

线偏振高斯光束通过复合型衍射光栅的传输特性*

李建龙 吕百达†

(四川大学激光物理与化学研究所, 成都 610064)
(2007 年 4 月 24 日收到, 2007 年 7 月 3 日收到修改稿)

提出一种集合浮雕和折射率周期分布调制的复合型衍射光栅, 并利用角谱表示和严格的模式理论研究了线偏振高斯光束通过这种复合型衍射光栅的传输特性. 数值计算结果表明, 在光栅的同一透射深度处复合型衍射光栅光强的起伏频率要比浮雕型光栅光强的起伏频率小. 最后使用复合型衍射光栅模型, 研究了亚波长体积相位全息光栅的表面起伏和入射光束的束腰宽度对衍射效率的影响.

关键词: 复合型衍射光栅, 亚波长体积相位全息光栅, 高斯光束, 严格模式理论

PACC: 4000, 2410H, 0365G

1. 引 言

衍射光栅已在光互联和光存储方面得到广泛应用. 按调制方式, 传统光栅可分为表面浮雕和体内折射率周期分布调制两大类. 无论是理论还是实验上已对此做了很多研究^[1-3]. 本文提出一种将这两种调制集合为一体的新型衍射光栅, 即光栅的表面有周期浮雕, 体内折射率又是周期分布, 称为复合型衍射光栅. 该光栅利用表面浮雕对入射光束调制时, 浮雕层内周期分布的折射率也对入射光束调制. 利用全息曝光方法制作体积相位全息光栅(VPHG)时, 由于介质材料的表面收缩等原因使得最后制作出来的VPHG是一个表面有浮雕, 体内折射率成周期分布的复合型衍射光栅. 为了简化计算, 文献在处理VPHG相关问题时没有考虑光栅表面浮雕(起伏), 并将入射场假定为均匀平面波而未考虑激光光强的空间分布^[4-7], 这些都与实际情况是有差异的. 本文设高斯光束为入射激光, 从角谱表示出发, 采用“逆规则”傅里叶级数展开^[8]和严格的模式理论^[9]研究组成光束的每一平面波在特征尺寸可与波长相比拟的复合型衍射光栅每一分层中的电磁场, 给出在复合型衍射光栅各区域中的光强分布, 并以复合型衍射光栅为实际的理论模型, 分析了光栅表面起伏和光束腰宽对衍射效率的影响, 为VPHG的制作提供

了理论依据.

2. 理论模型

图 1 为复合型衍射光栅的横截面图, 栅槽沿 y 方向, 光栅表面的浮雕面型可用函数 $z = H + h[\cos(2\pi x/\Lambda) + 1]/2$ 表示, 式中 H 为相位全息层厚度, h 为光栅表面浮雕层厚度, Λ 为光栅周期. 光栅体内折射率分布函数为 $n_1 = n_0 + \Delta n \cos(2\pi x/\Lambda)$, n_0 为栅体内材料的主折射率, Δn 为其调制折射率.

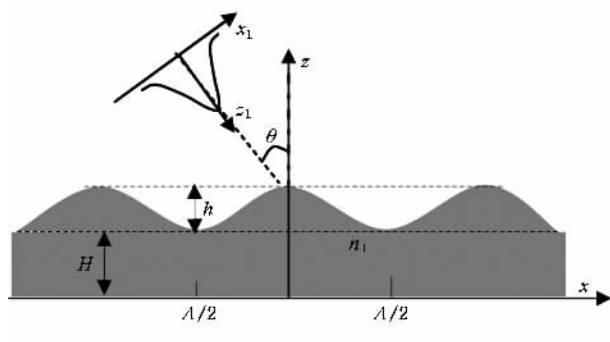


图 1 复合型衍射光栅的横截面图

设入射波是波长为 λ 的线偏振高斯光束, 入射方向与 xz 平面的夹角为 ϕ , 入射方向与 z 轴的夹角为 θ , 电场矢量与入射面的夹角为 φ , 位于直角坐标系 xyz 中点 (x_0, z_0) 处的 x_1, y_1, z_1 系中(见图 1), 场分布可表示为

* 国家自然科学基金(批准号: 10574097)资助的课题.

