定的周期性. 二次散射随着目标间距的增大而减小, 周围目标离前向散射方向越近, 对前向散射的影响也越大. 目标的二次散射场与一次散射场强度之比在  $10^{-4}$  数量级以上. 在研究多粒子的相互影响时, 周围的粒子可近似看作尺寸一定的粒子. 利用所得结果以及坐标变换可以研究三维体系内粒子间的电磁相互作用.

关键词: 散射截面, 二次电磁散射, 电磁相互作用

PACC: 4110H, 4225F, 4262

## 1. 引 言

目标的散射截面是描述目标电磁散射特性一个十分重要的参量, 也是雷达目标探测等领域中最为基本的参量, 因而受到国内外学者及工程技术人员普遍关注<sup>[1-5]</sup>. 早在雷达出现之前, 人们就已经求出了在单色平面波照射下自由空间中几种典型的孤立目标(如导体球、介质球、多层介质球、无限长圆柱体、椭圆柱体、椭球体)的雷达散射截面. 利用数值方法以及现代电磁理论研究了复杂的孤立目标散射特性<sup>[6-11]</sup>. 实际上, 电磁孤立目标是一种理想情况, 目标与环境之间总存在着复杂的电磁相互作用. 文献[12-17]利用矩量法及其他混合算法研究了目标与粗糙面之间的电磁相互作用, 所得结果受目标尺寸的限制. 研究目标的复合散射的解析特性具有理论意义, 而且在复杂电磁环境中电磁波的传播与目标散射等领域具有工程应用价值. 本文在前人工作的基础上, 研究了任意的球体目标相距一定距离时的二次散射场表达式, 得到了包含电磁相互作用的双站复合散射截面, 并就目标间距、目标尺寸以及频率等因素对复合散射特性的影响作了仿真, 为目标复合散射特性研究、电磁兼容以及通信信道多径效应理论建模进行了有益的理论探讨.

## 2. 球形目标之间的电磁相互作用

设两球形目标的半径分别为  $R_1$  和  $R_2$ , 它们在空间的相对位置如图 1 所示, 球心间距为  $d$ , 目标 2 的球心位于  $z-y$  平面内, 与  $z$  轴的夹角为  $\theta_0$ , 两坐标系分别称为  $\Sigma$  和  $\Sigma'$ , 它们的坐标轴互相平行. 由此可得

$$r' = (r^2 + d^2 - 2rd\cos\gamma)^{1/2} \approx d - r\cos\gamma \quad (d \gg r), \quad (1)$$

$$\cos\gamma = \sin\theta\sin\theta_0\sin\varphi + \cos\theta\cos\theta_0;$$

$$\cos\theta' = (r\cos\theta - d\cos\theta_0)/r',$$

$$\sin\theta' = (1 - \cos^2\theta')^{1/2}, \quad (2)$$

$$\sin\phi' = (r\sin\theta\sin\phi - d\sin\theta_0)/(r'\sin\theta'),$$

$$\cos\phi' = (r\sin\theta\cos\phi)/(r'\sin\theta'),$$

式中  $r$  为观察点到目标 1 的球心的距离. (1)(2) 式表明, 坐标系  $\Sigma'$  中的所有坐标参数都可以用坐标系  $\Sigma$  中的坐标参数加以表示. 因此, 当振幅为  $E_0$  的平面电磁波入射时, 将(1)(2)式代入目标 2 的散射场表达式<sup>[1,2]</sup>就可得到下列投射到目标 1 的散射场近似表达式:

$$\begin{aligned} E_x &= E_x' = E_{s0} \exp(jkr\cos\gamma), \\ E_y &= E_y' = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

\* 国家自然科学基金(批准号 60741003)资助的课题.

† E-mail: liyinglexidian@yahoo.com.cn

式中

$$E_{s_0} = \frac{jE_0 \exp(-jkd)}{kd} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \times \left[ c_{2n} \frac{P_n^1(-\cos\theta_0)}{\sin\theta_0} - d_{2n} \frac{dP_n^1(-\cos\theta)}{d\theta} \right]_{\theta=\theta_0}.$$

这里系数  $c_{2n}$ ,  $d_{2n}$  中的下标 2 表示在目标 2 上. 以上的目标是以导体为例, 如果用非导体球作为目标, 只要将其中的系数加以改变即可. (3) 式也可用于研究雨滴之间、沙尘粒子之间以及空间飞行器之间的电磁散射. 由于(3)式是在  $d \gg r$  的条件下得到的, 所以不宜将该式用于研究近距离目标间的电磁相互作用.

