

具有 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用的一维 随机量子 XY 模型中的纠缠特性*

单传家 程维文 刘堂昆[†] 黄燕霞 李 宏

(湖北师范学院物理系,黄石 435002)

(2007 年 9 月 2 日收到,2007 年 9 月 27 日收到修改稿)

研究了一维随机量子 XY 自旋链中中心两量子位的纠缠特性,在该系统中引入了自旋间的交换耦合杂质、磁杂质和 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用,并且杂质满足高斯分布关系.通过数值计算,求出了自旋的关联函数和平均磁化强度,给出了 Concurrence 的解析表达式.结果表明,高斯分布和 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用对两量子位的纠缠有重要的影响,选择合适的交换耦合、外界磁场和 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用参数,可以控制和提高中心两量子位的纠缠.

关键词:纠缠,随机量子 XY 模型,高斯分布, Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用

PACC: 0365, 7510J

1. 引 言

量子纠缠已作为一种重要的资源应用于量子信息处理中,利用纠缠可以实现量子隐形传态^[1]、密集编码^[2]、密钥共享^[3]、量子密码术^[4]和量子克隆^[5]等,是实现量子计算机硬件的重要物理量.因此,对量子纠缠的操纵和控制就显得尤为重要.在量子纠缠的物理实现上,已经提出的方案有腔量子电动力学(C-QED)^[6-9]、量子自旋系统^[10,11]、量子点、超导系统^[12]等.一维量子自旋系统为研究纠缠提供了非常优越的理论框架,人们研究了各种相互作用的自旋链模型,比如两体的 Heisenberg XX 链^[13]、XY 链^[14]、XYZ 链^[15]、三体对热纠缠^[16]、有杂质的对热纠缠^[17]等.由于自旋链具有丰富的纠缠特性,在量子态传输等方面有着重要的应用,海森伯模型已被用于基于量子点的量子计算研究中^[18].

早在 1958 年, Dzyaloshinskii 研究三角弱铁磁体(例如 α -Fe₂O₃, MnCO₃ 和 CoCO₃)时提出在反铁磁体中存在一种各向异性的相互作用使磁矩倾斜而造成弱铁磁性^[19],1960 年 Moriya 利用 Anderson 超交换作用的微扰方法给予了微观的理论依据,并给出了

这种作用的具体形式^[20], $\sum_{ij} D_{ij} \cdot (S_i \times S_j)$,其中 D_{ij} 代表 Dzyaloshinskii-Moriya(DM)相互作用参量,DM 相互作用参量是反对称的,即 $D_{ij} = -D_{ji}$.它对系统性质产生十分重要的影响,经常使某些系统表现出一些新的性质.具有 DM 相互作用的量子自旋系统相变^[21,22]是凝聚态物理和统计物理学中的研究热点问题之一,自 DM 相互作用被提出以来,人们研究了具有 DM 相互作用的多种自旋系统,发现 DM 相互作用对所研究系统的性质有重要影响^[23,24].

最近,一维随机量子自旋链中两量子位的纠缠特性受到人们的关注,Wu 等^[25]研究了随机场 Ising 模型中的基态和热态,此时随机场满足平均值为 0、变量为 1 的高斯分布,Osterloh 等^[26]对一维纯态磁系统中发生量子相变时两量子位的纠缠特性进行了研究,Osenda 等^[27]研究了有杂质时的一维磁系统中的纠缠,通过改变系统的参量和杂质可以控制和提高量子位之间的纠缠,Huang 等^[28]引入高斯分布的杂质,通过改变外场的强度和参量,研究了中心位置量子位的纠缠特性.引入 DM 相互作用,Wang^[29]研究了具有 DM 相互作用的两量子位海森伯 XXZ 模型中的热纠缠,发现 DM 相互作用可以提高临界温度,Zhang^[30]研究了具有 DM 相互作用的两

* 湖北省科技研究重大项目(批准号:Z200522001),湖北省自然科学基金(批准号:2006ABA055)和湖北师范学院研究生启动项目(批准号:2007D20)资助的课题.

[†] 通信联系人.E-mail: tkliuhs@163.com

量子位海森伯模型中的热纠缠和隐形传态,发现 DM 相互作用可以提高纠缠和传送的保真度, Gurkan 等^[31]对各种类型的海森伯自旋链进行了研究,得出 DM 相互作用是一个很有效的控制纠缠的参数.