† E-mail: baidalu0@tom.com

$$E(x_1, z_1 = 0) = \exp(-x_1^2/w_0^2), \quad (1)$$

式中 w_0 为高斯光束的束腰宽度, 略去了对计算无影响的振幅常量. 二维的处理方法可参照文献 [9] 中的方法进行. 利用傅里叶变换和坐标变换将 (1) 式光场可表示为

$$E(x, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} B_v(\alpha_v) \exp(ik\alpha_v x - ik\beta z) d\alpha_v, \quad (2)$$

式中 α_v, β 分别为平面波坐标轴方向的空间频率, 且 $\alpha_v^2 + \beta^2 = 1$, 谱函数 $B_v(\alpha_v)$ 为

$$B_v(\alpha_v) = \frac{kw_0}{2\sqrt{\pi}} \exp[ik\alpha_v x_0 + ik\beta z_0] \times \exp\left[-\frac{(kw_0)^2}{4}(\alpha_v \cos\theta_0 - \beta \sin\theta_0)^2\right] \times \left(\cos\theta_0 + \frac{\alpha_v}{\beta} \sin\theta_0\right), \quad (3)$$

式中 θ_0 为入射角, $k_0 = 2\pi/\lambda$. 现对复合型衍射光栅进行足够多的分层, 用傅里叶级数表示第 n 层中电场的基本模式场

$$[\sigma E; H] = [E_{xm}, E_{ym}, E_{zm}, -H_{xm}, H_{ym}, H_{zm}]_n \times \exp\{ik_0[\alpha_m x + \beta_0 y + \gamma(z - z_n)] - i\omega t\}, \quad (4)$$

式中 $\alpha_m = \alpha_0 + m\lambda/\Lambda$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm M$, 上标 T 为向量的转置, z_n 是第 n 层与第 $n+1$ 层的分界面, m 为傅里叶模编号, γ 为波矢量 z 分量. 以下计算中省去 $\exp(-i\omega t)$. 相比传统的浮雕光栅, 复合型衍射光栅的浮雕层和相位全息层还需考虑相对介电常数的空间分布, 在理论处理上更为复杂, 计算量也更大. 将光栅每一分层的相对介电常数和相对磁导率按 x 方向的校正傅里叶展开规则^[10]展开, 和 (4) 式都代入介质中的麦克斯韦方程, 整理可得

$$\begin{bmatrix} I - d[\epsilon]^{-1}\alpha & -d[\epsilon]^{-1}\beta \\ -\beta[\epsilon]^{-1}\alpha & I - \beta[\epsilon]^{-1}\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_y^n \\ H_x^n \end{bmatrix} = \gamma \begin{bmatrix} E_x^n \\ E_y^n \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} [\epsilon]^{-1} - \beta^2 & \beta\alpha \\ \alpha\beta & [\epsilon]^{-1} - \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x^n \\ E_y^n \end{bmatrix} = \gamma \begin{bmatrix} H_y^n \\ H_x^n \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中 I 表示单位矩阵, -1 为矩阵求逆. 求解 (5), (6) 两式, 可得本征值 $\gamma_+^n, -\gamma_-^n$ 和本征矩阵 w^n . 其中 $\gamma_+^n, -\gamma_-^n$ (各有 N 个) 分别对应上行波、下行波波矢量的 z 分量, w^n 为模式场的系数矩阵 ($2N \times 2N$). 将这些模式场线性叠加就可得电磁场的通解, 那么复合型衍射光栅第 n 层电磁场的横向分量为

$$\begin{bmatrix} E_s^n \\ \sigma_0 H_s^n \end{bmatrix} = B_v(\alpha_v) \exp[ik_0(\alpha x + \beta_0 y)] W^n \times \begin{bmatrix} \exp[ik_0\gamma^n(z - z_n)]u_+^n \\ \exp[-ik_0\gamma^n(z - z_n)]d_+^n \end{bmatrix}, \quad (7)$$

