第 57 卷 第 2 期 2008 年 2 月
1000-3290/2008/57(02)/0833-06

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.57,No.2,February,2008
©2008 Chin.Phys.Soc.

二维高斯波束对多层球粒子电磁散射的解析解*

李海英† 吴振森

(西安电子科技大学理学院,西安 710071)

(2007 年 4 月 9 日收到;2007 年 6 月 4 日收到修改稿)

基于矢量波函数在球和柱坐标系中表达式之间的转换关系,提出了一种求解球坐标系中二维高斯波束波形因子的方法,得到了二维高斯波束波形因子在球坐标系中的解析公式.结合广义米理论推导了在轴二维高斯波束入射多层球粒子的电磁散射的解析解,并对散射强度随散射角的分布进行了数值模拟,结果与平面波入射情况进行了比较.

关键词:矢量波函数,波形因子,电磁散射,广义米理论

PACC:4110H,4225F

1. 引 言

粒子的电磁(光)散射特性对分析粒子体系的组成成分,尺寸分布等问题有很大的帮助,在空间遥感、生物医学以及大气检测等领域具有重要的实际意义,长期以来一直是众多学者和专家的研究兴趣之一.球形粒子对波束的电磁散射是其中很重要的一部分,目前已有很多学者给出了有意义的结论.自从 Davis[1] 给出了高斯波束的平面波角谱展开形式后,有关波束与球形、柱形和椭球形粒子的散射便被众多研究者关注.从 20 世纪 80 年代开始,Gouesbet 和 Gréhan,任宽芳等人便根据 Davis 的结果,利用 Bromwich 公式深入分析了波束对均匀球的散射,提出了广义米理论[2],并给出了在轴和离轴有形波束波形因子的三种处理方法[3—5],计算了三维高斯波束与球、柱、椭球,椭圆截面柱等散射体的相互作用[6—8].Khaled 等人[9] 计算了离轴高斯波束入射涂层球的光散射,分析了波束位置对散射特性的影响.吴振森等人[10] 对高斯波束和平面波入射多层球的散射进行了改进.韩一平等人[11,12] 对高斯波束在椭球坐标系下的波束因子和与椭球的相互作用进行了研究.最近,韩一平[13] 又提出了采用不同坐标矢量函数的变换关系计算任意波束的波形因子的方法.

有关高斯波束对球形粒子散射的研究目前已有许多成果,但其中所涉及的均是三维高斯波束,且对高斯波束波形因子的处理大多是直接用所处坐标系的矢量波函数展开.在某些坐标系中,直接用矢量波函数展开的方法求波形因子通常比较困难.针对这一原因,本文在计算入射高斯波束的波形因子时,基于我们课题组计算的柱坐标系中二维高斯波束的波束形状因子,采用了球矢量波函数和柱矢量波函数之间的关系,得到了球坐标系中相应的波形因子解析表达式.本文所求得的波形因子公式简便,有利于数值计算.最后,结合广义米理论分析讨论了二维高斯波束对多层球粒子的电磁散射特性.

2. 球矢量波函数和柱矢量波函数的变换关系

时谐电磁场($\boldsymbol{E}$,$\boldsymbol{H}$)在线性、均匀介质中满足矢量的亥姆霍兹(Helmhot'z)方程:

$$\nabla^2\boldsymbol{E}+k^2\boldsymbol{E}=0,\quad \nabla^2\boldsymbol{H}+k^2\boldsymbol{H}=0. \tag{1}$$

其中 $k=\omega\sqrt{\varepsilon\mu}=2\pi/\lambda$($\lambda$ 为入射波波长);且为无散场(无源),即$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=0$,$\nabla\cdot\boldsymbol{H}=0$.该矢量方程的解可以由与标量波动方程的解有关的两个独立的矢量波函数 $\boldsymbol{M}$,$\boldsymbol{N}$ 来表示:

$$\boldsymbol{M}=\nabla\times(c\psi),\quad \boldsymbol{N}=\nabla\times\boldsymbol{M}/k. \tag{2}$$

(2)式中,ψ 是标量亥姆霍兹(Helmhot'z)方程$\nabla^2\psi+k^2\psi=0$ 的解.通过求该标量方程在球和柱坐标系中

* 国家自然科学基金(批准号:60371020)资助的课题.