受上述文献的启发,我们在一维随机的量子 XY 模型中引入 DM 相互作用,并且 DM 相互作用中的杂质也满足高斯分布,研究了中心两量子位的纠缠变化.通过求解自旋的关联函数和平均磁化强度,给出了 Concurrence 的解析表达式.结果表明:当自旋间的交换耦合较弱时, Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用对纠缠的影响不大,但是当自旋间的交换耦合较强时, Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用对纠缠有很重要的影响,并且可以产生稳定的纠缠.选择合适的交换耦合杂质、磁场杂质和 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用参数,可以控制和提高中心两量子位的纠缠.

2. 理论模型及其自旋关联函数

20 世纪 60 年代, Lieb 等人在研究多体系统时提出了一个新的精确可解模型,即自旋 $S = 1/2$ 的 XY 链.量子 XY 模型的哈密顿量为^[32]

$$H = -\frac{1+\gamma}{2} \sum_{i=1}^N J_{i,i+1} \sigma_i^x \sigma_{i+1}^x - \frac{1-\gamma}{2} \sum_{i=1}^N J_{i,i+1} \sigma_i^y \sigma_{i+1}^y, \quad (1)$$

其中 σ_i^α ($\alpha = x, y$) 代表格点 i 上的自旋分量, γ 是各向异性参数.量子 XY 模型的哈密顿量(1)式中引入外界磁场和 DM 相互作用,那么此时系统的哈密顿量可以写为

$$H = -\frac{1+\gamma}{2} \sum_{i=1}^N J_{i,i+1} \sigma_i^x \sigma_{i+1}^x - \frac{1-\gamma}{2} \sum_{i=1}^N J_{i,i+1} \sigma_i^y \sigma_{i+1}^y - \sum_{i=1}^N h_i \sigma_i^z - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \mathbf{D}_{i,i+1} \cdot (\boldsymbol{\sigma}_i \times \boldsymbol{\sigma}_{i+1}), \quad (2)$$

假设系统满足如下的周期性边界条件:

$$\sigma_{N+1}^x = \sigma_1^x, \sigma_{N+1}^y = \sigma_1^y, \sigma_{N+1}^z = \sigma_1^z. \quad (3)$$

引入上升下降算符 (a_i^+, a_i^-) 和费米算符 (c_i)^[32],

$$a_i^+ = \frac{1}{2}(\sigma_i^x + i\sigma_i^y) = c_i^+ \exp\left(i\pi \sum_{j=1}^{i-1} c_j^+ c_j\right),$$

$$a_i^- = \frac{1}{2}(\sigma_i^x - i\sigma_i^y) = \exp\left(-i\pi \sum_{j=1}^{i-1} c_j^+ c_j\right) c_i, \quad (4)$$

此时系统的哈密顿量为

$$H = -\sum_{i=1}^N [(J_{i,i+1} + iD_{i,i+1})c_i^+ c_{i+1} + J_{i,i+1} \gamma c_i^+ c_{i+1}^+ + \text{h.c.}] - \sum_{i=1}^N h_i \left(c_i^+ c_i - \frac{1}{2}\right). \quad (5)$$

本文中,交换耦合为 $J_{i,i+1} = J(1 + \alpha_{i,i+1})$,其中 $\alpha_{i,i+1} = \xi \times \exp\left(-\epsilon\left(i - \frac{N+1}{2}\right)\right)$ 表示杂质为高斯分布.同样,外场和 DM 相互作用(取 Z 轴方向)可以表示为

$$h_i = h(1 + \beta_i),$$

$$\beta_i = \zeta \times \exp\left(-\epsilon\left(i - \frac{N+1}{2}\right)\right),$$

$$D_{i,i+1} = D(1 + \chi_{i,i+1}),$$

$$\chi_{i,i+1} = \xi \times \exp\left(-\epsilon\left(i - \frac{N+1}{2}\right)\right).$$

当 $\alpha = \beta = \chi = 0$ 时,上述系统对应纯态的情况;当 $D = 0$,可以回到文献[27, 28]所对应的情况.通过引入参量 $J = J/2h$, 对称矩阵 A 和反对称矩阵 B , 系统的哈密顿量可以写为

$$H = \sum_{i,j=1}^N \left[c_i^+ A_{i,j} c_j + \frac{1}{2} (c_i^+ B_{i,j} c_j^+ + \text{h.c.}) \right]. \quad (6)$$