式中 $E_s^n = [E_x^n, E_y^n]^T, H_s^n = [H_x^n, H_y^n]^T, u_+^n, d_+^n$ 分别为上行波和下行波的振幅系数矩阵. 将 (7) 式代入电磁场边界面上的连续条件, 采用反射-透射系数矩阵法^[9]可求出各层中的振幅系数 u_+^n, d_+^n . 由光的电磁场理论知, 光强是用时间平均坡印廷矢量的 z 分量 S_z 来定义, 因而复合型衍射光栅第 l 层中光强的空间分布^[11]和第 m 衍射级的透射率 η_m^l 分别为^[12]

$$S_z = [E^l(x, z) \times H^l(x, z)]_z, \quad \eta_m^l = \frac{\text{Re}[E_m^l(H_m^l)^* + E_m^l(H_m^l)^*]}{\cos\theta}, \quad (8)$$

式中 E^l, H^l 分别表示电场和磁场的透射场, “*” 表示复共轭.

3. 数值计算和分析

依据节 2 理论编制程序做数值计算. 为检验程序的正确性, 计算了当 $w_0 \rightarrow \infty$ 时, 即平面波通过单一折射率光栅的衍射效率的结果, 与文献 [13] 的结果进行比较 (见表 1), 所取的计算参数为 $N = 43, M = 21, \lambda = 0.6328 \mu\text{m}, \Lambda = 1.7\lambda, H = 0.1\Lambda, \theta = 30^\circ$.

表 1 计算结果比较

入射光束		TE		TM		
计算结果		文献 [13]	本文	文献 [13]	本文	
衍射效率	反射波	-2 级	0.61093×10^{-3}	0.61073×10^{-3}	0.77606×10^{-3}	0.77631×10^{-3}
		-1 级	0.96765×10^{-2}	0.96742×10^{-2}	0.91234×10^{-2}	0.91272×10^{-2}
		0 级	0.41657×10^{-1}	0.41677×10^{-1}	0.14946×10^{-1}	0.14925×10^{-1}
	透射波	-3 级	0.70694×10^{-5}	0.70673×10^{-5}	0.78838×10^{-5}	0.78894×10^{-5}
		-2 级	0.46513×10^{-4}	0.46535×10^{-4}	0.59186×10^{-4}	0.59133×10^{-4}
		-1 级	0.16737×10^{-1}	0.16756×10^{-1}	0.14858×10^{-1}	0.14838×10^{-1}
		0 级	0.87272	0.87292	0.93538	0.93575
		+1 级	0.58521×10^{-1}	0.58536×10^{-1}	0.24848×10^{-1}	0.24818×10^{-1}
		总衍射效率	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000

从表 1 可知,所编程序的结果与文献中结果极为接近,检验了本程序的正确.

图 2 所取的计算参数为 $n_0 = 2.10$, $\Delta n = 0.042$, 浮雕层厚度 $h = 2.00\mu\text{m}$, 相位全息层厚度 $H = 21.5\mu\text{m}$, $\Lambda = 1.00\mu\text{m}$, +1 级的布拉格角入射,即 $\theta_i = 18.04^\circ$, 入射波长 $\lambda = 0.6328\mu\text{m}$, 光束腰宽 $w_0 = 2\lambda$, $\phi = \alpha$ (以下各图参数同). 图 2 给出了复合型衍

射光栅浮雕层中不同透射深度处光强的分布形状,从图 2 可以看出,线偏振高斯光束通过复合型衍射光栅的过程中,光强的分布形状随透射深度的改变而改变.但在同一透射深度处,复合型衍射光栅光强的空间起伏频率比正弦浮雕光栅(除 $\Delta n = 0$ 外,其他参数一样)的要小.