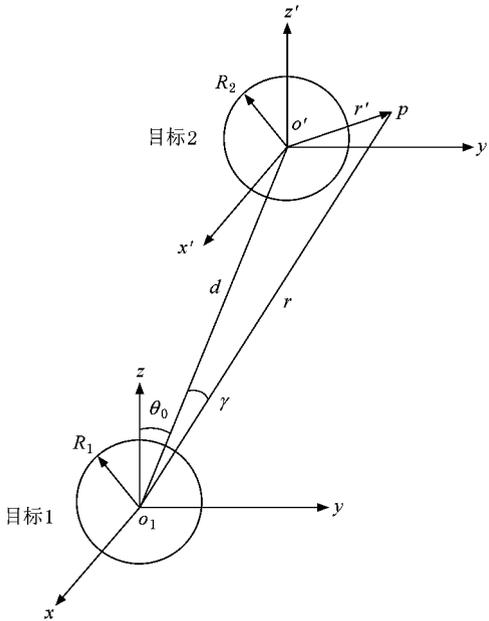


图 1 球体目标分布示意图

由(3)式可知, 投射到目标 1 上的散射场为沿  $x$  极化的平面电磁波, 振幅为  $E_{s_0}$ . 我们将  $z$  轴绕  $x$  轴旋转  $\theta_0$ , 形成一新的坐标系  $\Sigma'$ , 在此坐标系中的位置参数变为  $r'$ ,  $\gamma$ ,  $\varphi''$ . 投射到目标 1 上的波为沿  $x'$  方向极化并沿  $z'$  方向传播的平面电磁波. 由文献[4]可得目标 1 的二次散射场为

$$E''_{\theta_s} = \frac{-jE_{s_0} \exp(-jkr)}{kr} \times \cos\varphi'' \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} \times \left[ c_{1n} \frac{dP_n^1(\cos\gamma)}{d\gamma} + d_{1n} \frac{P_n^1(\cos\gamma)}{\sin\gamma} \right]$$

$$E''_{\varphi_s} = \frac{jE_{s_0} \exp(-jkr)}{kr}$$

$$\times \sin\varphi'' \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} \times \left[ c_{1n} \frac{P_n^1(\cos\gamma)}{\sin\gamma} + d_{1n} \frac{dP_n^1(\cos\gamma)}{d\gamma} \right]. \quad (4)$$

这里系数  $c_{1n}$ ,  $d_{1n}$  中的下标 1 表示在目标 1 上. 只要变换(4)式中的系数, 所得结果对于其他球体目标也适用. (4)式是在坐标系  $\Sigma''$  中目标 1 的二次散射场的表达式.

下面求解在坐标系  $\Sigma$  中散射场的表达式. 容易求得坐标系  $\Sigma$  与坐标系  $\Sigma''$  之间的矢量关系为

$$V'' = TV, \quad (5)$$

式中

$$V = [v_x \ v_y \ v_z]^T,$$

$$V'' = [v''_x \ v''_y \ v''_z]^T,$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_0 & -\sin\theta_0 \\ 0 & \sin\theta_0 & \cos\theta_0 \end{bmatrix}.$$

利用(5)式可得两坐标系之间的三角函数关系为

$$\cos\gamma = \cos\theta \cos\theta_0 + \sin\theta \sin\varphi \sin\theta_0,$$

$$\sin\gamma = (1 - \cos^2\gamma)^{1/2},$$

$$\sin\varphi'' = (\sin\theta \sin\varphi \cos\theta_0 - \cos\theta \sin\theta_0) / \sin\gamma,$$