† E-mail:lhy882819@yahoo.com.cn

的解，可以得到对应不同坐标系的矢量波函数．球和柱坐标系中的矢量波函数[14]分别表示为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{M}_{mn} &= (\boldsymbol{M}_{emn} + \mathrm{i}\boldsymbol{M}_{omn}) \\ &= \mathrm{i}\frac{m}{\sin\theta}P_n^m(\cos\theta)z_n(\rho)\exp(\mathrm{i}m\varphi)\boldsymbol{e}_\theta \\ &\quad - \frac{\mathrm{d}P_n^m(\cos\theta)}{\mathrm{d}\theta}z_n(\rho)\exp(\mathrm{i}m\varphi)\boldsymbol{e}_\varphi,\end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{N}_{mn} &= (\boldsymbol{N}_{emn} + \mathrm{i}\boldsymbol{M}_{omn}) \\ &= \frac{z_n(\rho)}{\rho}n(n+1)P_n^m(\cos\theta)\exp(\mathrm{i}m\varphi)\boldsymbol{e}_r \\ &\quad + \frac{\mathrm{d}P_n^m(\cos\theta)}{\mathrm{d}\theta}\frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\rho}[\rho z_n(\rho)]\exp(\mathrm{i}m\varphi)\boldsymbol{e}_\theta \\ &\quad + \mathrm{i}m\frac{P_n^m(\cos\theta)}{\sin\theta}\frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\rho} \\ &\quad \times [\rho z_n(\rho)]\exp(\mathrm{i}m\varphi)\boldsymbol{e}_\varphi,\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{M}_n &= \mathrm{e}^{\mathrm{i}hz}(\boldsymbol{M}_{en} + \mathrm{i}\boldsymbol{M}_{on}) = \sqrt{k^2 - h^2} \\ &\quad \times \left(\mathrm{i}n\frac{Z_n(\rho)}{\rho}\boldsymbol{e}_r - Z_n'(\rho)\boldsymbol{e}_\phi\right)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(n\phi + hz)},\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{N}_n &= \mathrm{e}^{\mathrm{i}hz}(\boldsymbol{N}_{en} + \mathrm{i}\boldsymbol{N}_{on}) = \frac{\sqrt{k^2 - h^2}}{k} \\ &\quad \times \left(\mathrm{i}hZ_n'(\rho)\boldsymbol{e}_r - hn\frac{Z_n(\rho)}{\rho}\boldsymbol{e}_\phi \right.\\ &\quad \left. + \sqrt{k^2 - h^2}Z_n(\rho)\boldsymbol{e}_z\right)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(n\phi + hz)}.\end{aligned} \tag{6}$$

(3)式和(4)式是球矢量波函数，其中 $z_n(\rho)$ 可取四类不同的球贝塞尔函数；(5)式和(6)式是柱矢量波函数，$Z_n(\rho)$ 为四类不同的柱贝塞尔函数．贝塞尔函数中，变量 $\rho = kr$．将柱矢量波函数在球坐标系中展开[15]，然后和球矢量波函数进行比较，可以获得两者变换关系：

$$\begin{aligned}(\boldsymbol{M},\boldsymbol{N})_{{}^{e}_{o}m} &= \sum_{n=m}^{\infty}[A_{mn}(h)(\boldsymbol{M},\boldsymbol{N})_{{}^{e}_{o}mn}(k) \\ &\quad \mp B_{mn}(h)(\boldsymbol{N},\boldsymbol{M})_{{}^{e}_{o}mn}(k)],\end{aligned} \tag{7}$$

其中 $h = k\cos\alpha$（α 是入射波坐标系与圆柱轴的夹角），两者转换系数：

$$\begin{aligned}A_{mn}(h) &= k\mathrm{i}^{n-m+1}\frac{(n-m)!}{(n+m)!}\left[\frac{n-m+1}{n+1}P_{n+1}^m(\cos\alpha)\right. \\ &\quad \left. - \frac{n+m}{n}P_{n-1}^m(\cos\alpha)\right],\end{aligned}$$

$$B_{mn}(h) = k\mathrm{i}^{n-m}\frac{(n-m)!}{(n+m)!}\frac{m(2n+1)}{n(n+1)}P_n^m(\cos\alpha),$$

