

利用双光子过程实现量子信息转移^{*}

杨 雄 童朝阳 匡乐满[†]

(湖南师范大学物理与信息科学学院,长沙 410081)

(2007 年 3 月 19 日收到,2007 年 4 月 18 日收到修改稿)

提出了一个利用耦合双原子同时与大失谐的双光子 Jaynes-Cummings 模相互作用实现量子信息转移的方案.通过控制原子与腔场的相互作用时间及量子位的旋转操作角,可以实现原子与原子之间及原子与腔场之间的量子信息转移,而包含在欲转移量子态上的信息可被完全擦除.

关键词:二能级原子,双光子 Jaynes-Cummings 模型,量子信息转移,偶极-偶极相互作用

PACC:4250

1. 引言

在量子通信领域,量子信息转移是一个必不可少的环节.而实现量子信息转移的方法通常有两种:量子隐形传态和量子态转移.量子隐形传态借助的是量子与经典通道以及相关量子位的 Bell 联合测量实现量子信息的传递,但携带量子信息的量子位本身并未移动.而量子态转移则是使携带信息的量子位从一个量子态转移到另一个量子态上.无论哪种方法,都需要一种量子器件在实现量子信息转移的过程中,进行量子信息的存取,读写及擦除等功能.近年来,人们在各种物理系统广泛研究了能实现上述逻辑功能的量子器件,如离子阱^[1]、腔量子电动力学(QED)^[2]、核磁共振^[3]、超导系统^[4]等.其中腔 QED 技术作为处理量子信息最有前途的技术受到人们青睐,人们基于腔 QED 技术已提出许多量子信息转移的方案.文献[5]提出了用 Λ 形三能级原子与双模腔场绝热相互作用实现量子态转移和量子态存取的理论方案.文献[6]基于两个耦合的二能级原子同时与单模腔场发生大失谐相互作用,提出了一个实现量子态转移的方案.

另一方面,由于双光子微波激光器的成功运转和双光子过程中原子具有周期性量子力学通道的特性,使双光子 Jaynes-Cummings(J-C)模型成为量子光学的重要模型和量子通信中正确传递量子信息的重要

工具.因此,双光子过程成为人们深入研究的热点之一^[7-9].本文提出一个利用耦合双原子同时与单模腔场的双光子 J-C 模型在大失谐下相互作用实现量子信息转移的方案.通过控制原子与腔场的相互作用时间及量子位的旋转操作角,可以实现原子与原子之间及原子与腔场之间的量子信息转移.

2. 双光子 J-C 模型在大失谐下的动力学演化

假设两个完全相同的二能级原子同时与一个单模腔场相互作用,原子之间的距离 r_g 远小于腔场的波长,使得原子之间的偶极-偶极相互作用不可忽略.在旋波近似下,系统的哈密顿量(Hamiltonian)为^[7]

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \hat{H}_0 + \hat{H}_I, \\ \hat{H}_0 &= \omega_0 \hat{a}^\dagger \hat{a} + \sum_{j=1}^2 \omega_j \hat{S}_j^z, \\ \hat{H}_I &= \sum_{j=1}^2 g_j [(\hat{a}^\dagger) \hat{S}_j^- + \hat{a}^2 \hat{S}_j^+] \\ &\quad + \Omega \sum_{j \neq i}^2 \hat{S}_j^+ \hat{S}_i^- (\hbar = 1), \end{aligned} \quad (1)$$

其中, \hat{H}_0 表示系统的自由哈密顿量, \hat{H}_I 表示相互作用的哈密顿量; \hat{a} 和 \hat{a}^\dagger 分别为频率 ω_0 腔场的湮没和产生算符; \hat{S}_j^z 和 \hat{S}_j^\pm 为描述第 j 个原子行为的赝自旋算符,其本征跃迁频率为 ω_j ; g_j 为第 j 个原子与腔场的耦合系数, Ω 为描述原子间偶极-偶极相互

^{*} 湖南省自然科学基金(批准号 05JJ30012)资助的课题.

[†] E-mail: lmkuang@hunnu.edu.cn

作用的偶合常数.

可以证明 $[\hat{H}_0, \hat{H}] = 0$. 于是, 经么正变换 $e^{i\hat{H}_0 t} \hat{H}_I e^{-i\hat{H}_0 t}$ 后, 在相互作用绘景中, 相互作用的哈密顿量变为

$$\hat{H}'_I = \sum_{j=1}^2 g_j [e^{i\Delta t} \hat{a}^2 \hat{S}_j^+ + e^{-i\Delta t} (\hat{a}^+) \hat{S}_j^-] + \Omega \sum_{j \neq i}^2 \hat{S}_j^+ \hat{S}_j^- (\Delta = \omega_j - 2\omega_0), \quad (2)$$