通过下面费米算符的线性叠加

$$\eta_k = \sum_{i=1}^N g_{ki} c_i + h_{ki} c_i^+,$$

$$\eta_k^+ = \sum_{i=1}^N g_{ki} c_i^+ + h_{ki} c_i,$$

上述的哈密顿量可以进行对角化为

$$H = \sum_k \Lambda_k \eta_k^+ \eta_k + \text{const.}, \quad (7)$$

其中 $\phi_k(A - B) = \Lambda_k \psi_k$, $\psi_k(A + B) = \Lambda_k \phi_k$, $\phi_k = g_{ki} + h_{ki}$, $\psi_k = g_{ki} - h_{ki}$.最后系统的基态 $|\psi_0\rangle$ 可以表示为 $\eta_k |\psi_0\rangle = 0$.

为了求得两量子位的纠缠,我们先计算一下基态的自旋关联函数和每个自旋的平均磁化强度.它们的表达式为^[32]

$$S_{lm}^x = \frac{1}{4} \langle \psi_0 | \sigma_l^x \sigma_m^x | \psi_0 \rangle,$$

$$S_{lm}^y = \frac{1}{4} \langle \psi_0 | \sigma_l^y \sigma_m^y | \psi_0 \rangle,$$

$$S_{lm}^z = \frac{1}{4} \langle \psi_0 | \sigma_l^z \sigma_m^z | \psi_0 \rangle,$$

$$M_i^z = \frac{1}{2} \langle \psi_0 | \sigma_i^z | \psi_0 \rangle. \quad (8)$$

这些自旋关联函数表示成了费米算符的期待值,然

后利用 Wick 理论^[33] 表达式重新改写为

$$\begin{aligned} S_{lm}^x &= \frac{1}{4} \begin{pmatrix} G_{l,l+1} & G_{l,l+2} & \cdots & G_{l,m} \\ & & \ddots & \\ G_{m-1,l+1} & G_{m-1,l+2} & \cdots & G_{m-1,m} \end{pmatrix}, \\ S_{lm}^y &= \frac{1}{4} \begin{pmatrix} G_{l+1,l} & G_{l+1,l+1} & \cdots & G_{l+1,m-1} \\ & & \ddots & \\ G_{m,l} & G_{m,l+1} & \cdots & G_{m,m-1} \end{pmatrix}, \\ S_{lm}^z &= \frac{1}{4} (G_{l,l} G_{m,m} - G_{l,m} G_{m,l}), \\ M_i^z &= \frac{1}{2} G_{i,i} G_{i,i} = - \sum_k^N \psi_{ki} \phi_{kj}. \end{aligned} \quad (9)$$

3. 数值计算与理论分析

现在,计算最近邻的中心两量子位的对纠缠,当然表征纠缠的方法很多,在这里用的是 Concurrence 的方法. 对于一个混态的密度矩阵 ρ , 它的 Concurrence 可以表示为^[34]

$$\mathcal{C}(\rho) = \max(0, \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4), \quad (10)$$

其中 $\lambda_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 为算符 R 按降序排列的算术平方根,

$$R = \sqrt{\sqrt{\rho} \tilde{\rho} \sqrt{\rho}} = (\sigma_y \otimes \sigma_y) \rho^* (\sigma_y \otimes \sigma_y), \quad (11)$$

ρ^* 为 ρ 的复共轭, Concurrence 从 0 到 1 变化, 当 $c = 0$, 表示两量子位完全分离, 当 $c = 1$, 表示两量子位处于最大纠缠, 当 $0 < c < 1$, 表示两量子位处于部分纠缠.

约化密度矩阵的形式来源于哈密顿量的对称性, $\mathcal{C}(i, j)$ 的大小是与 i, j 的位置以及差值有关, 这里计算的是最近邻的量子位纠缠, 利用密度矩阵的算符展开以及哈密顿量的对称性^[35], 选择两量子位的四个基矢, 在 $|\uparrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle, |\downarrow\downarrow\rangle$ 下, 密度矩阵为

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{11} & 0 & 0 & \rho_{14} \\ 0 & \rho_{22} & \rho_{23} & 0 \\ 0 & \rho_{32} & \rho_{33} & 0 \\ \rho_{41} & 0 & 0 & \rho_{44} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

