

p-n 结二极管结区边界附近的交流电特性*

哈力木拉提 阿 拜 拜 山 艾买提

(新疆大学物理科学与技术学院, 乌鲁木齐 830046)

(2006 年 12 月 21 日收到 2007 年 7 月 14 日收到修改稿)

基于 p-n 结二极管的理想工作状态的基本假定, 推导了二极管在交流电下工作时其基区和 p-n 结分界面附近的时间常数与二极管空间尺寸、扩散长度、载流子寿命和外加交流电频率等的依赖关系. 结果发现高频和低频两种状态下二极管各类特征参量对时间常数的作用不一样. 低频条件下, 二极管的时间常数由材料本身来决定, 与外加电流频率无关. 高频情况下, 时间常数则与半导体材料性质无关, 只由外加交流电的频率来决定.

关键词: p-n 结二极管, 时间常数, 载流子, 分界面

PACC: 7340L, 7325, 7220J, 7340

1. 引 言

二极管器件在预期的工作环境下的适应性对所使用电子设备的工作效率产生直接的影响. 因此在一个电子设备的使用过程中, 要对它的各组成部件在直交流电下的响应度进行检测和分析之外, 对主要元器件的各类响应特性也应该要有多方面的了解^[1,2]. p-n 结二极管一般作为整流和检波元件在交流电下工作. 它在交流电下表现出的特性和器件特征与交流电的相关参数有一定的联系. 从电磁波理论方程出发严格求解和讨论二极管的交流电特性较困难^[3-6]. 因此选取比较理想的二极管工作环境, 再根据由此给出的边界和初始条件来限定其电磁波方程的解, 并由得到的结果来定量分析和讨论二极管在交流电下工作时的一些特性.

2. p-n 结二极管的理想接电假设

p-n 结二极管在一维空间坐标下的结构分布如图 1 所示. 设 p-n 结二极管上加一个带有交流电成分的电电压 U , 即

$$U = U_0 + U_m e^{j\omega t}, \quad (1)$$

其中 U_0 是直流电成分, U_m 是交流电成分的振幅, ω 是交流电的角频率.

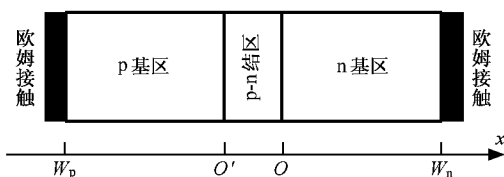


图 1 p-n 结二极管结构图

一般为了便于定量地分析和讨论, 做一些假设:

- 1) p-n 结是均匀平坦的, 它的空间特性可以用一维情况来讨论;
- 2) 二极管的电流足够小, 基区的降压可以忽略不计, 此时外加电压基本落在 p-n 结上;
- 3) 二极管两端的欧姆接触是理想的, 即它附近平衡载流子浓度基本不变;
- 4) p-n 结中不存在非平衡载流子, 即不考虑复合和激发;
- 5) 在基区单位体积中单位时间内复合掉的载流子数复合速率 R_p 与过剩的载流子数成正比, 即

$$\begin{aligned} R_p &= \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}, \\ R_n &= \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n}, \end{aligned} \quad (2)$$

其中 p_n (n_p) 是非平衡空穴(电子)浓度, p_{n0} (n_{p0}) 是平衡空穴(电子)浓度, τ_p (τ_n) 是非平衡空穴(电子)寿命.

3. p-n 结二极管总导纳的近似解

二极管 n 型基区中空穴的变化率将由载流子的

* 国家自然科学基金(批准号 50661005)和新疆大学博士启动基金(批准号:BS050101)资助的课题.

扩散、漂移及其产生和复合所决定. 不考虑非热激发的情况下, 其满足的连续性方程为^[3]

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -\frac{1}{q} \nabla J_{pn} - \frac{p_n - p_0}{\tau_p}, \quad (3)$$

式中 J_{pn} 是空穴电流密度, 此连续性方程给出二极管 n 型基区中空穴浓度的变化率与空穴电流散度, 少子的复合速率间的关系. 其中总空穴电流密度为^[3]

$$J_{pn} = qp\mu_p E - qD_p \frac{dp_n}{dx}, \quad (4)$$

根据上面的假设, 基区中 $E \approx 0$, 即漂移电流为零, 即

$$J_{pn} = -qD_p \frac{dp_n}{dx}, \quad (5)$$

则(3)式变为

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \frac{p_n - p_0}{\tau_p}, \quad (6)$$

根据以上的假设确定边界条件和初始条件的情况下对方程(6)可近似求解.