$$\cos\varphi'' = \sin\theta \cos\varphi / \sin\gamma. \quad (6)$$

利用(4)~(6)式以及球坐标矢量与直角坐标矢量的变换关系可得目标 1 的二次散射场为

$$E = P^{-1} T^{-1} P' E'' = ME'', \quad (7a)$$

式中

$$E = [E_{2rs} \ E_{2\theta_s} \ E_{2\varphi_s}]^T,$$

$$E'' = [0 \ E''_{\theta_s} \ E''_{\varphi_s}]^T,$$

$$P = \begin{bmatrix} \sin\theta \cos\phi & \cos\theta \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\theta \sin\phi & \sin\phi \cos\theta & \cos\phi \\ \cos\theta & -\sin\theta & 0 \end{bmatrix},$$

$$P' = \begin{bmatrix} \sin\gamma'' \cos\phi'' & \cos\gamma'' \cos\phi'' & -\sin\phi'' \\ \sin\gamma'' \sin\phi'' & \sin\phi'' \cos\gamma'' & \cos\phi'' \\ \cos\gamma'' & -\sin\gamma'' & 0 \end{bmatrix}.$$

为了方便起见, 我们给出由(7a)式所得散射场的具体表达式, 即

$$E_{2\theta_s} = m_{22} E''_{\theta_s} + m_{23} E''_{\varphi_s},$$

$$E_{2\varphi_s} = m_{32} E''_{\theta_s} + m_{33} E''_{\varphi_s}, \quad (7b)$$

式中

$$m_{22} = \sin\theta \cos\gamma \sin\varphi'' \sin\theta_0 + \sin\theta \sin\gamma \cos\theta_0$$

$$+ \sin\varphi \cos\gamma \sin\varphi'' \cos\theta_0 \cos\theta$$

$$- \cos\theta \sin\gamma \sin\varphi \sin\theta_0$$

$$\begin{aligned}
 & + \cos\theta \cos\gamma \cos\varphi'' \cos\theta, \\
 m_{23} & = \sin\theta \cos\varphi'' \sin\theta_0 - \cos\theta \cos\varphi \sin\varphi'' \\
 & + \sin\varphi \cos\varphi'' \cos\theta_0 \cos\theta, \\
 m_{32} & = -\sin\varphi \cos\varphi'' \cos\gamma + \cos\theta_0 \cos\varphi \cos\gamma \sin\varphi'' \\
 & - \cos\varphi \sin\theta_0 \sin\gamma, \\
 m_{33} & = \sin\varphi \sin\varphi'' + \cos\theta_0 \cos\varphi \cos\varphi''.
 \end{aligned}$$

显然,当旋转角  $\theta_0 = 0$  时,有

$$\begin{aligned}
 \cos\gamma & = \cos\theta, \\
 \sin\gamma & = \sin\theta, \\
 \sin\varphi'' & = \sin\varphi, \\
 \cos\varphi'' & = \cos\varphi, \\
 m_{22} & = 1, \\
 m_{23} & = 0, \\
 m_{32} & = 0, \\
 m_{33} & = 1.
 \end{aligned}$$

此时

$$\begin{aligned}
 E_{2\theta_s} & = E''_{\theta_s}, \\
 E_{2\varphi_s} & = E''_{\varphi_s}.
 \end{aligned}$$

这表明变换的正确性.

目标的双站散射截面定义为<sup>[6]</sup>散射场振幅的平方乘以  $4\pi$ ,即

$$\sigma_{bi} = 4\pi |f(\mathbf{i}, \mathbf{o})|^2, \quad (8)$$

式中  $\mathbf{i}$  为入射波传播方向的单位矢量,  $\mathbf{o}$  为散射方向的单位矢量. 由文献 [7] 可知,目标 1 的一次散射场的表达式为

$$\begin{aligned}
 E_{1\theta_s} & = \frac{-jE_0 \exp(-jkr)}{kr} \\
 & \times \cos\varphi \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} \\
 & \times \left[ c_{1n} \frac{dP_n^1(\cos\theta)}{d\theta} + d_{1n} \frac{P_n^1(\cos\theta)}{\sin\theta} \right], \\
 E_{1\varphi_s} & = \frac{jE_0 \exp(-jkr)}{kr} \\
 & \times \sin\varphi \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} \\
 & \times \left[ c_{1n} \frac{P_n^1(\cos\theta)}{\sin\theta} + d_{1n} \frac{dP_n^1(\cos\theta)}{d\theta} \right].
 \end{aligned} \quad (9a)$$