在大失谐下, 即 $\Delta = \omega_j - 2\omega_0 \gg g_j$ 的情况下, 体系的有效哈密顿为

$$\hat{H}'_{\text{eff}} = \sum_{j=1}^2 \frac{2g_j^2}{\Delta} [(\hat{a}^+ \hat{a}^-) - \hat{a}^+ \hat{a}] \hat{S}_j^z + \Omega \sum_{j \neq i}^2 \hat{S}_j^+ \hat{S}_i^-. \quad (3)$$

于是在相互作用绘景中, 原子-腔场系统的态将按如下规律演化:

$$|\Psi(t)\rangle = \exp(-i\hat{H}'_{\text{eff}} t) |\Psi(0)\rangle, \quad (4)$$

这里 $|\Psi(0)\rangle$ 是系统的初态.

假设初始时刻双原子与腔场处于如下的态:

$$|\Psi(0)\rangle = |\Psi(0)\rangle_f \otimes |\Psi(0)\rangle_{12} = \sum_{n=0}^{\infty} C_n |n\rangle \otimes (a_1 |e_1\rangle + b_1 |g_1\rangle) \otimes (a_2 |e_2\rangle + b_2 |g_2\rangle), \quad (5)$$

其中 $C_n = n! |\Psi(0)\rangle_f$, n 为粒子数态, 脚标 f 和 $1(2)$ 分别表示腔场和第 $1(2)$ 个原子. a_1, b_1, a_2 和 b_2 表示原子叠加系数, 且满足 $|a_j|^2 + |b_j|^2 = 1 (j=1, 2)$, 将(5)式代入(4)式, 便可得任意时刻 t 系统的态矢

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \exp\left[-i \frac{4g^2}{\Delta} (n^2 - n)t\right] a_1 a_2 |e e\rangle_{12} + \sum_{n=0}^{\infty} C_n \exp\left[i \frac{4g^2}{\Delta} (n^2 - n)t\right] b_1 b_2 |g g\rangle_{12} + \sum_{n=0}^{\infty} C_n |n\rangle [\cos(\Omega t) |e g\rangle_{12} - \text{isinh}(\Omega t) |g e\rangle_{12}] a_1 b_2 - \sum_{n=0}^{\infty} C_n |n\rangle [-\text{isinh}(\Omega t) |e g\rangle_{12} + \cos(\Omega t) |g e\rangle_{12}] a_2 b_1. \quad (6)$$

3. 量子信息转移

3.1. 量子信息在两原子间的转移

我们首先研究如何将量子信息从一个原子转移到另一个原子. 为此, 将单模腔场初始制备于相干态

$$|\Psi(0)\rangle_f = |\alpha\rangle = \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle, \quad (7)$$

若设原子 1 携带欲转移的未知量子信息, 原子 2 为信息的接受者, 将它们初始时刻制备于如下的态:

$$|\Psi(0)\rangle_{12} = (a_1 |e_1\rangle + b_1 |g_1\rangle) |e_2\rangle, \quad (8)$$

即系统的初态为

$$|\Psi(0)\rangle_{12} = |\alpha\rangle \otimes (a_1 |e_1\rangle + b_1 |g_1\rangle) |e_2\rangle \quad (9)$$

其中 a_1, b_1 系数为未知, 表示转移一个未知态的信息.

根据(6)式, 经过一段相互作用时间 t 后, 系统和态矢将演化到

$$|\Psi(t)\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \left\{ e^{-i\frac{4g^2}{\Delta}(n^2-n)t} a_1 |e_1\rangle |e_2\rangle + b_1 [-\text{isinh}(\Omega t) |e_1\rangle |g_2\rangle + \cos(\Omega t) |g_1\rangle |e_2\rangle] \right\} |n\rangle. \quad (10)$$

通过调节原子的速度控制双原子与腔场的相互作用时间 τ , 使其满足

$$\frac{g^2 \tau}{\Delta} = k \frac{\pi}{2}, \quad \Omega \tau = (2k - 1) \frac{\pi}{2}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (11)$$

考虑到(7)式的相干态表示, 由(10)式得到双原子与腔场的态矢为

$$|\Psi(\tau)\rangle^1 = |\alpha\rangle |e_1\rangle (a_1 |e_2\rangle + i b_1 |g_2\rangle), \quad k \text{ 为偶数}, \quad (12)$$

$$|\Psi(\tau)\rangle^2 = |\alpha\rangle |e_1\rangle (a_1 |e_2\rangle - i b_1 |g_2\rangle), \quad k \text{ 为奇数}, \quad (13)$$

然后, 让原子 2 通过一经典场, 使其对原子 2 实行如下旋转操作:

$$U = \exp[-i\theta(|e_1\rangle\langle e_1| - |g_1\rangle\langle g_1|)], \quad (14)$$