电流很小时在基区 p - n 结附近 $x=0$ 处的空穴浓度为^[4]

$$p_n(0) = p_{n0} e^{\frac{qU}{kT}}. \quad (7)$$

(1)式代入(7)式得

$$p_n(0) = p_{n0} e^{\frac{qU_0}{kT}} e^{\frac{U_m}{kT} e^{j\omega t}}, \quad (8)$$

因交流电压也很小, 上式可以展开成级数, 只限取前两项, 则(8)式变为

$$p_n(0) \approx p_{n0} e^{\frac{qU_0}{kT}} + p_{n0} e^{\frac{qU_0}{kT}} \frac{qU_m}{kT} e^{j\omega t}, \quad (9)$$

可以看出, 在基区 p - n 结附近的空穴浓度可分成两部分, 即空穴浓度的随时间不变部分和随时间周期性变化的部分.

由上面的假设 3, 在 n 型基区与欧姆接触边上, 即 $x=W_n$ 处

$$p(W_n) = p_{n0}, \quad (10)$$

(9)式和(10)式组成方程(6)的两个边界条件. 考虑空穴浓度在基区的线性变化特性, 微分方程(6)的解我们可近似取为如下:

$$p_n(x, t) = p_{n0} + \Delta p_n(x) + p_n(x) e^{j\omega t}, \quad (11)$$

式中 $p_n(x, t)$ 是少子的总浓度, $\Delta p_n(x)$ 是过剩空穴浓度的随时间不变的部分, 它只是坐标函数, $p_n(x) e^{j\omega t}$ 是过剩空穴浓度的随时间变化部分, 它是坐标和时间的函数. 这样, 空穴浓度随时间不变部分等于平衡浓度 p_{n0} 及过剩空穴浓度时间无关部分 $\Delta p_n(x)$ 的和.

把(11)式代入方程(6)得

$$p_n(x) j\omega e^{j\omega t} = D_p \frac{\partial^2 [\Delta p_n(x)]}{\partial x^2} + D_p \frac{\partial^2 [p_n(x)]}{\partial x^2} e^{j\omega t} - \frac{\Delta p_n(x)}{\tau_p} - \frac{p_n(x)}{\tau_p} e^{j\omega t}, \quad (12)$$

比较方程两边的各级项的系数, 可以得到

$$D_p \frac{\partial^2 [\Delta p_n(x)]}{\partial x^2} = \frac{\Delta p_n(x)}{\tau_p}, \quad (13)$$

$$p_n(x) j\omega = D_p \frac{\partial^2 p_n(x)}{\partial x^2} - \frac{p_n(x)}{\tau_p}, \quad (14)$$

对于过剩空穴浓度的随时间不变部分, 其微分方程及边界条件是

$$\frac{\partial^2 [\Delta p_n(x)]}{\partial x^2} = \frac{\Delta p_n(x)}{L_p^2}, \quad (15)$$

$x=0$ 时

$$\Delta p_n(0) = p_{n0} (e^{\frac{qU_0}{kT}} - 1), \quad (16)$$

$x=W_n$ 时

$$\Delta p_n(W_n) = 0, \quad (17)$$

其中

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p}, \quad (18)$$

对于过剩空穴的随时间变化部分, 其微分方程和边界条件为

$$\frac{\partial^2 p_n(x)}{\partial x^2} = \frac{p_n(x)}{\Lambda_p^2}, \quad (19)$$

$$\Lambda_p = \frac{L_p}{\sqrt{1 + j\omega\tau_p}}, \quad (20)$$

$x=0$ 时

$$p_n(0) = p_{n0} \frac{qU_m}{kT} e^{\frac{qU_0}{kT}}, \quad (21)$$

$x=W_n$ 时

$$p_n(W_n) = 0. \quad (22)$$

比较方程(15)和(19)及边界条件(16)和(21), 不难看出, 方程(15)和方程(19)形式上完全相同, 它们的差别就是常数 L_p 、 Λ_p 不同而已. $x=0$ 时边界条件(16)中的 $(e^{\frac{qU_0}{kT}} - 1)$ 换成 $\frac{qU_m}{kT} e^{\frac{qU_0}{kT}}$ 就得到边界条件(21). 所以微分方程(16)和(20)的解也形式上完全相同.