利用全息曝光方法制作 VPHG 时,光栅表面的

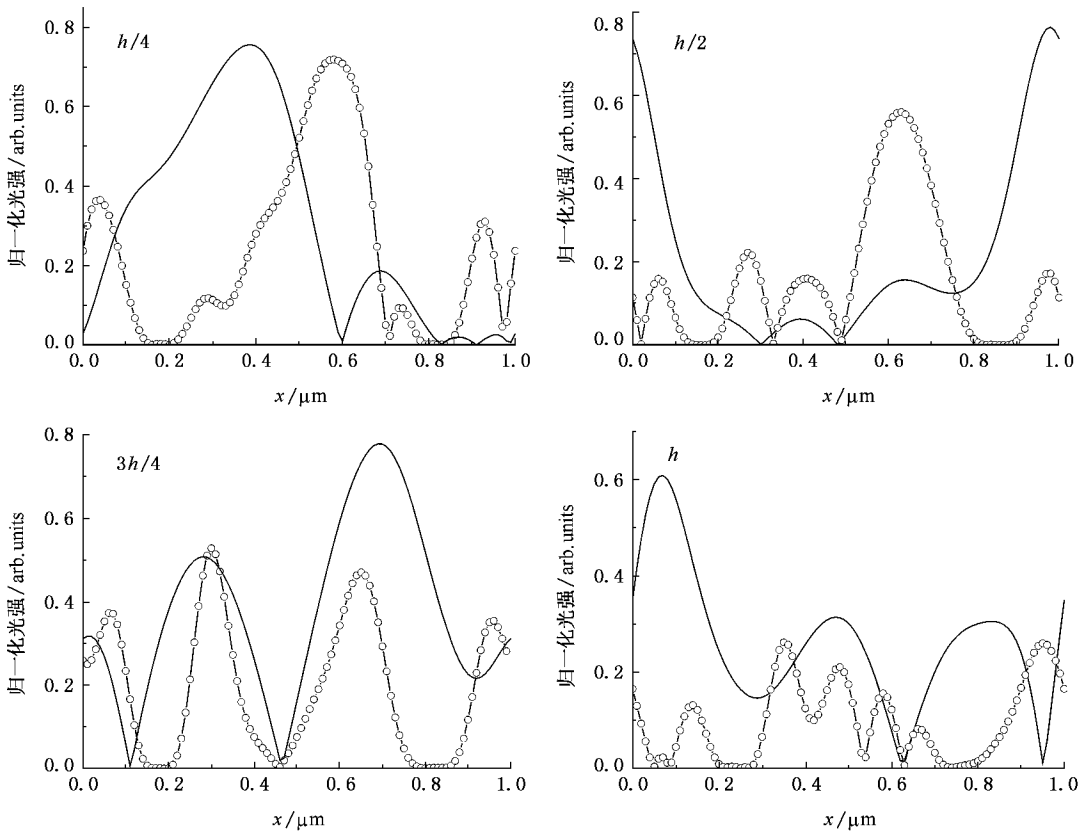


图 2 浮雕层中不同透射深度处光强的空间分布形状(——复合型光栅, -○-○-○- 单一正弦浮雕光栅)

材料会产生收缩,最后制作出来的光栅表面会出现浮雕.因此成品 VPHG 是一个表面有浮雕,体内折射率成周期分布的衍射光栅,这与上文的理论模型相符合.为了简化计算,大多数文献在处理 VPHG 相关问题时没有考虑 VPHG 表面浮雕(起伏),并将入射场假定为均匀平面波而未考虑激光光强的空间分布,这些都与实际情况是有差异的.现利用本文的理论模型来研究 VPHG 的表面起伏和入射光束束腰宽度对其衍射效率的影响程度.设 VPHG 的表面起伏可用正弦函数描述: $z = H_1 + h_1[\cos(2\pi x/\Lambda) + 1]$ ($0 < h_1 < H_1/20$).

图 3 给出了当 $w_0 \rightarrow \infty$ 时,复合型衍射光栅的 ± 1 和 0 级次衍射效率(分别用 η_{+1} , η_{-1} , η_0 表示,下