因此,考虑目标 2 的电磁影响后,目标 1 的总散射场为

$$\begin{aligned}
 E_{\theta_s} & = E_{1\theta_s} + E_{2\theta_s}, \\
 E_{\varphi_s} & = E_{1\varphi_s} + E_{2\varphi_s}.
 \end{aligned} \quad (9b)$$

由(9b)式就可得到目标 1 的散射振幅  $f(\mathbf{i}, \mathbf{o})$ , 将此散射振幅  $f(\mathbf{i}, \mathbf{o})$  代入(8)式可得目标 1 的双站

散射截面.

目标 1 的二次散射场大小与一次散射场大小之比随目标半径变化的部分仿真结果如图 2—图 5 所示,仿真时所用参数为  $d = 16 \text{ m}$ ,  $\theta_0 = \pi/12$ . 图 2 和图 3 分别是频率为 14 和 12.5 GHz 前向散射时目标尺寸对二次散射的影响. 由此可以看出:目标 1 的尺寸对前向二次散射有较大的影响,这是由于在入射场一定的情况下随着目标 1 尺寸的增大,目标 1 接

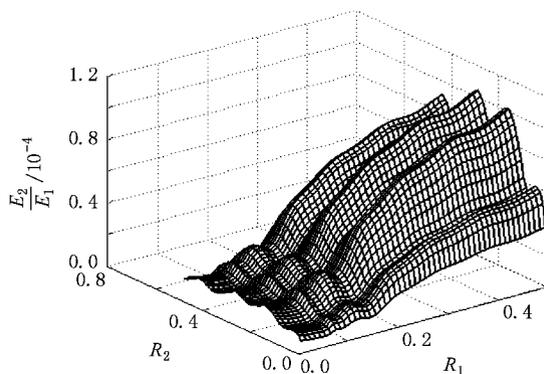


图 2 频率为 14 GHz 前向散射时目标尺寸对二次散射的影响

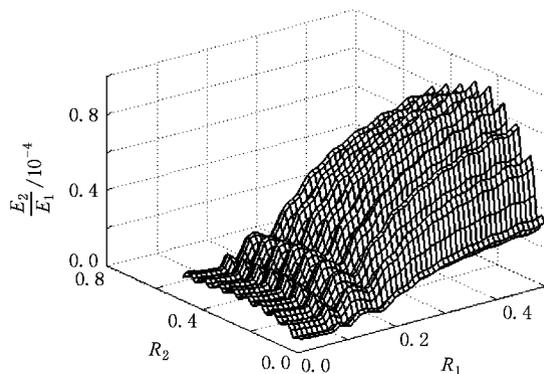


图 3 频率为 12.5 GHz 前向散射时目标尺寸对二次散射的影响

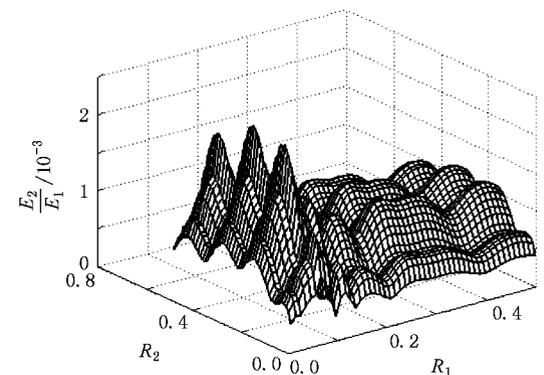


图 4 频率为 14 GHz 后向散射时目标尺寸对二次散射的影响

收到来自目标 2 的功率也随之增强,从而导致目标 1 的二次辐射增强.目标 2 的影响呈现出一定的周期性.随着频率的升高,二次散射场比一次散射场的影响有所增大.图 4 和图 5 分别是频率为 14 和 12.5 GHz 后向散射时目标尺寸对二次散射的影响.从图 4 和图 5 可以看出:在后向散射的情况下,目标 1 的尺寸对二次散射也有很大的影响.随着  $R_1$  的增大,二次散射场相对一次散射场的影响有所减弱.由这一遮蔽效应可知,如果  $R_1$  趋于无穷大,将完全没有二次散射,目标 2 的尺寸影响也呈现出一定的周期性.为了估计二次散射场对后向散射截面的影响,我们定义误差  $e$  为相互作用时的双站雷达散射截面与自由空间的双站雷达散射截面之差的相对误差,即