首先讨论方程(15), 它是一个二价齐次微分方程, 考虑到边界条件, 它的解可以选为如下的形式:

$$\Delta p_n(x) = A_1 \operatorname{ch} \frac{x}{L_p} + A_2 \operatorname{sh} \frac{x}{L_p}, \quad (23)$$

由边界条件(17)及(18)得

$$A_1 = p_{n0} \left(e^{\frac{qU_0}{kT}} - 1 \right)$$

$$A_2 = -p_{n0} \left(e^{\frac{qU_0}{kT}} - 1 \right) \operatorname{cth} \frac{W_n}{L_p},$$

把 A_1, A_2 代入(23)式, 可得到过剩少数不随时间改变的部分在基区的分布公式:

$$\Delta p_n(x) = p_{n0} \left(e^{\frac{qU_0}{kT}} - 1 \right) \left(\operatorname{ch} \frac{x}{L_p} - \operatorname{cth} \frac{W_n}{L_p} \operatorname{sh} \frac{x}{L_p} \right), \quad (24)$$

知道了载流子的分布情况后, 很容易计算所对应的电流密度分布.

把(23)式代入(6)式, 得到基区任意横截面的空穴电流密度:

$$j_{pn} = -\frac{qD_p p_{n0}}{L_p} \left(\operatorname{sh} \frac{x}{L_p} - \operatorname{cth} \frac{W_n}{L_p} \operatorname{ch} \frac{x}{L_p} \right) \left(e^{\frac{qU_0}{kT}} - 1 \right), \quad (25)$$

$x=0$ 处,

$$j_{pn}(0) = \frac{qD_p p_{n0}}{L_p} \operatorname{cth} \frac{W_n}{L_p} \left(e^{\frac{qU_0}{kT}} - 1 \right), \quad (26)$$

这就是基区与 p-n 结分界面上的空穴电流密度.

用同样的分析方法和计算可得到 p 区与 p-n 结分界面上的电子电流密度, 如

$$j_{np}(0') = \frac{qD_n n_{p0}}{L_n} \operatorname{cth} \frac{W_p}{L_n} \left(e^{\frac{qU_0}{kT}} - 1 \right). \quad (27)$$

二极管的实际应用中我们感兴趣的是通过二极管任意横截面的空穴电流密度和电子电流密度的合, 即总电流密度

$$j = j_{pn} + j_{np}, \quad (28)$$

在 $x=0$ 处,

$$j = j_{pn}(0) + j_{np}(0), \quad (29)$$

式中 j_{mn} 是多子电流密度. 基区中的多子电流的计算方法跟少子电流密度的计算方法有所不同, 但是根据假设 5, p-n 结两边的电子电流密度相同 ($j_{mn} = j_{np}$), 空穴电流密度也相等 ($j_{pn} = j_{pp}$). 所以

$$j_{mn} = j_{np}(0') = \frac{qD_n n_{p0}}{L_n} \operatorname{cth} \frac{W_p}{L_n} \left(e^{\frac{qU_0}{kT}} - 1 \right),$$

总电流

$$j = j_{pn}(0) + j_{mn}(0) = j_s \left(e^{\frac{qU_0}{kT}} - 1 \right), \quad (30)$$

式中

$$j_s = q \left(\frac{D_p p_{n0}}{L_p} \operatorname{cth} \frac{W_n}{L_p} + \frac{D_n n_{p0}}{L_n} \operatorname{cth} \frac{W_p}{L_n} \right)$$

是饱和电流, 它与外加电压无关, 只由半导体材料的本身性质所决定. (30)式是 p-n 结伏安特性理论

公式.

因方程(15)与方程(19)形式上是完全相同的, 所以方程(15)的解, 即(24)式中的 L_p (L_n) 换成 Λ_p (Λ_n) ($e^{\frac{qU_0}{kT}} - 1$) 换成 $\frac{qU_m}{kT} e^{\frac{qU_0}{kT}}$, 就可得到方程(19)的满足边界条件(21)(22)的解, 即

$$\Delta p_n(x) = p_{n0} \frac{qU_m}{kT} e^{\frac{qU_0}{kT}} \left(\operatorname{ch} \frac{x}{\Lambda_p} - \operatorname{cth} \frac{W_n}{\Lambda_p} \operatorname{sh} \frac{x}{\Lambda_p} \right), \quad (31)$$