其中 $P_n^m(\cos\alpha)$，$(0 \leqslant m \leqslant n)$ 为缔合勒让德函数．

3．基于矢量波函数的在轴二维高斯波束球坐标系下波形因子推导

设入射的二维高斯波束电场极化沿 z 轴，磁场垂直于 z 轴方向，即为 TM 波．时间因子是 $\exp(-\mathrm{i}\omega t)$，则电场分量的振幅分布可表示为

$$\begin{aligned}E_z(-x_0, y, z) &= E_0\exp\left[-\frac{y^2}{W_0^2}\right], \\ E_y(-x_0, y, z) &= 0,\end{aligned} \tag{8}$$

其中，W_0 是波束的束腰半径，x_0 是束腰中心离球所在坐标原点的距离．将垂直入射无限长圆柱的二维高斯波束用柱矢量波函数展开[16]：

$$\boldsymbol{E}_\mathrm{i} = \sum_{n=-\infty}^{\infty}E_nC_n\boldsymbol{N}_n^{(1)}, \tag{9}$$

其中 $E_n = E_0\mathrm{i}^n/k$，C_n 是柱坐标系中在轴二维高斯波束的波形因子．$\boldsymbol{N}_n^{(1)}$ 的上标(1)表示 $Z_n(\rho)$ 取第一类柱贝塞尔函数．为得到波束电场分量在球坐标系中的展开形式，利用贝塞尔函数的性质对(9)式进行以下处理：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}_\mathrm{i} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty}E_nC_n\boldsymbol{N}_n^{(1)} \\ &= E_0\left\{\sum_{n=1}^{\infty}\left[C_n\frac{\mathrm{i}^n}{k}\boldsymbol{N}_n^{(1)} + C_{-n}\frac{\mathrm{i}^{-n}}{k}\boldsymbol{N}_{-n}^{(1)}\right] + \frac{1}{k}C_0\boldsymbol{N}_0^{(1)}\right\} \\ &= E_0\left\{\sum_{n=1}^{\infty}\left[C_n\frac{\mathrm{i}^n}{k}kJ_n(kr)\mathrm{e}^{\mathrm{i}n\phi}\right.\right. \\ &\quad \left.\left. + C_{-n}\frac{\mathrm{i}^{-n}}{k}kJ_{-n}(kr)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}n\phi}\right]\boldsymbol{e}_z + \frac{1}{k}C_0\boldsymbol{N}_0^{(1)}\right\} \\ &= E_0\left\{\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{k}\left[C_n\mathrm{i}^nkJ_n(kr)\mathrm{e}^{\mathrm{i}n\phi}\right.\right. \\ &\quad \left.\left. + C_{-n}(-1)^n\mathrm{i}^{-n}kJ_n(kr)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}n\phi}\right]\boldsymbol{e}_z + \frac{1}{k}C_0\boldsymbol{N}_0^{(1)}\right\} \\ &= E_0\left\{\frac{1}{k}\sum_{n=1}^{\infty}\mathrm{i}^nkJ_n(kr)[C_n\mathrm{e}^{\mathrm{i}n\phi} + C_{-n}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}n\phi}]\boldsymbol{e}_z \right.\\ &\quad \left. + \frac{1}{k}C_0\boldsymbol{N}_0^{(1)}\right\} \\ &= E_0\left\{\frac{1}{k}\sum_{n=1}^{\infty}\mathrm{i}^nkJ_n(kr)[(C_n + C_{-n})\cos n\phi \right.\\ &\quad \left. + \mathrm{i}(C_n - C_{-n})\sin n\phi]\boldsymbol{e}_z + \frac{1}{k}C_0\boldsymbol{N}_0^{(1)}\right\}\end{aligned}$$

$$= E_0\left\{\frac{1}{k}\sum_{n=1}^{\infty} \mathrm{i}^n\left[(C_n + C_{-n})\boldsymbol{N}_{en} + \mathrm{i}(C_n - C_{-n})\boldsymbol{N}_{on}\right] + C_0 J_0(kr)\boldsymbol{e}_z\right\}, \tag{10}$$

波形因子 C_n 的具体表达[16]如下：

$$C_n = \frac{\sqrt{\pi}W_0}{\lambda}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left[-\frac{1}{4}k^2W_0^2q^2 + \mathrm{i}k\sqrt{1-q^2}\,x_0 - \mathrm{i}n\sin^{-1}q\right]\mathrm{d}q, \tag{11}$$