求得的本征值分别为

$$\begin{aligned} \lambda_a &= \sqrt{\rho_{11}\rho_{44}} + |\rho_{14}|, \\ \lambda_b &= \sqrt{\rho_{11}\rho_{44}} - |\rho_{14}|, \\ \lambda_c &= \sqrt{\rho_{22}\rho_{33}} + |\rho_{23}|, \\ \lambda_d &= \sqrt{\rho_{22}\rho_{33}} - |\rho_{23}|. \end{aligned} \quad (13)$$

利用 $A = \text{Tr}(\rho A)$, 可以把密度矩阵中所有的元素用前面的自旋关联函数来表示, 即

$$\begin{aligned} \rho_{11} &= \frac{1}{2} M_l^z + \frac{1}{2} M_m^z + \frac{1}{2} S_{lm}^z + \frac{1}{4}, \\ \rho_{22} &= \frac{1}{2} M_l^z - \frac{1}{2} M_m^z - \frac{1}{2} S_{lm}^z + \frac{1}{4}, \\ \rho_{33} &= -\frac{1}{2} M_l^z + \frac{1}{2} M_m^z - \frac{1}{2} S_{lm}^z + \frac{1}{4}, \\ \rho_{44} &= -\frac{1}{2} M_l^z - \frac{1}{2} M_m^z + \frac{1}{2} S_{lm}^z + \frac{1}{4}, \\ \rho_{23} &= S_{lm}^x + S_{lm}^y, \\ \rho_{14} &= S_{lm}^x - S_{lm}^y. \end{aligned} \quad (14)$$

对 (10) 式作数值计算, 可以得到中心两量子位的纠缠量 $C_{50,51}$ 随参量 λ 的变化规律, 具体分析如下 (图 1—图 4). 由于本文主要研究交换耦合杂质、磁场杂质和 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用参数对纠缠的影响, 因此, 我们重点考虑了一维随机量子 Ising 自旋链, 也就是 $\gamma = 1$ 的情况, 对于各向异性参数 γ 的改变以及其他量子位的纠缠将在以后做进一步的研究.

3.1. 交换耦合杂质中的高斯分布参量对量子位纠缠的影响

3.1.1. DM 相互作用固定, 交换耦合杂质中的高斯分布参量对量子位纠缠的影响

图 1 描述的当存在不同的 DM 相互作用时, 通过改变交换耦合杂质中高斯分布的强度, 中心两量子位的纠缠随参量 λ 的演化曲线, 图 1 研究了四种不同的 DM 相互作用下的纠缠演化. 1) 当 $D = 0$ 时, 也就是系统自旋链不存在由轨道耦合引起的 DM 相互作用, 图 1(a) 描述了 $C_{50,51}$ 在不同的交换耦合杂质中高斯分布的强度下的变化, 可以清楚地看到随着 λ 的增大, Concurrence 在临界点 λ_c 附近增加为一个最大值, 超过临界点, 纠缠逐渐变为零. 在这里我们定义一个纠缠达到最大的临界点为 λ_m . 图 1(a) 中的实线对应着没有杂质的情况. 当存在杂质时, 可以看到随着交换耦合杂质中高斯分布的强度的增加, 纠缠变化的速率更快, 并且达到的最大值变大, λ_m 也向左平移, 此时对应较小的 λ . 进一步说, 当外界磁场确定, λ 与 J 是成正比的, 相当于对应较弱的交换耦合系数, 这就表明, 即使有较弱的交换耦合, 通过改变高斯分布的强度, 仍然可以得到较强的纠缠, 这一点对于纠缠的产生和控制具有一定的参考价值. 但是如果超过临界点 λ_m , 纠缠就呈下降的趋势, 最

后逐渐趋于零 随着高斯分布的强度的增大 纠缠下降的速率也越快,很快就变成零,这正好与弱交换耦合时的变化相反.2)图 1(b)对应着 $D = 0.2$ 的情况(约定在本文所有的 D 都是 J 的函数,也就是 $D = 0.2J$),即弱 DM 相互作用,类似的结论可以得到,也就是说 DM 相互作用较小时,起主要作用的依然是交换耦合系数,DM 相互作用对纠缠的影响很小,关于 DM 相互作用的影响将在图 2 做详细讨论.3)图 1(c)和图 1(d)分别给出了 $D = 0.5$ 和 $D = 0.8$ 的情况,此时有较强的 DM 相互作用,一种很有趣的现象

就出现了,在弱交换耦合时,变化曲线和图 1(a)的类似,但是,还可以看到,在强的交换耦合下,纠缠又重新开始增大,最后趋于一个稳定的值.随着高斯分布的强度的增大,纠缠的变化曲线更加明显,速率加快,图 1(c)和图 1(d)中的小图给出了最后的稳定值,可以看到高斯分布的强度越大,最后的纠缠也越大.从上面可以看出,在不同的 DM 相互作用下,纠缠具有不同的演化规律,因此,在下面进一步讨论了 DM 相互作用对中心量子位纠缠的影响.

