

# 利用原子干涉仪的相位调制进行绝对转动测量

朱常兴 冯焱颖<sup>†</sup> 叶雄英 周兆英 周永佳 薛洪波

(清华大学精密仪器与机械学系 精密测试技术及仪器国家重点实验室 北京 100084)

(2007 年 6 月 2 日收到 2007 年 6 月 4 日收到修改稿)

提出一种基于原子干涉仪的相位调制进行绝对转动测量的方法. 以  $\pi/2$ - $\pi$ - $\pi/2$  构型的空间型原子干涉仪为例, 通过对拉曼激光进行相位调制, 然后在动量谱空间测量转动对原子速度谱的调制周期, 获得原子干涉仪相对惯性空间的绝对转动. 文章对于采用该法进行角速度测量的测量范围以及对相位调制频率的要求进行了分析, 对于散粒噪声限下的转动测量灵敏度及其影响因素进行了仿真.

关键词: 原子干涉仪, 原子陀螺, 相位调制, 绝对转动测量

PACC: 3500, 3580

## 1. 引 言

随着激光冷却原子等原子光学技术的进步, 基于原子干涉仪的原子惯性传感技术得到了快速的发展, 并逐渐从实验室阶段步入工程应用阶段<sup>[1]</sup>. 目前基于原子干涉仪的原子陀螺<sup>[2,3]</sup>、原子加速度计<sup>[4]</sup>、原子重力仪<sup>[5]</sup>和重力梯度仪<sup>[6]</sup>均有了相应的实验系统, 部分的性能指标突破了同类惯性传感技术的极限. 在高精度惯性导航、验证广义相对论等基础物理学研究以及地球物理学研究等方面具有广阔的应用前景<sup>[7]</sup>.

原子惯性传感技术中, 原子陀螺是基于原子干涉仪的 Sagnac 效应来实现对转动角速度的测量, 是一种物质波陀螺. 其概念最早由 Altschuler 和 Franz 在 1973 年提出<sup>[8]</sup>, 并于 1991 年 Carnal 小组利用杨氏双缝实验实现了原子束的干涉, Pritchard 小组利用三组机械光栅实现了马赫泽德型原子干涉仪, Bordé 小组利用四个激光驻波场对原子束进行分束, 实现了 Ramsey-Bordé 型干涉仪, 并进行了原子 Sagnac 效应的测量; Chu 小组利用冷原子束, 采用拉曼跃迁分束的方式实现了原子干涉仪, 并进行了重力测量<sup>[8]</sup>. 1998 年 Kasevich 小组采用基于受激拉曼越迁分束的空间型原子干涉仪和双向对射原子束技术使得原子陀螺转动测量的短期灵敏度达到  $6 \times 10^{-10} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ <sup>[9,10]</sup>,

已经超过同期最好的光学陀螺<sup>[11]</sup>. 法国 Landragin 小组和德国 Ertmer 小组分别采用时间型干涉仪实现冷原子陀螺<sup>[4,12]</sup>. 近年来, 原子陀螺技术逐步解决了长期稳定性<sup>[13]</sup>和系统集成问题<sup>[4]</sup>, 开始向工程实用化阶段发展<sup>[1]</sup>. 美国 Kasevich 小组的原子陀螺实现了零漂小于  $70 \mu\text{deg} \cdot \text{h}^{-1}$ , 随机游走误差小于  $3 \mu\text{deg} \cdot \text{h}^{-1/2}$ <sup>[13]</sup>. 精度已经可以用于惯性导航, 并且实现了加速度和转动角速度的分别测量<sup>[4,14]</sup>. Landragin 小组采用双向对射原子束, 通过改变拉曼激光的激发方向和干涉仪的架构方案实现了三轴旋转角速度和三向加速度的同机测量和六自由度的系统集成<sup>[4]</sup>.

目前原子陀螺转动角速度的测量方法主要有两种, 一种是利用压电陶瓷驱动原子陀螺仪进行转动, 从而使原子陀螺产生 Sagnac 相位变化, 根据测得数据得到转动角速度的测量值, 该方法的测量精度较低, 对周围环境要求较高, 如振动等<sup>[15]</sup>; 另一种是采用相位调制模拟转动信号, 如在拉曼激光上增加调制频率或者对机械光栅进行扫描的方式来实现转动信号的模拟, 获得原子陀螺的相位变化, 这种方法测量精度较高, 但无法直接实现角速度的绝对测量, 需要通过拟合检测数据曲线的包络线确定绝对角速度<sup>[10]</sup>.