文同)随 h 的变化曲线.从图 3 可以看出, η_{+1} 随 h 增大而减小, η_{-1} 随 h 增大而增大, η_0 随 h 增大几乎不变.当表面浮雕 h 的大小分别为 $H/100$ 和 $2.33H/100$ 时, η_{+1} 值由 96.46% 分别下降到 86.11% 和 69.59%, η_{-1} 由 0 分别增大到 5.35% 和 26.09%, 这些变化是因为反射能量随 h 增大而增大以及表面起伏分散了入射光能量而引起的.图 4 给出了 VPHG 表面有无浮雕的 η_{+1} 随 w_0 的变化曲线,可以看出,当 $h = H/100$ (即表面有起伏,实际的 VPHG) 时, η_{+1} 明显小于 $h = 0$ (即表面无起伏,理想的 VPHG) 时 VPHG 的衍射效率.随 w_0 的增大, η_{+1} 值由 29.17% 增大到 86.11%. 当 $w_0 < 12\lambda$ 时,在 η_{+1} 随 w_0 增大的变化过程中,理想的 VPHG 与实际的

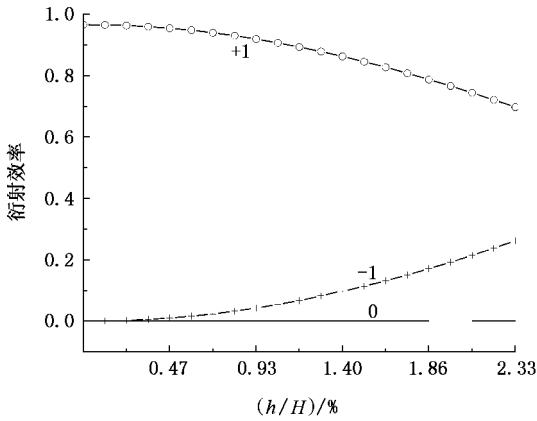


图3 $w_0 \rightarrow \infty$ 时,平面波通过复合型衍射光栅 +1,0,-1 衍射效率随 h 的变化

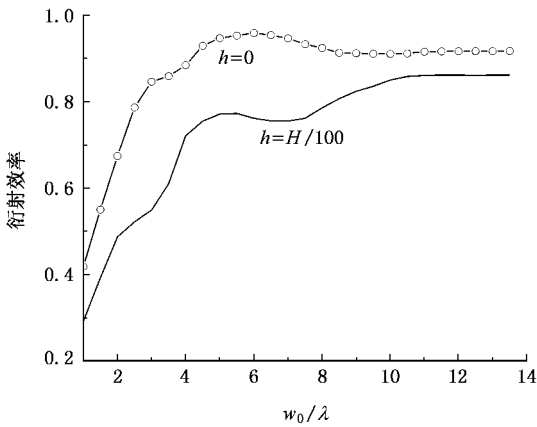


图4 高斯光束通过复合型衍射光栅 +1 级衍射效率随 w_0 的变化

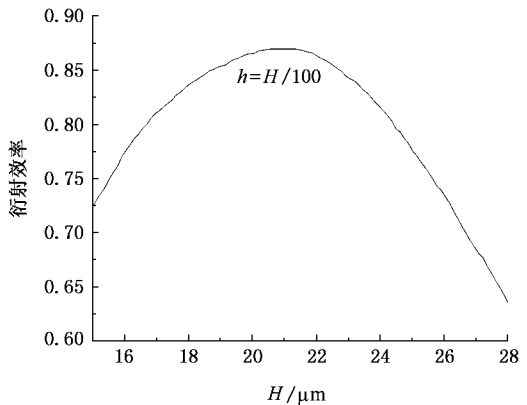
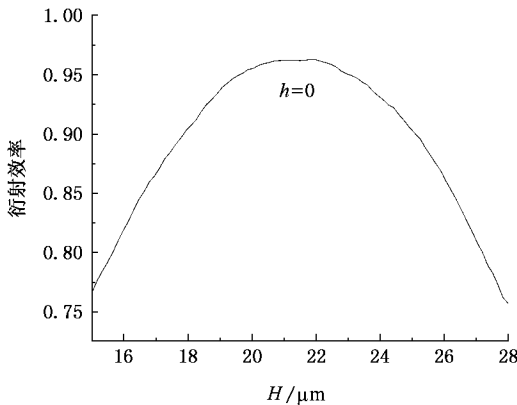


图5 $w_0 \rightarrow \infty$ 时,平面波 η_{+1} 随 H 变化

VPHG 两者的 η_{+1} 之差最高达 37.98% ,而当 $w_0 > 12\lambda$ 时 ,这两者的 η_{+1} 随 w_0 增大其值都保持恒定 ,但前者的 η_{+1} 比后者的 η_{+1} 大 5.53% .其原因是因为光栅的表面起伏将入射光的能量分散了 .