$$e = (\sigma_b - \sigma_{10}) / \sigma_{10}$$

误差  $e$  与目标尺寸  $R_1, R_2$  以及距离  $d$  的关系如图 6 所示.由图 6 可以看出,目标 2 的大小对相对误差的影响不大,目标 1 的大小明显地影响后向散射截面.进一步的仿真表明:二次散射场的相移还与目标距离、相对位置以及各目标的大小等因素有关.二次散射场与一次散射场的强度之比在  $10^{-4}$  数量级以上.在近似计算或考虑多离子的影响时,可以将研究对象周围的粒子看作大小一定的散射粒子,这样能大大降低计算的难度.可以推测,当脉冲波通过离散介质时,畸变不仅由粒子的吸收引起,而且还与各粒子的尺寸、位置以及观察方位有关.由(3)(4)两式也可以看出,随着目标间距的增大二次散射的能量将按距离的平方减小.

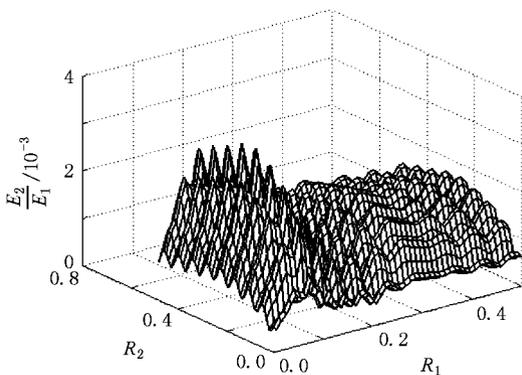


图 5 频率为 12.5 GHz 后向散射时目标尺寸对二次散射的影响

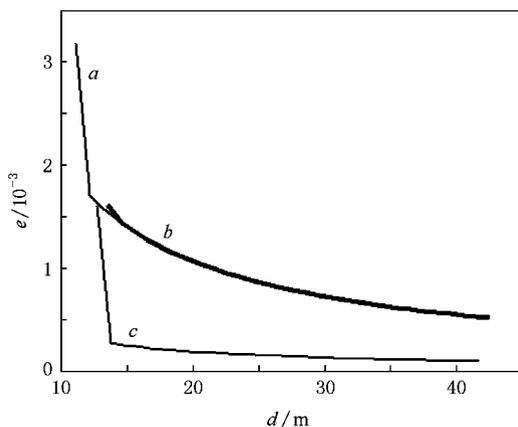


图 6 后向散射截面的影响  $f = 16.5 \text{ GHz}, \theta_0 = \pi/6$ . 曲线  $a$  为  $R_1 = 0.8 \text{ m}, R_2 = 0.6 \text{ m}$ ; 曲线  $b$  为  $R_1 = 0.8 \text{ m}, R_2 = 0.9 \text{ m}$ ; 曲线  $c$  为  $R_1 = 0.7 \text{ m}, R_2 = 0.9 \text{ m}$

### 3. 结 论

本文研究了球形目标之间的电磁相互作用,给出了相距一定距离时两球坐标系的三角函数之间的一般关系.以这些变换关系为基础,得到了目标二次散射场的表达式,由此得到考虑电磁相互作用后的目标复合散射场以及双站复合散射截面,并对所得结果在 Ku 波段进行了数值仿真.研究表明:目标 1 的尺寸对前向散射和后向散射均有较大的影响,目标 2 的影响呈现出一定的周期性.二次散射场的强度随着目标间距的增大而减小.体系内目标的相对位置对二次散射也有一定的影响,周围目标离前向散射方向越近,其对二次散射的影响也越大.在近似计算或考虑多粒子的相互影响时,周围的粒子可以看作大小一定的散射粒子,这样大大降低了计算的难度.本文仅研究了平面体系内粒子之间的电磁相互作用,利用本文结果,只要将坐标系绕  $y$  轴旋转一定的角度形成一新的坐标系,并给出新坐标系中的电磁参量与原坐标系中电磁参量间的关系,就可以研究三维体系内粒子间的电磁相互作用,从而为电磁兼容、有关的电子系统设计提供了理论参考.这将是下一步的研究课题.