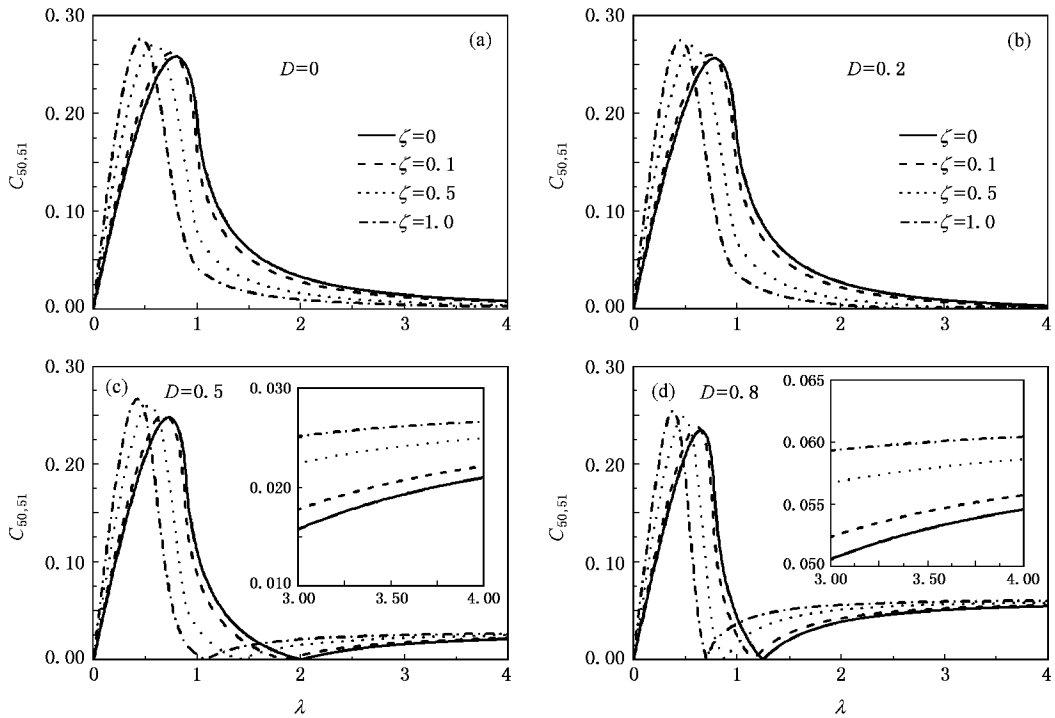


图 1 中心两量子位的纠缠 $C_{50,51}$ 在不同的 DM 相互作用下随参量 λ 的演化曲线 ($\epsilon = 0.1, N = 101$)

3.1.2. 交换耦合杂质中的高斯分布参量固定,DM 相互作用对量子位纠缠的影响

图 2 描述的是当交换耦合杂质中的高斯分布参量固定时,通过改变 DM 相互作用参数,中心两量子位的纠缠随参量 λ 的演化曲线.图 2 也给出了四种不同的交换耦合杂质中的高斯分布强度时的演化特性,可以清楚的看到,弱的 DM 相互作用对纠缠的影响很小.在这里对参量 λ 进行分段($0-\lambda_m$ (纠缠最大的临界点), $\lambda_m-\lambda_0$ (纠缠最小的临界点), λ_0-4).1)当 λ 处于 $0-\lambda_m$ 时,从四个图可以看到,不管存在还是不存在杂质,DM 相互作用对纠缠的变化是没有影响的,即在弱的交换耦合时,纠缠的变化主

要受 J 的影响, J 起着决定性的作用,因此即使存在 DM 相互作用,纠缠也不会随 DM 相互作用变化.当然在不同的杂质下, λ_m 是不同的,在前面已经讨论了 λ_m 的平移问题,在这里不再进行详细的说明.2)当 λ 处于 $\lambda_m-\lambda_0$ 时,从四个图可以看到,随着 DM 相互作用强度的增大,纠缠下降的速率加快, λ_0 向左平移,并且纠缠达到的峰值也变小,在这里交换耦合和 DM 相互作用对纠缠都有很重要的影响,此时的 DM 相互作用会减弱自旋之间的交换耦合强度.3)当 λ 处于 λ_0-4 时,从四个图可以看到,当 DM 相互作用较强时会产生较稳定的纠缠,在不同的杂质情况下,都对应着 DM 相互作用越大,稳定的纠缠越