本文提出采用原子干涉仪相位调制的方法, 在动量谱空间对转动角速度进行测量, 可以直接获得对绝对转动角速度的测量. 以下以基于受激拉曼跃

<sup>†</sup> 通讯联系人. E-mail: yyfeng@mails.tsinghua.edu.cn

迁的  $\pi/2-\pi-\pi/2$  构型的空间型原子干涉仪为例进行说明,但需要提醒的是,该方法同样适用于其他类型的原子陀螺。

## 2. 理论模型

### 2.1. 原子陀螺模型

考虑如图 1 所示的采用  $\pi/2-\pi-\pi/2$  拉曼激光序列进行原子相干操纵的空间型原子干涉仪. 原子束经过冷却和态制备后被抽运到  $|1\rangle$  态,假定初始动量为  $p_0$ . 然后通过  $\pi/2-\pi-\pi/2$  三个激光序列. 第一束  $\pi/2$  脉冲激光作为分束器,使原子束处于  $|1\rangle$  和  $|2\rangle$  两个态的相干叠加态. 一部分原子从  $|1\rangle$  跃迁到  $|2\rangle$  态,同时获得了横向的动量  $\hbar k_{\text{eff}}$ ,另一部分原子保持在  $|1\rangle$  态没有发生跃迁,动量仍然为  $|p_0\rangle$ . 由于原子和激光相互作用的能量守恒,每个内部能态对应于特定的横向动量,所以原子的状态可以用内部能态和对应的动量进行表示为  $|1, p_0\rangle$  和  $|2, p_0 + \hbar k_{\text{eff}}\rangle$ . 在第一束  $\pi/2$  脉冲激光的作用下,原子波包被分为两个运动轨迹,图 1 中实线表示的路径对应  $|1, p_0\rangle$  态,而虚线表示的路径对应  $|2, p_0 + \hbar k_{\text{eff}}\rangle$  态. 第二束  $\pi$  脉冲激光通过交换原子内部能态和动量,将两个波包运动轨迹向相反方向反射,起反射镜的作用,使两个路径的原子分别发生跃迁,能态和动量同时发生改变,即  $|2, p_0 + \hbar k_{\text{eff}}\rangle \rightarrow |1, p_0\rangle$ ,  $|1, p_0\rangle \rightarrow |2, p_0 + \hbar k_{\text{eff}}\rangle$ . 第三束  $\pi/2$  脉冲激光作为合束器将两个波包的运动轨迹重新汇聚到一起,从而可以发生能态干涉. 干涉信号可以通过测量在  $|2\rangle$  态的原子数来观察.

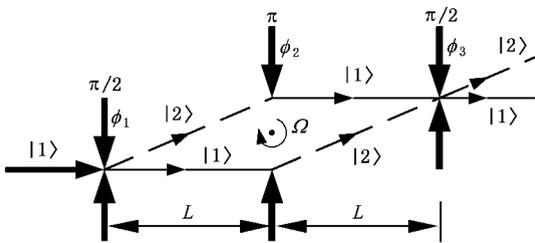


图 1 基本计算模型

对于图 1 所示的采用空间型激光分束器的原子干涉仪,当其相对惯性坐标系发生转动时,干涉仪总相移可以表示为

$$\Delta\phi = \Delta\phi_{\text{rot}} + \Delta\phi_L$$

$$= -\mathbf{k}_{\text{eff}} \cdot \mathbf{a}T^2 + (\phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3), \quad (1)$$

其中  $\Delta\phi_{\text{rot}}$  为转动引起的干涉相移,表示为

$$\Delta\phi_{\text{rot}} = 2\mathbf{k}_{\text{eff}}\Omega vT^2 = 2\mathbf{k}_{\text{eff}}\Omega \frac{L^2}{v}, \quad (2)$$

这里  $\Omega$  为干涉仪相对惯性空间的转动角速度,  $T = L/v$  为原子通过相邻两束激光所用的时间,  $L$  为干涉仪的干涉长度,  $v$  为原子纵向速度.  $\Delta\phi_L = \phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3$  为三个拉曼激光脉冲相对于共同起点的相位差,可以表示为

$$\Delta\phi_L = \phi_1(t) - 2\phi_2(t+T) + \phi_3(t+2T). \quad (3)$$

但是对于图 1 所示的空间型的原子干涉仪,  $\pi/2$  或者  $\pi$  脉冲的激光一般通过控制激光的宽度来实现,也就是一定速度的原子通过激光束所用的时间满足  $\pi/2$  或者  $\pi$  相位条件.但实际上由于原子束存在纵向和横向速度分布,所以不是所有的原子都能保证受到  $\pi/2-\pi-\pi/2$  拉曼激光序列的作用,也就是说原子不能被 50:50 的分束和 100% 反射.在这种情况下就会有一些原子没有参加干涉,但对检测信号有影响,产生背景噪声,降低信号对比度.这种情况下我们需要对多个路径进行处理.此外由于态制备的不充分,使得进入干涉区的原子并不能保证所有都处于  $|1\rangle$  态,有一部分处于  $|2\rangle$  态.这部分处于  $|2\rangle$  态的原子在拉曼激光序列的作用下会形成相反方向的干涉路径,从而削弱整个干涉信号.考虑上述因素,计算时采用的陀螺模型如图 2 所示.图 2 中,实线表示处于  $|1\rangle$  态的原子,虚线表示  $|2\rangle$  态的原子;粗线表示主要干涉路径,也就是我们测量的信号部分,细线表示没有参与干涉的路径,这部分原子形成了检测的背景噪声(BG).由图 2 中可以看到由于态制备不充分所导致的初始处于  $|2\rangle$  态的原子实际上形成了与主干涉路径成镜像的干涉路径.