图 5 给出了当 $w_0 \rightarrow \infty$ 时平面波入射 ,光栅表面有无起伏的 η_{+1} 随 H 增大的变化 .从图 5 可以看出 ,当 $h = 0, \eta_{+1} > 80\%$ 时 , $H \in (15.65 \mu\text{m}, 27.19 \mu\text{m})$,当 $h = H/100, \eta_{+1} > 80\%$ 时 , $H \in (16.82 \mu\text{m}, 24.23 \mu\text{m})$.VPHG 的表面起伏不仅使实际 VPHG 的 η_{+1} 最大值较之理想 VPHG 的 η_{+1} 最大值下降了 9.92% ,且使满足 $\eta_{+1} > 80\%$, $h = H/100$ 的 H 取值区间的宽度减小为 $h = 0$ 时的 3/4 .图 6 给出了 $w_0 = 3\lambda$ 的高斯光束入射 ,光栅表面有无起伏的 η_{+1} 随 H 变化的曲线 .当 $h = 0, H \in (18.74 \mu\text{m}, 25.40 \mu\text{m})$ 时 , $\eta_{+1} > 80\%$,相比 $w_0 \rightarrow \infty$ 时 , H 区间宽度不仅缩小了 ,而且随 H 增大的变化过程中 , η_{+1} 在两个区间中出现了振荡 .当 $h = H/100, H \in (15.0 \mu\text{m}, 19.4 \mu\text{m}) \cup (21.5 \mu\text{m}, 24.4 \mu\text{m})$ 时 , η_{+1} 随 H 的增大而增大 ,而当 $H \in (19.4 \mu\text{m}, 21.5 \mu\text{m}) \cup (21.5 \mu\text{m}, 28.0 \mu\text{m})$ 时 , η_{+1} 随 H 的增大而减小 .从图 5 图 6 可知 ,当 $w_0 \rightarrow \infty$ 平面波入射 ,光栅表面的起伏虽然降低了 η_{+1} 值 ,并减小了满足 $\eta_{+1} > 80\%$ 时 H 的区间宽度 ,但并不影响 η_{+1} 随 H 增大的变化趋势 .当 $w_0 < 12\lambda$ 的光束入射时 ,光栅的表面起伏不仅降低了 η_{+1} 和减小满足 $\eta_{+1} > 80\%$ 时 H 的区间宽度 ,而且也改变了 η_{+1} 随 H 增大的变化趋势 .