令 $\gamma = \sin^{-1}q = q + q^3/6 + \cdots$，分别取 $\sin^{-1}q = q$ 和 $\sin^{-1}q = q + q^3/6$，代入(11)式计算得到波形因子的零阶和一阶近似如下[16]：

$$C_{n0} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}kx_0}\sqrt{\mathrm{i}Q_0}\exp\left[-\mathrm{i}Q_0\frac{n^2}{(kW_0)^2}\right], \tag{12}$$

$$C_{n1} = \left[1 + \left(\frac{n}{6}\right)\left(s\sqrt{2\mathrm{i}Q_0}\right)^3(z^3 - 3z)\right]C_{n0}, \tag{13}$$

式中，$Q_0 = (\mathrm{i} - 2x_0/l)^{-1}$，$l = kW_0^2$，$s = 1/(kW_0)$，$z = sn\sqrt{2\mathrm{i}Q_0}$.(13)式有以下特点：$C_{n1} + C_{-n1} = 2C_{n1}$，$C_{n1} - C_{-n1} = 0$，$n = 0,1,2,3,\cdots$. 为方便计算，$C_n$ 取其一阶近似 C_{n1}. 将(13)式代入(10)式，可得

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{E}_{\mathrm{i}} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n C_{n1}\boldsymbol{N}_n^{(1)} \\
&= E_0\left\{\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\mathrm{i}^n}{k}\left[(C_{n1} + C_{-n1})\boldsymbol{N}_{en} + \mathrm{i}(C_{n1} - C_{-n1})\boldsymbol{N}_{on}\right] + C_{01}kJ_0(kr)\boldsymbol{e}_z\right\} \\
&= E_0\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\mathrm{i}^n}{k}(2 - \delta_{0n})C_{n1}\boldsymbol{N}_{en},
\end{aligned} \tag{14}$$

将关系式(7)带入电场的表达式(14)，令 $a = 90°$，则入射电场可以表示为

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{E}_{\mathrm{i}} &= \sum_{m=0}^{\infty} E_m(2 - \delta_{0m})C_m\boldsymbol{N}_{em} \\
&= \sum_{m=0}^{\infty} E_m\sum_{n=m}^{\infty}(2 - \delta_{0m})C_m\left[A_{mn}\boldsymbol{N}_{emn} - B_{mn}\boldsymbol{M}_{omn}\right] \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} E_0\mathrm{i}^n\frac{2n+1}{n(n+1)}\sum_{m=0}^{n}\left[CB_{mn}\boldsymbol{M}_{omn} - \mathrm{i}CA_{mn}\boldsymbol{N}_{emn}\right] \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} E_n\sum_{m=0}^{n}\left[CB_{mn}\boldsymbol{M}_{omn} - \mathrm{i}CA_{mn}\boldsymbol{N}_{emn}\right],
\end{aligned} \tag{15}$$

其中 $E_n = E_0\mathrm{i}^n(2n+1)/n(n+1)$. 令 $CA_{mn} = \mathrm{i}(2 - \delta_{0m})C_mA_{mn}\mathrm{i}^m/k$，$CB_{mn} = -(2 - \delta_{0m})C_mB_{mn}\mathrm{i}^m/k$. 则二维高斯波束在球坐标系中波束形状因子的具体表达式为

$$\begin{aligned}
CA_{mn} &= k\mathrm{i}^{-m+2}(2 - \delta_{0m})\frac{(n-m)!}{(n+m)!}\frac{n(n+1)}{(2n+1)} \\
&\quad\times\left[\frac{n-m+1}{n+1}P_{n+1}^m(0) - \frac{n+m}{n}P_{n-1}^m(0)\right]C_m\frac{\mathrm{i}^m}{k} \\
&= k\mathrm{i}^{-m+2}(2 - \delta_{0m})\frac{(n-m)!}{(n+m)!} \\
&\quad\times(n+1-m)P_{n+1}^m(0)C_m\frac{\mathrm{i}^m}{k},
\end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
CB_{mn} &= -k\mathrm{i}^{-m}(2 - \delta_{0m}) \\
&\quad\times\frac{(n-m)!}{(n+m)!}mP_n^m(0)C_m\frac{\mathrm{i}^m}{k}.
\end{aligned} \tag{17}$$