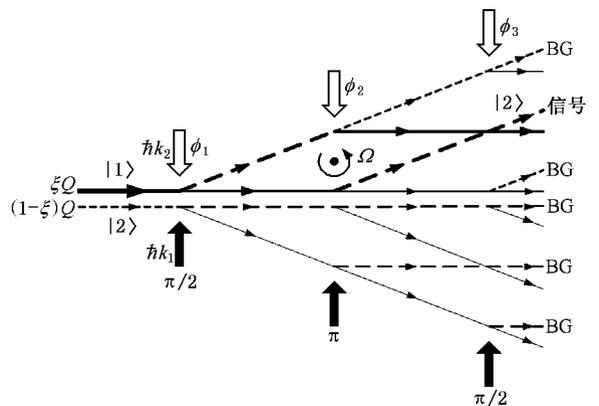


图 2 陀螺信号和背景噪声的路径

原子初始状态为  $|1\rangle$  态(实线),经过  $\pi/2-\pi-\pi/2$  拉曼激光作用后,处于  $|2\rangle$  态(虚线)的原子被检测.假定总的原子通量为  $Q$ ,态制备效率为  $\xi$ ,则初始处于  $|1\rangle$  态原子通量为  $\xi Q$ .可以计算经过图 2 所示路径,在  $\pi/2-\pi-\pi/2$  激光序列作用后检测到  $|2\rangle$  态原子的概率为

$$P_e^1 = \mathcal{X} C_{\pi/2} C_{\pi} S_{\pi/2}^2 + (S_{\pi})^2 [(C_{\pi/2})^2 + (S_{\pi/2})^2 - \mathcal{X} C_{\pi/2}^2 (S_{\pi/2})^2 \cos(\Delta\phi)], \quad (5)$$

$$P_e^2 = C_{\pi}^2 (C_{\pi/2}^4 + S_{\pi/2}^4) + (S_{\pi})^2 [(C_{\pi/2})^2 + (S_{\pi/2})^2 + \mathcal{X} C_{\pi/2}^2 (S_{\pi/2})^2 \cos(\Delta\phi)], \quad (6)$$

其中

$$S_{\pi/2} \equiv \sin(\Omega_{eg} \tau/2),$$

$$C_{\pi/2} \equiv \cos(\Omega_{eg} \tau/2),$$

$$S_{\pi} \equiv \sin(\Omega_{eg} \tau),$$

$$C_{\pi} \equiv \cos(\Omega_{eg} \tau),$$

$\tau$  为原子与激光相互作用的时间,  $\Omega_{eg} = \frac{e|d \cdot E|g}{\hbar}$

为原子的拉比振荡频率.

选取拉曼激光对处于最可几速度  $v_{mp}$  的原子作用时间为参考时间,即  $\Omega_{eg} \tau = \pi/2$ ,而对于速度为  $v$  的原子  $\Omega_{eg} \tau = \pi v_{mp}/2v$ .将方程(5)和(6)带入方程(4),得到了初始纵向速度为  $v$  的原子经过图 2 所示路径后处于  $|2\rangle$  态的概率为

$$P_e(v) = \frac{\xi}{8} \sin^2\left(\frac{\pi v_{mp}}{v}\right) + \left[1 - \xi \cos^2\left(\frac{\pi v_{mp}}{2v}\right)\right] \times \left(\cos^4\left(\frac{\pi v_{mp}}{4v}\right) + \sin^4\left(\frac{\pi v_{mp}}{4v}\right)\right) + \frac{1}{2}(1 - 2\xi) \sin^4\left(\frac{\pi v_{mp}}{2v}\right) \cos(\Delta\phi). \quad (7)$$

假设原子束的纵向速度分布的概率密度函数为  $\Psi(v)$ ,在检测区检测到  $|2\rangle$  态原子的概率为

$$P = \int_{v_a}^{v_b} P_e(v) \Psi(v) dv, \quad (8)$$

其中,  $v_b$  和  $v_a$  分别为原子束纵向速度分布的上下限.上式即为计算原子陀螺信号的基本公式.

## 2.2. 原子速度谱

根据文献[7],考虑热原子束的速度谱和忽略横向速度分布,归一化后的纵向速度分布谱密度函数为

$$P_e = \xi P_e^1 + (1 - \xi) P_e^2, \quad (4)$$

其中  $P_e^1$  和  $P_e^2$  分别表示初始状态分别为  $|1\rangle$  态和  $|2\rangle$  态的原子经过  $\pi/2-\pi-\pi/2$  拉曼激光作用后,检测到  $|2\rangle$  态原子的概率<sup>[7]</sup>,在忽略 ac Stark 效应(它可以通过调节两束拉曼激光的强度比而近似消除)和原子的横向速度分布的情况下,分别由以下方程计算:

$$\varphi(v) = \frac{(v - \text{offs}) \exp\left[-\frac{b}{2} \left(\frac{v - \text{offs}}{v_{mp} - \text{offs}}\right)^2\right]}{\int (v - \text{offs}) \exp\left[-\frac{b}{2} \left(\frac{v - \text{offs}}{v_{mp} - \text{offs}}\right)^2\right] dv}, \quad (9)$$

其中,  $b = 2$ ,  $v_{mp}$  为纵向最可几速度,  $\text{offs}$  反映纵向速度宽度,为了更加直观的反映纵向速度宽度,我们令  $\Delta = v_{mp} - \text{offs}$  为速度谱半宽,代换后得到归一化后的纵向速度分布谱密度函数为

$$\varphi(v) = \frac{(v - v_{mp} + \Delta) \exp\left[-\left(\frac{v - v_{mp} + \Delta}{\Delta}\right)^2\right]}{\int (v - v_{mp} + \Delta) \exp\left[-\left(\frac{v - v_{mp} + \Delta}{\Delta}\right)^2\right] dv}. \quad (10)$$

图 3 中给出了纵向最可几速度为 30 m/s 的前提下,在速度谱半宽分别为 2.5, 8, 11 和 14 m/s 的速度谱分布情况.