其中 θ 为对原子的旋转角度. 当 k 为偶数时, 控制 $\theta = \frac{\pi}{4}$; k 为奇数时, $\theta = \frac{3\pi}{4}$, 则原子 2 的态矢最终变为

$$|\psi_2\rangle = a_1 |e_2\rangle + b_1 |g_2\rangle. \quad (15)$$

至此, 在单模腔场和经典场作用下, 实现了量子信息从原子 1 到原子 2 的转移. 若使原子 2 初始处于基态, 原子 1 和腔场的态与(9)式同, 那么由(6)式系统的态将演化为

$$|\Psi(t)\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \left\{ e^{i\frac{4g^2}{\Delta}(n^2-n)t} b_1 |g_1\rangle |g_2\rangle \right.$$

$$+ a_1 [\cos(\Omega t) |e_1\rangle |g_2\rangle - i \sin(\Omega t) |g_1\rangle |e_2\rangle] |n\rangle. \quad (16)$$

用满足与(11)式相同的条件控制原子与腔场的相互作用时间,则双原子与腔场的态矢为

$$|\Psi(\tau)\rangle^1 = |\alpha\rangle |g_1\rangle (-ia_1 |e_2\rangle + b_1 |g_2\rangle), \quad k \text{ 为奇数}, \quad (17)$$

$$|\Psi(\tau)\rangle^2 = |\alpha\rangle |g_1\rangle (ia_1 |e_2\rangle + b_1 |g_2\rangle), \quad k \text{ 为偶数}. \quad (18)$$

依旧让原子 2 经过(14)式描述的经典场,但当 k 为偶数时,取 $\theta = \frac{3\pi}{4}$; k 为奇数时,取 $\theta = \frac{\pi}{4}$,则原子 2 的态矢最终也变为

$$|\psi_2\rangle = a_1 |e_2\rangle + b_1 |g_2\rangle. \quad (19)$$

即当原子 2 处于基态,量子信息也能从原子 1 转移到原子 2.

下面再研究一种情形.将初始腔场制备于 Schrödinger 猫态,而双原子处于(8)式所描述的态,即

$$|\Psi(0)\rangle = |\Psi(0)\rangle_f \otimes |\Psi(0)\rangle_{12} \\ = \frac{1}{N_a} (|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle) \\ \otimes (a_1 |e_1\rangle + b_1 |g_1\rangle) |e_2\rangle, \quad (20)$$

其中 N_a 为归一化系数.由(6)式可知,双原子离开腔场后,系统的态矢为

$$|\Psi(t)\rangle = \frac{1}{N_a} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} a_1 \left[\sum_{n=0}^{\infty} e^{-i\frac{4g^2}{\Delta}(n^2-n)t} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \right. \\ \left. + e^{-i\frac{4g^2}{\Delta}(n^2-n)t} \frac{(-\alpha)^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \right] |e_1\rangle |e_2\rangle \\ + \frac{1}{N_a} b_1 (|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle) \\ \times [-i \sin(\Omega t) |e_1\rangle |g_2\rangle + \cos(\Omega t) |g_1\rangle |e_2\rangle]. \quad (21)$$

同样控制原子在腔场中的运动速度,使相互作用时间满足

$$\frac{g^2 \tau}{\Delta} = k \frac{\pi}{4}, \\ \Omega \tau = (2k-1) \frac{\pi}{2}, \\ k = 1, 2, \dots, \quad (22)$$

则系统的态矢可写为

$$|\Psi(\tau)\rangle^1 = \frac{1}{N_a} (|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle) |e_1\rangle \times (a_1 |e_2\rangle - ib_1 |g_2\rangle), \\ k \text{ 为奇数}, \quad (23)$$

$$|\Psi(\tau)\rangle^2 = \frac{1}{N_a} (|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle) |e_1\rangle \times (a_1 |e_2\rangle + ib_1 |g_2\rangle), \\ k \text{ 为偶数}. \quad (24)$$

然后让原子 2 通过(14)式的经典场,若 k 为偶数时,选取 $\theta = \frac{\pi}{4}$; k 为奇数时,选取 $\theta = \frac{3\pi}{4}$,最后原子 2 的态矢为

$$|\Psi(\tau)\rangle_2 = a_1 |e_2\rangle + b_1 |g_2\rangle, \quad (25)$$

在这种情形下,同样能实现量子信息从原子 1 转移到原子 2.

由上面的讨论看到,当原子 2 处于基态或激发态,腔场制备于相干态或者 Schrödinger 猫态时,均能实现量子信息从一个原子转移到另一个原子.