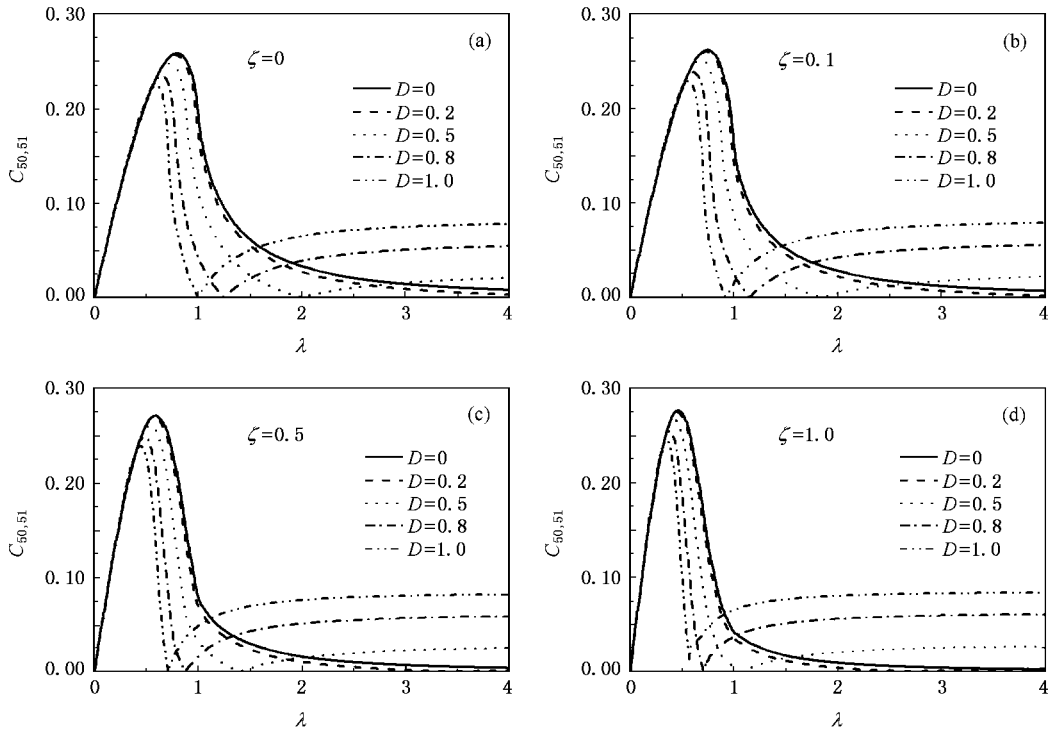


图2 中心两量子位的纠缠 $C_{50,51}$ 在不同的杂质强度下随参量 λ 的变化规律 ($\varepsilon = 0.1, N = 101$)

大,也就是说 DM 相互作用和交换耦合达到一定的程度,起主要作用的是 DM 相互作用,纠缠随交换耦合的变化很小,因此会产生稳定的纠缠.大家都很清楚,在腔 QED 中,当原子进入腔中,除了和腔场进行相互作用外,还存在着原子与原子之间的偶极相互作用,原子与原子之间的偶极相互作用对纠缠有很重要的影响^[7],可以进行类比,把这里的 DM 相互作用看成原子之间的偶极相互作用,这样就可以更加清楚地理解 DM 相互作用的意义以及在纠缠演化中的作用.