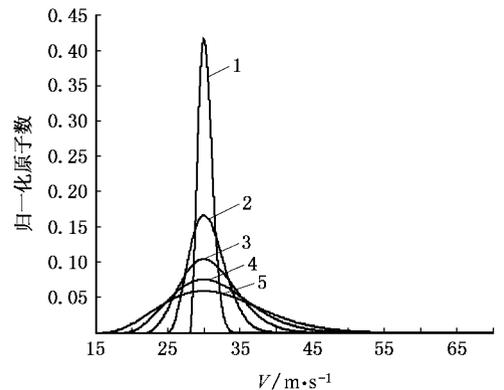


图 3 不同速度谱宽度下的速度谱分布 1 示  $\Delta = 2$  m/s 2 示  $\Delta = 5$  m/s 3 示  $\Delta = 8$  m/s 4 示  $\Delta = 11$  m/s 5 示  $\Delta = 14$  m/s

## 2.3. 用相位调制法测量原子干涉仪绝对转动

在方程(7)中,增加三个激光的相位调制,使得

$$\varphi_i(t) = \varphi_i^0(t) + v_i t \quad (i = 1, 2, 3). \quad (11)$$

其中  $\varphi_i^0(t)$  为激光器的初始相位,  $v_i$  为相位调制频率.

构建三束拉曼激光的相位调制形式为

$$\begin{aligned}\phi_1(t) &= 2\varphi_1(t) + \varphi_3(t), \\ \phi_2(t) &= \varphi_1(t) + \varphi_2(t), \\ \phi_3(t) &= 2\varphi_2(t) - \varphi_3(t).\end{aligned}\quad (12)$$

将(11)和(12)式带入(3)式,可得由相位调制产生的干涉相移为

$$\Delta\phi_L = -2\sigma T = -2\sigma \frac{L}{v}, \quad (13)$$

其中  $\sigma \equiv v_1 - v_2 + v_3$  为相位调制频率差.

将方程(13)和(2)带入方程(1),可得到经过相位调制后的总干涉相移为

$$\Delta\phi = \chi k_{\text{eff}}\Omega L - \sigma T = \chi \sigma_0 - \sigma \frac{L}{v}, \quad (14)$$

其中

$$\sigma_0 \equiv k_{\text{eff}}\Omega L. \quad (15)$$

将(7)和(14)式代入(8)式,可得相位调制情况下检测到  $|2\rangle$  态原子的概率为

$$\begin{aligned}P(\sigma) &= \int_0^\infty P_e \Psi(v) dv \\ &= \int_0^\infty [A + B \cos(\chi \sigma_0 - \sigma T)] \Psi(v) dv\end{aligned}\quad (16)$$

其中

$$\begin{aligned}A &= \frac{\xi}{8} \sin^2\left(\frac{\pi v_{\text{mp}}}{v}\right) + \left[1 - \xi \cos^2\left(\frac{\pi v_{\text{mp}}}{2v}\right)\right] \\ &\quad \times \left(\cos^4\left(\frac{\pi v_{\text{mp}}}{4v}\right) + \sin^4\left(\frac{\pi v_{\text{mp}}}{4v}\right)\right), \\ B &= \frac{1}{2}(1 - 2\xi) \sin^4\left(\frac{\pi v_{\text{mp}}}{2v}\right).\end{aligned}$$

由于  $A$  和  $B$  仅为速度  $v$  的函数,所以方程(16)中第一项积分后为常数,与相位调制  $\sigma$  频率没有关系,为背景信号,可以通过数字处理或者测量的方法提取出来.

令

$$\begin{aligned}C &\equiv \int_0^\infty A \Psi(v) dv, \\ E(\sigma) &\equiv P(\sigma) - C, \\ \theta &\equiv 2T = 2 \frac{L}{v},\end{aligned}$$

则方程(16)可变换为

$$E(\sigma) = 2 \int_0^\infty D(\theta) \cos[(\sigma - \sigma_0)\theta] d\theta, \quad (17)$$

其中

$$D(\theta) \equiv \frac{LB}{\theta^2} \Psi(\theta).$$

由(17)式可见,  $E(\sigma)$  与  $D(\theta)$  实际上形成了一个傅里叶变换对,分别对应着以调制频率  $\sigma - \sigma_0$  和特征时间  $\theta$  表示的时域空间和动量谱空间.根据傅里叶变换的公式,可得

$$\begin{aligned}D'(\theta) &= D(\theta) \cos(\sigma_0 \theta) \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty E(\sigma) \cos(\sigma \theta) d\sigma,\end{aligned}\quad (18)$$

这里  $D'(\theta)$  为存在转动情况下,干涉信号  $E(\sigma)$  的傅里叶变换,我们称之为存在转动时的动量谱函数,则  $D(\theta)$  表示没有转动情况下的动量谱函数.

从(18)式可以看到,原子干涉仪相对惯性空间的转动在动量谱空间反映为对速度谱函数  $D(\theta)$  的调制,调制的频率则对应着转动的绝对角速度.尽管在测量时不知道速度谱的确切分布,但其形式是一定的,所以我们可以通过测量转动存在时动量谱空间的  $D(\theta)$  的调制频率  $\sigma_0$  来实现转动的测量.