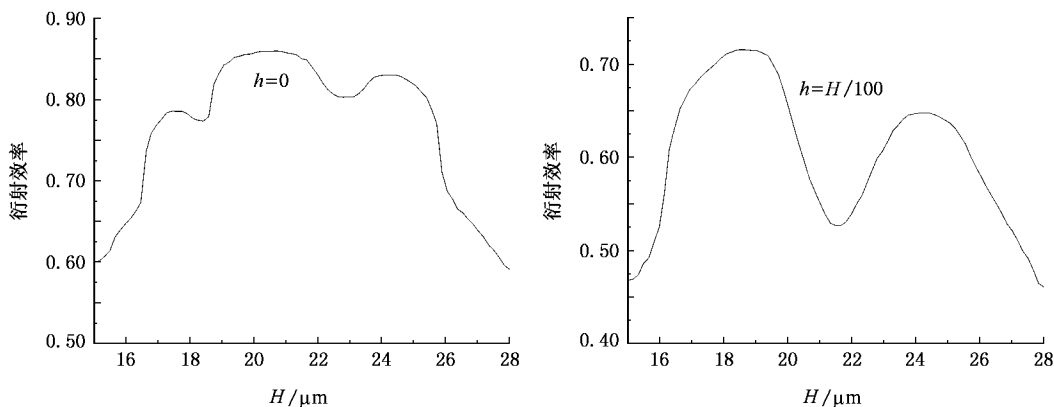


图 6 $w_0 = 3\lambda$ 时, 高斯光束的 η_{+1} 随 H 变化

4. 结 论

基于传统衍射光栅的两种调制方式, 本文提出了一种将这两种传统调制方式集合为一体的新型衍射光栅. 借助角谱表示和严格的傅里叶模式理论, 研究了线偏振高斯光束通过复合型衍射光栅的传输, 分析了特征尺寸与波长可比拟的体积相位全息光栅的表面起伏和入射光束光强的空间分布对光栅衍射效率的影响. 结果表明, 光栅的表面起伏对衍射效率

影响很大, 为保证较高衍射效率, 表面起伏允许的最大值应小于全息相位层厚的 0.43%, 并缩小了高衍射效率 VPHG 的相位全息层取值区间的宽度; 当入射光束的束腰宽度大于 12 倍入射波长时, 实际的 VPHG 和理想的 VPHG 衍射效率随全息层厚的变化都趋向恒定, 当光束腰宽为入射波长的 1/12 时, 实际 VPHG 的衍射效率随相位全息层厚度的变化比理想 VPHG 的复杂. 本文所用理论和有关结果可进一步推广用于研究其他深宽比的亚波长复合型衍射光栅的相关问题.

- [1] Kong W, Liu S, Shen J *et al* 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1143 (in Chinese) [孔伟金、刘世杰、沈 健等 2006 物理学报 **55** 1143]
- [2] Bayanheshig 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2118 (in Chinese) [巴音贺希格 2004 物理学报 **53** 2118]
- [3] Fu K, Wang Z, Zhang D *et al* 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 1278 (in Chinese) [傅克祥、王植恒、张大跃等 1998 物理学报 **47** 1278]
- [4] Rambo P, Schwarz, Smith I 2006 *Opt. Commun.* **260** 403
- [5] Yu D, Yang J, Chen L *et al* 2003 *OFC TuN* **4** 255
- [6] Hang W, Amitai Y, Friesem A 2002 *Appl. Opt.* **41** 5851
- [7] Shamonia. E, Kamenov V, Ringhofer K *et al* 1998 *J. Opt. Soc. Am. A* **15** 2552

- [8] Granet G, Guizal B 2005 *Opt Commun.* **255** 1
- [9] Fu K, Wang Z, Zhang D *et al* 1999 *Science in China (Series A)* **42** 636
- [10] Li L 1998 *J. Mod. Opt.* **45** 1313
- [11] Born M, Wolf E 1975 *Principle of Optics*. 5th ed. (Oxford, Pergamon) p387
- [12] John M, Partha P 1999 *J. Opt. Soc. Am. A* **16** 1097
- [13] Li L 1993 *J. Opt. Soc. Am. A* **10** 2581

Propagation of linearly polarized Gaussian beam through the compound modulated diffraction grating^{*}

Li Jian-Long Lü Bai-Da[†]

(*Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu 610064, China*)

(Received 24 April 2007 ; revised manuscript received 3 July 2007)

Abstract

A new type of diffraction grating called the compound modulated diffraction grating is proposed, which incorporates both surface relief and periodic refractive index modulation. Based on the angular spectrum representation and strict modal theory, the propagation of linearly polarized Gaussian beam through the compound-modulated diffraction grating whose characteristic size is comparable with the wavelength is studied. It is shown that the propagation of beam in each layer is different and the intensity fluctuation frequency in the compound-modulated grating is smaller than that in the conventional relief grating at the same transmission depth. Using the compound modulated grating model, the influence of surface fluctuation of the sub-wavelength-volume phase holographic grating and waist width of the incident beam on the diffraction efficiency is analyzed.

Keywords : compound modulated diffraction grating, sub-wavelength-volume phase holographic grating, Gaussian beam, strict modal theory

PACC : 4000, 2410H, 0365G

^{*} Project support by the National Natural Science Foundation of China (Grant No.10574097).

[†] E-mail : baidalu0@tom.com