3.2. 量子信息在腔场与双原子态之间的转移

本节研究量子信息如何从腔场态转移到双原子态.为此,假设双原子初始处于纠缠态

$$|\Psi(0)\rangle_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|ee\rangle_{12} + |gg\rangle_{12}), \quad (26)$$

腔场处于量子态

$$|\Psi(0)\rangle_f = \frac{1}{N_a} (a|\alpha\rangle + b|-\alpha\rangle), \quad (27)$$

其中 N_a 为归一化系数, a, b 为未知系数,欲转移的量子信息储存于腔场中,于是初始时刻双原子与腔场系统的态矢为

$$|\Psi(0)\rangle_{12f} = \frac{1}{N_a} (a|\alpha\rangle + b|-\alpha\rangle) \\ \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (|ee\rangle_{12} + |gg\rangle_{12}). \quad (28)$$

当双原子离开腔场后,系统的态矢为

$$|\Psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2} N_a} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \left[a \left(\frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} e^{-i\frac{4g^2}{\Delta}(n^2-n)t} |ee\rangle_{12} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{(-\alpha)^n}{\sqrt{n!}} e^{i\frac{4g^2}{\Delta}(n^2-n)t} |gg\rangle_{12} \right) \right. \\ \left. + b \left(\frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} e^{-i\frac{4g^2}{\Delta}(n^2-n)t} |ee\rangle_{12} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{(-\alpha)^n}{\sqrt{n!}} e^{i\frac{4g^2}{\Delta}(n^2-n)t} |gg\rangle_{12} \right) \right]. \quad (29)$$

若控制双原子与腔场的相互作用时间,使其满足

$$\frac{g^2 \tau}{\Delta} = (2k-1) \frac{\pi}{8}, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (30)$$

此时,系统的态矢变为

$$|\Psi(\tau)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2} N_a} \left[\left(\frac{1-i}{2} |\alpha\rangle + \frac{1+i}{2} |-\alpha\rangle \right) (a|ee\rangle + b|gg\rangle) \right.$$

$$+ \left(\frac{1+i}{2} |i\alpha\rangle + \frac{1-i}{2} |-i\alpha\rangle \right) (b |ee\rangle + a |gg\rangle), \quad (31)$$

(31)式表明,量子信息从腔场转移到了双原子纠缠态上.

4. 结 论

如前节所示,我们给出了利用耦合双原子同时与大失谐的双光子 Jaynes-Cummings 模型相互作用

实现量子信息转移的方案. 所得结果表明,腔场初始制备于相干态,无论欲接受的原子制备于基态还是激发态,均能成功实现量子信息从一个原子转移到另一个原子. 当腔场携带欲转移的量子信息时,向腔场注入一对纠缠的原子,操纵耦合双原子与腔场的相互作用时间,也能实现量子信息转移到双原子纠缠态上. 与文献[6]一样,此方案不需要对原子进行选择测量和腔场探测,只要控制原子在腔中的速度和对原子进行经典操作,就能实现量子信息的转移.

- [1] Zheng X J, Fang M F, Cai J W, Liao X P 2006 *Chin. Phys.* **15** 492
 [2] Song K H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4730 (in Chinese) [宋克慧 2005 物理学报 **54** 4730]
 [3] Gershenfield N A, Chuang I L 1997 *Science* **275** 350
 [4] Makhliya Y, Schon G, Hermon Z 2001 *Rev. Mod. Phys.* **73** 357
 [5] Biswas A, Agarwal G S 2003 *Phys. Rev. A* **70** 22323
 [6] Xiang S H, Song K H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1190 (in Chinese) [向少华、宋克慧 2005 物理学报 **54** 1190]

- [7] Gao Y F, Feng J, Song T Q 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 1650 (in Chinese) [高云峰、冯健、宋同强 1999 物理学报 **48** 1650]
 [8] Tian Y H, Peng J S, Xu D H, Tao S H 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 1439 (in Chinese) [田永红、彭金生、徐大海、陶少华 1999 物理学报 **48** 1439]
 [9] Liu X J, Zhou B J, Fang M F, Zhou Q P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 704 (in Chinese) [刘小娟、周并举、方卯发、周清平 2006 物理学报 **55** 704]

Transfer of quantum information via the two-photon process^{*}

Yang Xiong Tong Zhao-Yang Kuang Le-Man[†]

(College of Physics and Information Science, Hunan Normal University, Changsha 410081, China)

(Received 19 March 2007; revised manuscript received 18 April 2007)

Abstract

A scheme is presented for transferring quantum information based on interaction between Jaynes-Cummings model with large detuning and two two-level atoms. It can be shown that quantum information can be transferred from one atom to the other atom, or from the cavity mode to the two atoms by manipulating the interactions between cavity field and two atoms, and the information contained in the transferring atom or cavity mode is completely erased.

Keywords: two-level atom, two-photon Jaynes-Cummings model, quantum information transfer, dipole-dipole interaction

PACC: 4250

^{*} Projected supported by the Natural Science Foundation of Hunan Province, China (Grant No. 05JJ30012).

[†] E-mail: lmkuang@hunnu.edu.cn