为计算方便,对公式进行无量纲化处理,用原子束最可几速度  $v_{\text{mp}}$  对速度进行无量纲化,用  $2L/v_{\text{mp}}$  对  $\theta$  进行无量纲化,即

$$\begin{aligned}v^* &= v/v_{\text{mp}}, \\ \theta^* &= \frac{\theta}{2L/v_{\text{mp}}},\end{aligned}$$

其中上标“\*”对应无量纲化后的参数.由此,公式(18)可变为

$$D'(\theta^*) = D(\theta^*) \cos\left(\sigma_0 \frac{2L}{v_{\text{mp}}} \theta^*\right). \quad (19)$$

根据(15)和(18)式可得,无量纲化后的动量谱函数  $D'(\theta^*)$  相对  $D(\theta^*)$  的调制频率为

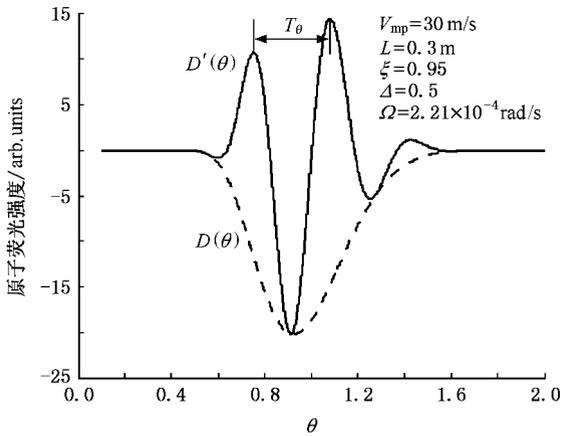
$$\omega = \sigma_0 \frac{2L}{v_{\text{mp}}} = \frac{2k_{\text{eff}}\Omega L^2}{v_{\text{mp}}}, \quad (20)$$

所以转动角速度为

$$\Omega = \frac{\omega v_{\text{mp}}}{2k_{\text{eff}}L^2} = \frac{\pi v_{\text{mp}}}{k_{\text{eff}}L^2} \frac{1}{T_\theta}, \quad (21)$$

其中  $T_\theta$  为调制的周期.如果不考虑加速度等其他噪声的影响,这里的转动角速度  $\Omega$  为原子干涉仪相对惯性空间的绝对角速度.由于公式统一进行无量纲化处理,为了表示方便,后面不再添加上标“\*”但表示无量纲化的参数.

图4为  $D(\theta)$  和  $D'(\theta)$  的谱分布示意图.由图4可见,通过测量存在转动信号时  $D'(\theta)$  的调制信号周期可以获得绝对转动角速度的值.

图4  $D(\theta), D'(\theta)$  的谱分布

### 3. 计算结果和讨论

本文计算均针对 $^{87}\text{Rb}$ 原子进行.对于 $^{87}\text{Rb}$ 原子,图2对应的基态 $|1\rangle$ 和激发态 $|2\rangle$ 分别为 $5S_{1/2}$ 的 $\langle F=1, m_F=0\rangle$ 和 $\langle F=2, m_F=0\rangle$ 两个亚稳态能级. $\pi/2$ 和 $\pi$ 拉曼激光的产生,通过控制原子通过激光的时间和激光光强来实现.

#### 3.1. 测量范围及影响因素分析

由(19)式和图4所示可知,当利用相位调制进行转动测量时,干涉仪相对惯性空间的转动会对没有转动时的动量谱函数 $D(\theta)$ 产生一个频率为 $\sigma_0 2L/v_{\text{mp}}$ 的信号调制,这时对干涉信号 $E(\sigma)$ 进行傅里叶变换后信号为调制后动量谱函数 $D'(\theta)$ .

假设 $D(\theta)$ 谱宽和最小分辨率分别为 $\Delta\theta$ 和 $\delta\theta$ ,相位调制频率的调制范围和扫频精度分别为 $\Delta\sigma$ 和 $\delta\sigma$ .

根据公式(21)和图4,要测量转动角速度,谱宽 $\Delta\theta$ 范围内至少需要包含半个调制周期,则角速度测量下限为

$$\Omega_{\min} = \frac{\pi v_{\text{mp}}}{2k_{\text{eff}} L^2 \Delta\theta}. \quad (22)$$

根据采样定律,最小采样间隔 $\delta\theta$ 需要满足 $2\pi/\delta\theta > 2\omega$ ,则根据(21)式可得角速度测量上限为

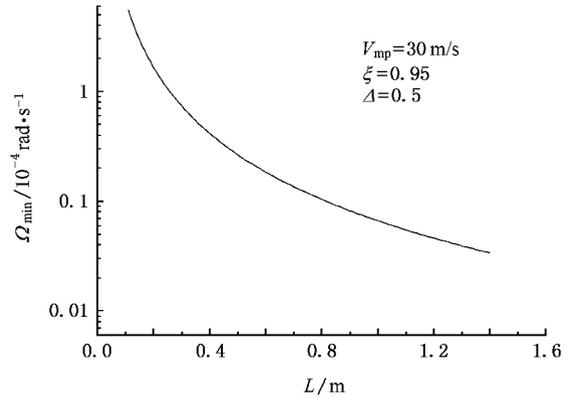
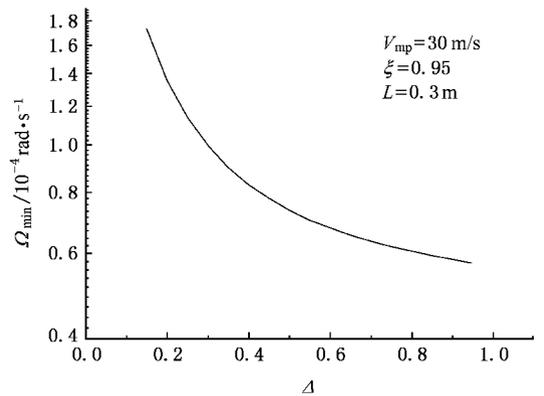
$$\Omega_{\max} = \frac{\pi v_{\text{mp}}}{2k_{\text{eff}} L^2 \delta\theta}. \quad (23)$$