由 Maxwell 方程组知，磁场的相应表达式式为

$$\boldsymbol{H}_i = -\frac{k}{\omega\mu}\sum_{m=0}^{\infty}E_n\sum_{n=m}^{\infty}(CA_{mn}\boldsymbol{M}_{omn} + \mathrm{i}CB_{mn}\boldsymbol{N}_{emn}). \tag{18}$$

4. 多层球粒子对在轴二维高斯波束的电磁散射

图 1 描述了束腰半径为 W_0 的在轴二维高斯波束入射多层球粒子的电磁散射. m_j 表示第 j 层内介质的相对折射率，相应的尺寸参数是 $x_j = kr_j = 2\pi r_j/\lambda$，这里 r_j 是各层的半径，λ 是波束在真空中的波长. 入射波束的电场表达式如(8)式.

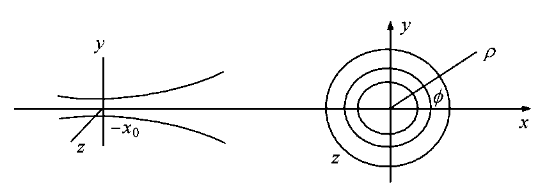

图 1　在轴高斯波束垂直入射多层球几何图

粒子对波束的散射场用球矢量波函数可分别展开如下：

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{E}_s &= \sum_{m=0}^{\infty}E_n\sum_{n=m}^{\infty}(\mathrm{i}a_{mn}\boldsymbol{N}_{emn}^{(3)} - b_{mn}\boldsymbol{M}_{omn}^{(3)}), \\
\boldsymbol{H}_s &= \frac{-k}{\omega\mu}\sum_{m=0}^{\infty}E_n\sum_{n=m}^{\infty}(a_{mn}\boldsymbol{M}_{omn}^{(3)} + \mathrm{i}b_{mn}\boldsymbol{N}_{emn}^{(3)}).
\end{aligned} \tag{19}$$

在区域 $r_1 \leqslant r \leqslant r_t$ $(r_1 \neq 0)$，球贝塞耳函数 j_n 和 y_n 都是有限的. 因此，第 j 层场的展开式[17]为

$$\boldsymbol{E}_j = \sum_{m=0}^{\infty}E_n\sum_{n=m}^{\infty}(c_{mn}^{(j)}\boldsymbol{M}_{omn}^{(1)} - \mathrm{i}d_{mn}^{(j)}\boldsymbol{N}_{emn}^{(1)}$$

$$+ f_{mn}^{(j)} \boldsymbol{M}_{omn}^{(2)} - \mathrm{i} g_{mn}^{(j)} \boldsymbol{N}_{emn}^{(2)} \Big),$$

$$\boldsymbol{H}_j = -\frac{k_j}{\omega\mu_j} \sum_{m=0}^{\infty} E_n \sum_{n=m}^{\infty} \Big(d_{mn}^{(j)} \boldsymbol{M}_{emn}^{(1)} + \mathrm{i} c_{mn}^{(j)} \boldsymbol{N}_{omn}^{(1)} + g_{mn}^{(j)} \boldsymbol{M}_{emn}^{(2)} + \mathrm{i} f_{mn}^{(j)} \boldsymbol{N}_{omn}^{(2)} \Big). \tag{20}$$

(20)式中矢量波函数的上角标(1)和(2)分别为第一和第二类球贝塞尔函数.利用边界条件,可得散射系数为

$$a_{mn} = CA_{mn} a_n^p, \quad b_{mn} = CB_{mn} b_n^p, \tag{21}$$

其中 a_n^p,b_n^p 是平面波入射时的散射系数[17],具体表达式为

$$a_n^p = \frac{\psi_n(x_t) H_n^a(m_t x_t) - m_t \psi'_n(x_t)}{\xi_n(x_t) H_n^a(m_t x_t) - m_t \xi_n(x_t)}, \tag{22}$$

$$b_n^p = \frac{m_t \psi_n(x_t) H_n^b(m_t x_t) - \psi'_n(x_t)}{m_t \xi_n(x_t) H_n^b(m_t x_t) - \xi_n(x_t)}, \tag{23}$$