空穴电流密度的交流部分为

$$j_{pn}(x) = p_{n0} \frac{qU_m}{kT} e^{\frac{qU_0}{kT}} \left(\operatorname{ch} \frac{x}{\Lambda_p} - \operatorname{cth} \frac{W_n}{\Lambda_p} \operatorname{sh} \frac{x}{\Lambda_p} \right), \quad (32)$$

$x=0$ 处的总交流电流密度为

$$J_m(0) = \frac{q^2 U_m}{kT} \left(\frac{p_{n0} D_p}{\Lambda_p} \operatorname{cth} \frac{W_n}{\Lambda_p} + \frac{p_{n0} D_n}{\Lambda_n} \operatorname{cth} \frac{W_p}{\Lambda_n} \right) e^{\frac{qU_0}{kT}}, \quad (33)$$

由(33)式可以看出, 外加交流电压足够小时, 交流电流密度与外加交流电压有线性关系.

设各物理量的相位相等, 则可求出二极管的总导纳为

$$Y = \frac{I_m}{U_m} = S \frac{J_m}{U_m} = \frac{q^2 S}{kT} \left(\frac{p_{n0} D_p}{\Lambda_p} \operatorname{cth} \frac{W_n}{\Lambda_p} + \frac{p_{n0} D_n}{\Lambda_n} \operatorname{cth} \frac{W_p}{\Lambda_n} \right) \left(e^{\frac{qU_0}{kT}} \right), \quad (34)$$

式中 S 为二极管的横截面.

二极管交流电下工作时, 它的总导纳可以表示为复数, 即

$$Y = \frac{1}{R} + j\omega C_d, \quad (35)$$

式中 R 是微分电阻, C_d 是扩散电容. 二极管的时间常数被定义为微分电阻和扩散电容的乘积.

4. 二极管的交流电特性

比较(34)和(35)式我们可以分析扩散长度、二极管尺寸、外加电压频率等对二极管性能的影响. 但是(34)式中可以看出, 这些量和导纳之间的函数关系是比较复杂, 做出一般性结论很困难, 下面我们对一些特殊情况进行分析.

4.1. W_p (W_n) $\gg L_n$ (L_p)

W_p (W_n) $\gg L_n$ (L_p) 时,

$$\operatorname{cth} \left(\frac{W_p}{L_n} \sqrt{1 + j\omega\tau} \right) \approx 1,$$

$$\operatorname{cth}\left(\frac{W_n}{L_p} \sqrt{1+j\omega\tau}\right) \approx 1.$$

4.1.1. $\omega\tau \ll 1$ 时

$$\frac{1}{\Lambda} = \frac{1}{L} \sqrt{1+j\omega\tau} \approx \frac{1}{L} \left(1 + j\frac{1}{2}\omega\tau\right),$$

此极限条件下获得的这些近似公式代入(34)式并和(35)式比较 得到时间常数为

$$RC_D = \frac{1}{2} \frac{p_{n0}L_p + n_{p0}L_n}{p_{n0}\sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}} + n_{p0}\sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}}}, \quad (36)$$

如果 $p_{n0} \gg n_{p0}$ (或 $p_{n0} \ll n_{p0}$), $\tau_p = \tau_n = \tau$ 那么

$$RC_D = \frac{1}{2} \tau, \quad (37)$$

即在 $W_p(W_n) \gg L_n(L_p)$ 的低频条件下, 二极管的时间常数由材料本身来决定, 与外加电流频率无关.

4.1.2. $\omega\tau \gg 1$ 时

$$\frac{1}{\Lambda} = \frac{1}{L} \sqrt{1+j\omega\tau} \approx \frac{1}{L} \sqrt{j\omega\tau} = \frac{1}{L} \sqrt{\omega\tau} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

此极限条件下获得的这些近似公式代入(34)式并和(35)式比较 得到时间常数为

$$RC_D = \frac{1}{\omega} = \frac{1}{2\pi f} = 0.16 \frac{1}{f}, \quad (38)$$

即在 $W_p(W_n) \gg L_n(L_p)$ 的高频情况下, 二极管的时间常数与半导体材料性质无关, 只由外加交流电的频率来决定.