根据傅里叶变换规则 $\Delta\theta\delta\sigma = 2\pi$ , $\Delta\sigma\delta\theta = 2\pi$ ,带入(22)和(23)式可得采用相位调制法测量转动的测量范围为

$$\frac{v_{\text{mp}}}{4k_{\text{eff}} L^2} \delta\sigma < \Omega < \frac{v_{\text{mp}}}{4k_{\text{eff}} L^2} \Delta\sigma. \quad (24)$$

由(24)式可见,采用相位调制法进行的转动角速度测量的范围除与原子干涉仪本身特性相关,还决定于相位调制的扫频范围和扫频精度.

图5和图6分别显示了干涉仪长度和速度谱宽度对于测量下限 $\Omega_{\min}$ 的影响.从图5可以看出,原子干涉仪长度越长角速度测量下限越小,从图6可以看出,原子速度谱宽度越宽角速度测量下限越小.

图5 原子干涉仪长度对 $\Omega_{\min}$ 的影响图6 速度谱宽度对 $\Omega_{\min}$ 的影响

#### 3.2. 散粒噪声限下的短期灵敏度估计及影响因素分析

短期灵敏度是原子陀螺在短时间内检测微小转动的能力,为了从陀螺的信噪比中计算转动测量的灵敏度,我们可以将陀螺的信号 $S$ 表示成如下加速度(线加速度或者角速度)的函数:

$$\mathcal{S}(a) = \frac{N}{2} \left[ 1 - \eta \cos \left( k_{\text{eff}} a T^2 + \frac{\pi}{2} \right) \right], \quad (25)$$

其中 $N$ 为贡献到干涉仪信号的原子数, $\eta$ 为对比

度,定义为

$$\eta = \frac{\max - \min}{\max + \min}.$$

$T$  为原子通过相邻拉曼激光脉冲之间的时间. 根据文献 [7], 干涉仪在散粒噪声限下的短期灵敏度可以表示为

$$\begin{aligned} \Delta\Omega_{\text{shotnoise}} &= \frac{v_{\text{mp}}}{\eta \sqrt{2Nk_{\text{eff}}L^2}} \\ &= \frac{v_{\text{mp}}}{\sqrt{2\eta S_{\text{pp}} Nk_{\text{eff}}L^2}}, \end{aligned} \quad (26)$$

其中  $S_{\text{pp}} \equiv \frac{N}{2}[(1+\eta)-(1-\eta)] = \eta N$  为干涉条纹的峰-峰值差, 由测量信号求得.

图 7 为当干涉仪干涉长度(两束拉曼激光间的间距)  $L = 0.3 \text{ m}$ , 原子通量为  $N = 1 \times 10^8 \text{ atoms/s}$ , 最可几纵向速度为  $30 \text{ m/s}$  时的计算结果. 图 7 中横坐标为原子干涉仪相对惯性参考系的角速度, 纵坐标为在检测区检测到  $F = 2$  态的概率. 图 7 中曲线 1 表示当不考虑原子束速度分布和态制备不充分时陀螺信号, 这是一个完美的信号; 曲线 2 表示当考虑原子束纵向速度分布和态制备充分( $\xi = 1$ )时的陀螺信号. 曲线 3 表示当考虑原子束纵向速度分布和态制备不充分( $\xi = 0.95$ )时的陀螺信号. 从图 7 中可以看到, 由于原子束存在纵向的速度分布, 陀螺信号的对比如大大降低, 而且敏感的角速度范围下降; 由于态制备的不充分也将导致陀螺信号减弱, 对比度下降.

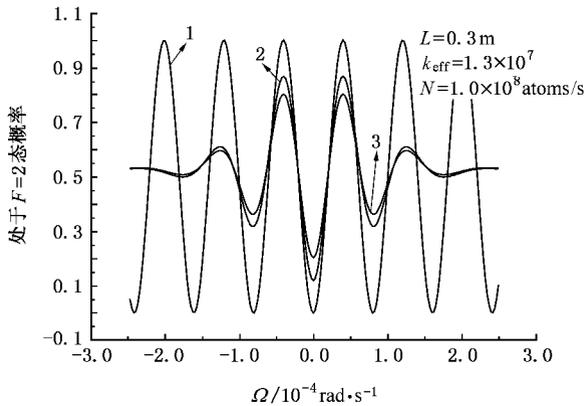


图 7 不同计算模型的比较

图 8 显示了原子束纵向速度分布对陀螺灵敏度和对比度的影响. 从图 8 中我们可以看到, 原子束的纵向速度分布对陀螺的灵敏度和对比度均有影响, 对对比度影响尤为明显. 随着原子束纵向速度分布

的变窄, 陀螺的灵敏度和对比度均会增加. 这是由于纵向速度分布的变窄, 更多的原子参与到干涉路径, 使得背景噪声减小, 所以对比度增加. 而灵敏度的增加也是由于信号变强的原因所致, 但增加幅度并不明显.