- [ 1 ] Li Y L , Huang J Y 2003 *Electromag. Waves Appl.* **17** 1745
- [ 2 ] Stratton J A 1941 *Electromagnetic Theory* ( New York : McGraw-Hill ) p389
- [ 3 ] Huang P K , Yin H C 2005 *Characterics of Radar Target* ( Beijing : Publishing House of Electronic Industry ) p67 ( in Chinese ) [ 黄培康、殷红成 2005 雷达目标特性 ( 北京 : 电子工业出版社 ) 第 67 页 ]
- [ 4 ] He G Y , Lu C C , Hong J C , Deng H 2006 *Computation and Measuring of Electromagnetic Scatter* ( Beijing : Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press ) p34 ( in Chinese ) [ 何国瑜、卢才成、洪家才、邓 晖 2006 电磁散射的计算和测量 ( 北京 : 北京航空航天大学出版社 ) 第 34 页 ]
- [ 5 ] Li Z , Jin Y Q 2001 *Microwave Opt. Technol. Lett.* **31** 146
- [ 6 ] Wang S , Guan X , Wang D , Ma X , Su Y 2006 *Prog. Electromag. Res.* **66** 51
- [ 7 ] Akira I 1978 *Wave Propagation and Scattering in Random Medium* ( New York : Academic Press ) p27
- [ 8 ] Kotis A D , Roumeliotis J A 2007 *Prog. Electromag. Res.* **67** 113
- [ 9 ] Strifors H C , Gaunard G C 2000 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **48** 1528
- [ 10 ] Li Y , Huang J 2006 *Chin. Phys.* **15** 281
- [ 11 ] Kennaugh E M , Modaffatt D L 1965 *Proc. IEEE* **8** 893
- [ 12 ] Li Y , Huang J 2007 *J. Electromagn. Waves Appl.* **21** 1703
- [ 13 ] Pino M R , Burkholder R J , Obelleiro F 2002 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **50** 785
- [ 14 ] Liu P , Jin Y Q 2004 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **52** 1205
- [ 15 ] Han Y P , Wu Z S 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 58 ( in Chinese ) [ 韩一平、吴振森 2000 物理学报 **49** 58 ]
- [ 16 ] Zhang J F 2002 *Chin. Phys.* **11** 425
- [ 17 ] Yang S Q , Zhang W X 1999 *Chin. Phys.* **8** 801

## Investigation of electromagnetic complex scattering for spherical targets in Ku wave band<sup>\*</sup>

Li Ying-Le<sup>1)†</sup> Huang Ji-Ying<sup>2)</sup> Wang Ming-Jun<sup>1)</sup>

<sup>1</sup> *Institute of Electromagnetic Wave Propagation and Scattering, Xianyang Normal University, Xianyang 712000, China*

<sup>2</sup> *School of Science, Xidian University, Xi'an 710071, China*

( Received 4 February 2008 ; revised manuscript received 20 August 2008 )

### Abstract

The electromagnetic interaction between spherical targets is researched. The second scattering field for a target is derived in detail. The complex scattering field and the bistatic radar cross section are presented respectively. The simulation results in Ku wave band show that the size of the principal target affects greatly both the forward and the backward scattering. The influence of the surrounding targets shows definite periodicity. The secondary scattering field diminishes with the increase of distance between the two targets. The nearer to the forward area the surrounding target is, the bigger its affect. The magnitude of the secondary scattering field is about  $10^{-4}$  that of the first scattering field. The size of surrounding particles can be considered as stable and uniform when researching the electromagnetic interaction. This kind of interaction in three dimensions can be investigated easily by using the obtained result and coordinate transformation.

**Keywords :** scattering cross section , secondary electromagnetic scattering , electromagnetic interaction

**PACC :** 4110H , 4225F , 4262

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 60741003 ).

<sup>†</sup> E-mail : liyinglexidian@yahoo.com.cn