(22)式和(23)式中,下角标 t 表示多层球的最外层,变量 $H_n^a(m_t x_t)$和 $H_n^b(m_t x_t)$的具体表达式见参考文献[17],$\psi_n(x_t)$和 $\xi_n(x_t)$为第一和第三类瑞卡提—贝塞尔函数,$\psi'_n(x_t)$和 $\xi'_n(x_t)$是相应的导数.由散射强度与散射系数之间的关系,得到散射强度表示为 $I_r = |S_1|^2 + |S_2|^2$,其中振幅散射分量与散射系数的关系如下:

$$S_1 = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \big(m a_{mn} \pi_n^m + b_{mn} \tau_n^m \big),$$

$$S_2 = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \big(a_{mn} \tau_n^m + m b_{mn} \pi_n^m \big). \tag{24}$$

式中角函数,$\tau_n^m(\cos\theta) = \frac{\partial}{\partial\theta} P_n^m(\cos\theta)$,$\pi_n^m(\cos\theta) = \frac{P_n^m(\cos\theta)}{\sin\theta}$.

5. 数值结果

本文以均匀球和三层球粒子为例,计算了归一化散射强度随散射角的变化,并将结果与平面波入射情况进行了比较.图 2 和图 4 中,平面波入射球形粒子的散射特性计算采用了文献[17]提出的多层球电磁散射递推算法.入射波的波长均为 $\lambda = 0.6328\ \mu\mathrm{m}$.

图 2 中实线是平面波入射时均匀球的散射强度的对数分布,空心圆点对应的是束腰半径为 10 μm,波束中心与球形粒子中心重合的二维高斯波束入射时均匀球的散射强度的对数分布.所考虑的均匀球粒子的尺寸参数为 9.929,折射率为 1.33.比较两条

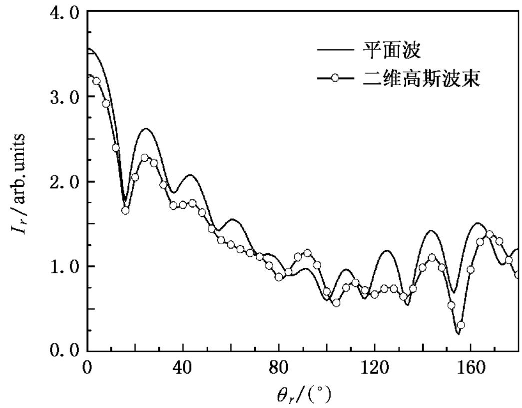

图 2 平面波和二维高斯波束($W_0 = 10\ \mu\mathrm{m}$,$x_0 = 0\ \mu\mathrm{m}$)入射时均匀球散射强度随散射角的分布比较

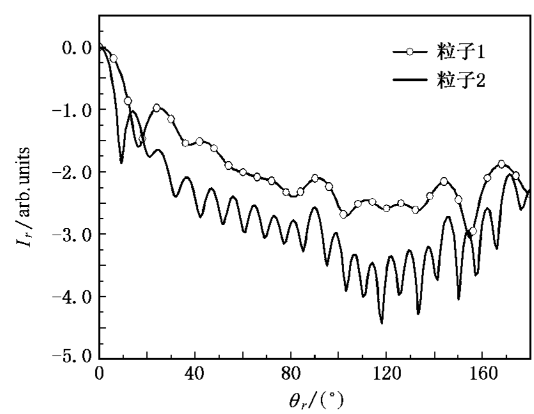

图 3 二维高斯波束($W_0 = 10\ \mu\mathrm{m}$,$x_0 = 0\ \mu\mathrm{m}$)入射时不同半径的均匀球散射强度随散射角的分布比较

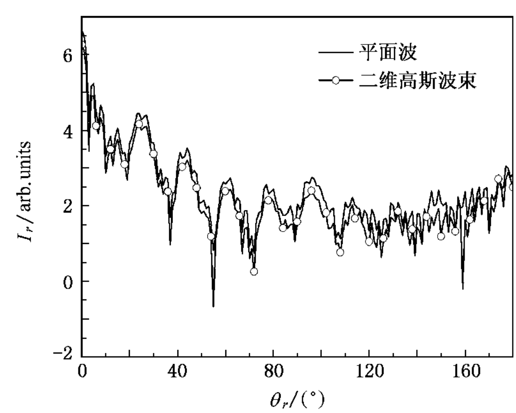

图 4 平面波和高斯波束入射时三层球散射强度随散射角的分布比较

曲线可知 对于同一个球形粒子,平面波入射时的前向散射强度要比波束入射时的大 ;随着散射角的增大,波束入射情况的振荡频率明显比平面波小,且散

射强度分布整体上小于平面波入射的情况.