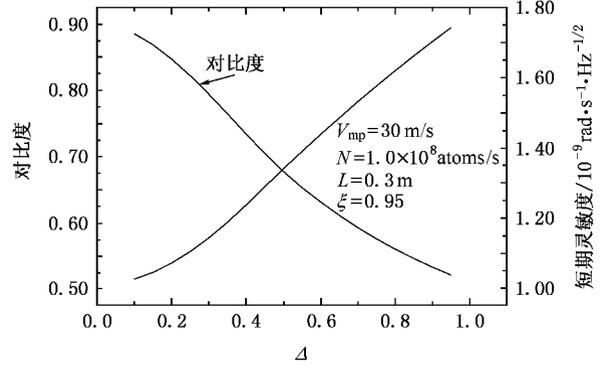


图 8 速度谱宽对干涉仪的影响

图 9 显示了原子束最可几纵向速度  $v_{\text{mp}}$  对陀螺灵敏度和对比度的影响. 由图 9 可见, 在保持纵向速度分布不变的情况下, 为获得较高的对比度就需要合理选择纵向最可几速度. 另外纵向最可几速度对短期灵敏度影响很大, 因而要参照对比度与纵向最可几速度之间的关系尽量选取较小的纵向最可几速度.

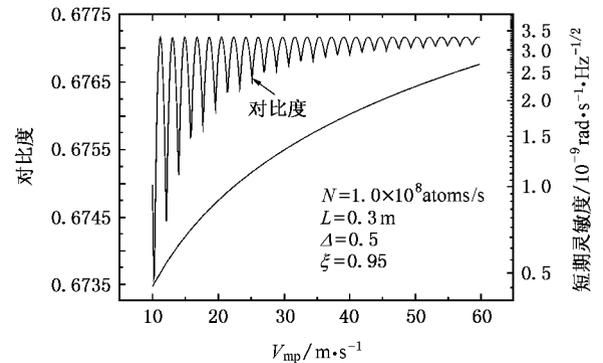


图 9 最可几速度对干涉仪的影响

图 10 显示了干涉仪干涉长度  $L$  对陀螺灵敏度和信号对比度的影响. 图 10 中, 干涉长度越大, 陀螺的灵敏度就越高. 这很容易理解, 因为干涉长度越大, 干涉仪的干涉面积就越大, 所以陀螺灵敏度就越高. 另外, 原子干涉仪干涉长度  $L$  和对比度的关系为一个震荡曲线, 因此要获得较高的对比度和短期灵敏度就要合理选择干涉长度, 避开低对比度的数值.

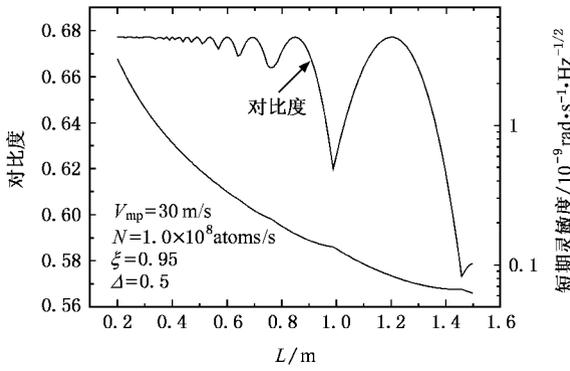


图 10 干涉仪干涉长度对干涉仪的影响

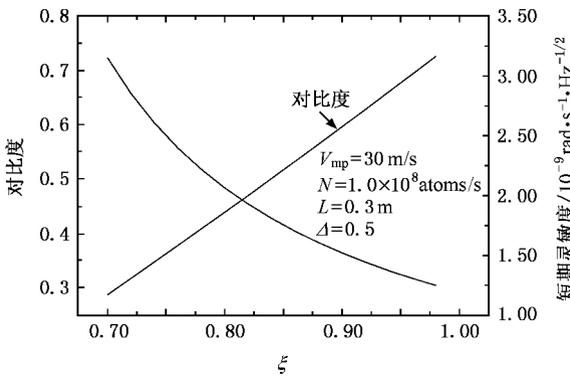


图 11 制备效率  $\xi$  对陀螺灵敏度和信号对比度的影响

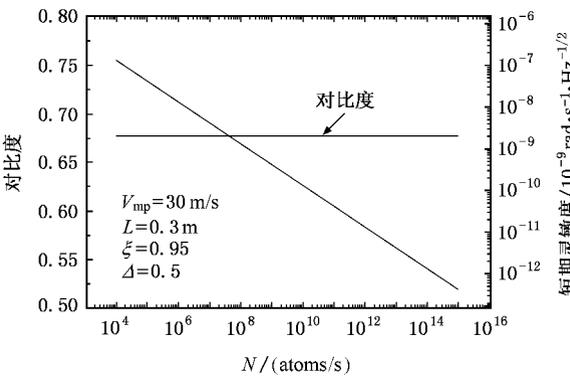


图 12 原子通量的影响

图 11 显示了干涉仪制备效率  $\xi$  对陀螺灵敏度和信号对比度的影响. 由图可见, 制备效率越高, 陀

螺的对比度越好, 同时陀螺灵敏度就越高. 这很容易理解, 因为如果制备越充分, 陀螺的信号越单一, 对比度和灵敏度都会提高.