4.2. $W_p(W_n) \ll L_n(L_p)$

4.2.1. $\omega \rightarrow 0$ 情况下

$$\left| \frac{W_n}{L_p} \sqrt{1+j\omega\tau} \right| \ll 1$$

$$\operatorname{cth} \frac{W}{\Lambda} \approx \frac{\Lambda}{W} + \frac{W}{3\Lambda} = \frac{\Lambda}{W} \left(1 + \frac{W^2}{3L^2} + j\omega\tau \frac{W^2}{3L^2}\right)$$

$$\approx \frac{\Lambda}{W} \left(1 + j\omega\tau \frac{W^2}{3L^2}\right),$$

此极限条件下获得的这些近似公式代入(34)式并和

(35)式比较 得到时间常数为

$$RC_D = \frac{W^2}{3D}, \quad (39)$$

在 $W_p(W_n) \ll L_n(L_p)$ 低频 ($\omega \rightarrow 0$), 情况下二极管的时间常数跟二极管的尺寸和载流子扩散长度有关, 外加交流电频率无关.

4.2.2. 高频情况

在这种情况下,

$$\left| \frac{W}{\Lambda} \right| = \left| \frac{W}{L} \sqrt{1+j\omega\tau} \right| \approx \left| \frac{W}{L} \sqrt{j\omega\tau} \right| \gg 1,$$

即

$$\operatorname{cth}\left(\frac{W_p}{L_n} \sqrt{1+j\omega\tau}\right) \approx 1,$$

$$\operatorname{cth}\left(\frac{W_n}{L_p} \sqrt{1+j\omega\tau}\right) \approx 1,$$

这样 将得到与 4.1.2 节相同的结果.

应该强调, 以上的四种近似方法会导致一定的误差, 但器件的实际应用角度来说, 这种误差是在可以接受的范围之内.

5. 结 论

综上所述, p - n 结二极管在理想情况下使用时, 它的时间常数对外加信号不同段频率的依赖关系不一样. 在低频情况下, 半导体器件的时间常数与载流子寿命、器件的空间尺度和扩散长度有关联, 而在高频情况下半导体器件的时间常数受器件的这些特征量的影响甚少, 只由交流电的频率来确定时间常数. 半导体器件的频率响应度与时间常数之间有关联. 因此在制备或使用二极管器件时要考虑以上因素对器件性能的影响.

- [1] Hu J, Du L, Zhuang Y Q, Bao J L, Zhou J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1384 (in Chinese) [胡瑾、杜磊、庄弈琪、包军林、周江 2006 物理学报 **55** 1384]
- [2] Sun K X, Jiang S E, Yi R Q, Cui Y L, Ding Y K, Liu S Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 68 (in Chinese) [孙可煦、江少恩、易荣清、崔延莉、丁永坤、刘慎业 2006 物理学报 **55** 68]
- [3] Liu E K 2000 *Semiconductor Physics* (Beijing: National Defence Industrial University Press) p139—143 (in Chinese) [刘恩科 2000

半导体物理学(北京:国防工业出版社)第139—143页]

- [4] Hamakawa Y, trans. by Peng J 2002 *Semiconductor Apparatus* (Beijing: Science Press) p125—128 (in Chinese) [滨川圭弘著, 彭军译 2002 半导体器件(北京:科学出版社)第125—128页]
- [5] She M 2002 *Semiconductor Apparatus* (Beijing: Science Press) (in Chinese) [施敏 2002 半导体器件(北京:科学出版社)]
- [6] Michael S 1996 *Physics of Semiconductor Devices* (New York: John Wiley & Sons)

Boundary alternating current characteristics of an ideal p-n junction diode ^{*}

Halimulati Abai Baishan Aimaiti

(*Institute of Physics Science and Technology , Xinjiang University , Urumqi 830046 , China*)

(Received 21 December 2006 ; revised manuscript received 14 July 2007)

Abstract

According to basic assumptions about the ideal operating state of p-n junction diode , deducing the relation of the time dependence of constant on the parameters such as diode size , diffusion length , carrier lifetime and alternating current frequency etc. at the base and near the p-n junction interface when diode is working under the applied alternating current. From the results , we discovered that in the two kinds of states of low and high current frequencies , the diode characteristics act on the time constants differently. In the low frequency state , the time constant is related to the material characteristics but not to applied current frequency. But in high frequency state , the time constant has no relation with the material characteristics , and was only related to the applied current frequency.

Keywords : p-n junction diode , time constant , carriers , interfaces

PACC : 7340L , 7325 , 7220J , 7340

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50661005) and Xinjiang University Doctoral Start-up Foundation (Grant No. BS050101).