图3为二维高斯波束入射不同尺寸的均匀球时，归一化散射强度随散射角的分布.球形粒子的折射率均为 $m=1.33$，粒子1和粒子2的尺寸参数分别是为10和20.由图3知，尺寸参数增大时，散射强度的振荡频率也变大.图4计算了二维高斯波束入射三层球时，散射强度随散射角的变化，并与平面波入射情况进行了比较.球粒子的半径和尺寸值分别为 $x_1=20$，$m_1=1.33$，$x_2=40$，$m_2=1.21$，$x_3=63.28$，$m_3=1.11$.图4表明，波束入射时，散射强度总体分布要小于平面波的情况，尤其前向比较明显.这与三维高斯波束入射多层球和柱粒子情况的类似.

6. 结　论

本文基于矢量波函数之间的转换关系，通过对二维高斯波束的柱矢量波函数展开式进行变换，得到了球坐标系中波束的形状因子解析表达式.该式结构简单，便于数值计算.结合广义米理论，对二维高斯波束入射多层球粒子的电磁散射特性进行了分析，给出了适合数值计算的散射系数表达式.避免了直接利用矢量球谐函数展开求解波束形状因子的繁琐过程，在分析波束对粒子的电磁散射特性中具有一定的意义.

[1] Davis L W 1979 *Phys. Rev.* A **19** 1177

[2] Gouesbet G, Maheu B, Gréhan G 1988 *J. Opt. Soc. Am.* A **5** 1427

[3] Gouesbet G, Gréhan G, Maheu B 1988 *Appl. Opt.* **27** 4874

[4] Gouesbet G, Lock J A 1994 *J. Opt. Soc. Am.* A **11** 2516

[5] Ren K F, Gréhan G, Gouesbet G 1992 *Part. Part. Syst. Charact.* **9** 144

[6] Yeh C, Colak S, Barber P 1982 *Appl. Opt.* **21** 4426

[7] Gouesbet G 1997 *Appl. Opt.* **36** 4292

[8] Ren K F, Gréhan G, Gouesbet G 1997 *J. Opt. Soc. Am.* A **14** 3014

[9] Khaled Elsayed E M, Hill Steven C, Baber Peter W 1994 *Appl. Opt.* **33** 3308

[10] Wu Z S, Guo L X, Ren K F, Gouesbet G, Gréhan G 1997 *Appl. Opt.* **36** 5188

[11] Han Y P, Wu Z S 2001 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **49** 615

[12] Han Y P, Wu Z S 2000 *Journal of Xidian University* **27** 795 (in Chinese) [韩一平、吴振森 2000 西安电子科技大学学报 **27** 795]

[13] Han Y P 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5139 (in Chinese) [韩一平 2005 物理学报 **54** 5139]

[14] Bohren C, Huffman D 1983 *Absorption and Scattering of Light by Small Particles* (New York: John Wiley & Sons, Inc) p84, 195

[15] Stratton J A 1941 *Electromagnetic Theory* (New York: McGraw-Hill Book Company) p412

[16] Wu Z S, Guo L X 1998 *Progress in Electromagnetic Research* (EMW Publishing, Cambridge, Massachusetts, USA) **18** 317

[17] Wu Z S, Wang Y P 1991 *Radio Science* **26** 1393

Electromagnetic scattering by multi-layered spheres in a 2-D Gaussian beam*

Li Hai-Ying† Wu Zhen-Sen
(*School of Science*, *Xidian University*, *Xi'an* 710071, *China*)
(Received 9 April 2007; revised manuscript received 4 June 2007)

Abstract

Based on formula of vector wave functions in spherical and cylindrical coordinates and their transformation relations, a new method to solve beam coefficients of a two dimensions (2-D) on-axis Gaussian beam is provided. An analyzical expansion of beam coefficients is obtained. With the help of generalized Lorentz Mie theory, electromagnetic scattering by multi-layered spheres in a 2-D Gaussian beam is deduced. Distribution of scattering intensity changing with scattering angle are simulated. A comparison of scattering intensity with results of incident plane wave is given.

Keywords: vector wave functions, beam coefficients, electromagnetic scattering, generalized Lorentz Mie theory
PACC: 4110H, 4225F

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60371020).
† E-mail: lhy882819@yahoo.com.cn