图 12 显示了原子通量对陀螺灵敏度和信号对比度的影响. 图中横坐标为对数坐标, 左图纵坐标也为对数坐标. 由图可见, 原子通量对陀螺的灵敏度影响明显, 原子通量越大, 陀螺的灵敏度越高; 而原子通量对陀螺信号的对比度没有影响. 所以在设计中, 应该在不影响系统工作的情况下, 尽可能提高原子束的通量.

### 4. 结 论

本文提出采用原子干涉仪相位调制的方法, 利用傅里叶变换实现在动量谱空间对转动角速度进行测量, 可以直接获得绝对转动角速度:

1) 存在转动的情况下, 转动信号对于动量谱函数具有一个调制作用, 通过测量该调制频率(周期)可以获得绝对转动角速度. 它相对于直接采用压电陶瓷驱动干涉仪的测量方法具有稳定性好, 对环境要求低的特点<sup>[15]</sup>, 相对于同样采用相位调制方法, 但需要利用拟合曲线包络线确定绝对转动角速度的方法精度更高<sup>[10]</sup>.

2) 采用该方法进行绝对转动测量的测量范围与原子干涉仪的特征参数有关. 随干涉长度增加和速度谱宽度加宽, 绝对转动角速度测量上限和下限都变小, 有利于对微小转动角速度的测量;

3) 采用该方法进行绝对转动测量的测量范围决定于相位调制频率的扫频宽度和精度, 测量范围为

$$\frac{v_{mp}}{4k_{eff}L^2}\delta\sigma < \Omega < \frac{v_{mp}}{4k_{eff}L^2}\Delta\sigma.$$

本文还分析了原子干涉仪的散粒噪声限下的短期灵敏度及其影响因素, 给出了干涉仪干涉长度、制备效率、原子速度谱宽度、纵向最可几速度和原子通量等因素与原子干涉仪的对比度和短期灵敏度之间的关系, 为进一步提高原子干涉仪短期灵敏度和对比度的提供了设计依据.

[ 1 ] Dimopoulos S, Graham P W, Hogan J M, Kasevich M A 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 111102

[ 2 ] Gustavson T L, Bouyer P, Kasevich M A 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 2046



- [ 3 ] Wang P , Li R B , Yan H , Wang J , Zhan M S 2007 *Chin . Phys . Lett .* **24** 27
- [ 4 ] Canuel B , Leduc F , Holleville D , Gauguier A , Fils J , Virdis A , Clairon A , Dimarcq N , Bordé Ch J , Landragin A 2006 *Phys . Rev . Lett .* **97** 010402
- [ 5 ] Snadden M J , McGuirk J M , Bouyer P , Haritos K G , Kasevich M A 1998 *Phys . Rev . Lett .* **81** 971
- [ 6 ] Peters A , Chung K Y , Chu S 2001 *Metrologia* **38** 25
- [ 7 ] Gustavson T L 2000 *Precision Rotation Sensing Using Atom Interferometry* Ph. D Thesis ( Yale University )
- [ 8 ] Berman P R 1997 *Atom Interferometry* ( San Diego : Academic Press ) p1—3
- [ 9 ] Gustavson T L , Bouyer P , Kasevich M A 1998 *SPIE* **3270** 62
- [ 10 ] Gustavson T L , Landragin A , Kasevich M A 2000 *Class . Quantum Grav .* **17** 2385
- [ 11 ] Sun L , Wang D Z 2003 *Aerospace Control* **3** 75 ( in Chinese ) [ 孙 丽、王德钊 2003 航天控制 **3** 75 ]
- [ 12 ] Hinderthür H , Ruschewitz F , Lohe H J , Lechte S , Sengstock K , Ertmer W 1999 *Phys . Rev . A* **59** 2216
- [ 13 ] Durfee D S , Shaham Y K , Kasevich M A 2006 *Phys . Rev . Lett .* **97** 240801
- [ 14 ] Dubetsky B , Kasevich M A 2006 *Phys . Rev . A* **74** 023615
- [ 15 ] Keith D W , Ekstrom C R , Turchette Q A , Pritchard D E 1991 *Phys . Rev . Lett .* **66** 2693

## The absolute rotation measurement of atom interferometer by phase modulation

Zhu Chang-Xing Feng Yan-Ying<sup>†</sup> Ye Xiong-Ying Zhou Zhao-Ying Zhou Yong-Jia Xue Hong-Bo

( State Key Laboratory of Precision Measurement Technology and Instruments , Department of Precision Instruments and Mechanology , Tsinghua University , Beijing 100084 , China )

( Received 2 June 2007 ; revised manuscript received 4 June 2007 )

### Abstract

In the paper , a measurement method of absolute rotation of atom interferometer is proposed . Generally , there are  $\pi/2-\pi-\pi/2$  phase gratings in an atom interferometer in the space domain . We add three special phases to the three gratings , then , we modulate the special phases to change the detector signal of atom interferometer , and Fourier transform is performed on the detector signal , to obtain the absolute rotation of atom interferometer . The results are the discussed in the paper .

**Keywords** : atom interferometer , atom-gyro , phase modulation , absolute measurement of rotation

**PACC** : 3500 , 3580

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail : yfeng@mails.tsinghua.edu.cn