3.2. 外界磁场杂质中的高斯分布参量对量子位纠缠的影响

3.2.1. DM 相互作用固定,磁场杂质中的高斯分布参量对量子位纠缠的影响(如图 3 所示)

图 3 描述的当存在不同的 DM 相互作用时,通过改变外界磁场杂质中高斯分布的强度,中心两量子位的纠缠随参量 λ 的演化曲线,给出了四种不同的 DM 相互作用下的纠缠演化.从图 3(a) 可以看到,当不存在 DM 相互作用时,和交换耦合杂质的情况正好相反,随着的增大,Concurrence 在临界点 λ_c 附近增加为一个最大值,超过临界点,纠缠逐渐变为一个稳定的值,而不是零.随着外界磁场杂质中高斯分

布强度的增加,纠缠变化的速率变慢,并且达到的最大值变小, λ_m 也向右平移,这就表明,要得到较大的纠缠,要有小的参量 λ ,由于交换耦合固定,因此要增大外界磁场,或者通过改变高斯分布的强度,仍然可以得到较强的纠缠.但是如果超过临界点 λ_m ,纠缠就呈下降的趋势,最后逐渐趋于稳定值.随着高斯分布强度的增大,纠缠下降的速率变慢,最后的稳定值也变大,这正好与交换耦合时的变化相反.当存在 DM 相互作用时,和交换耦合的情况类似,弱 DM 相互作用对纠缠的影响很小,纠缠决定于外界磁场的变化.当具有较强的 DM 相互作用时,可以看到类似的交换耦合的演化特性,不同的是,随着高斯分布的强度的增大,最后形成的稳定纠缠反而越小,也就是说外界磁场会削弱量子位之间的纠缠,这一点对于纠缠的产生和控制也具有一定的参考价值.

3.2.2. 磁场杂质中的高斯分布参量固定,DM 相互作用对量子位纠缠的影响(如图 4 所示)

图 4 描述的当外界磁场中的高斯分布参量一定时,通过改变 DM 相互作用参数,中心两量子位的纠缠随参量 λ 的演化曲线.与上述的得出的结论一致,弱的 DM 相互作用对纠缠的影响很小.和图 2 相似,当 λ 处于 $0-\lambda_m$ 时,DM 相互作用对纠缠的变化是没有影响的,即在强的外界磁场时,纠缠的变化主

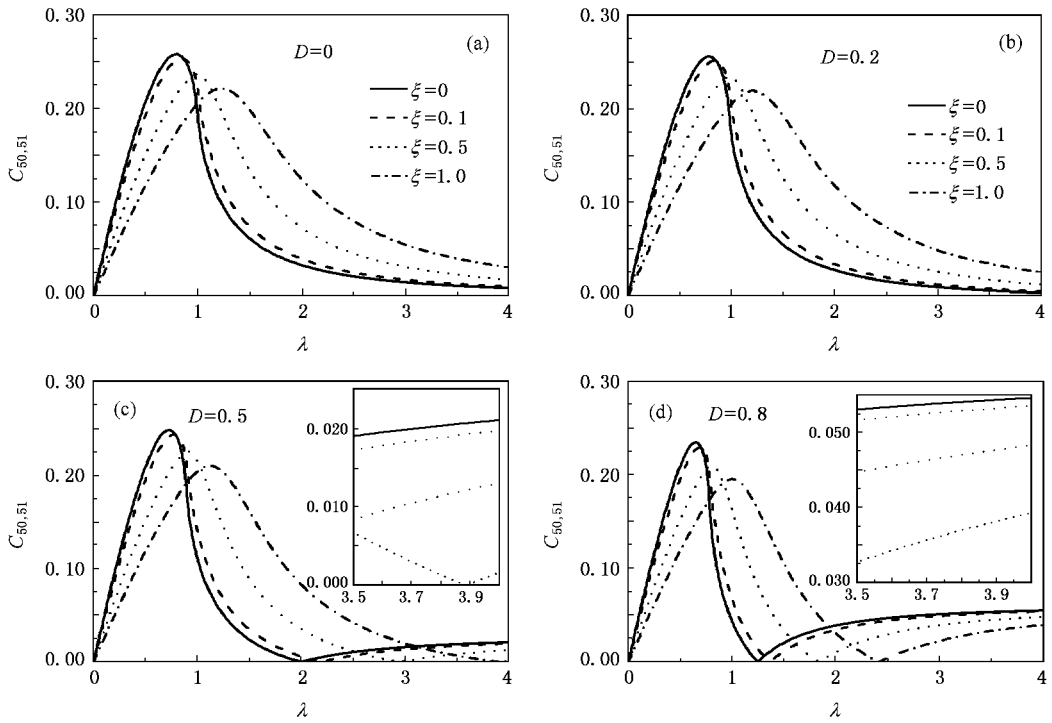


图 3 中心两量子子的纠缠 $C_{50,51}$ 在不同的 DM 相互作用下随参量 λ 的演化曲线 ($\epsilon = 0.1, N = 101$)

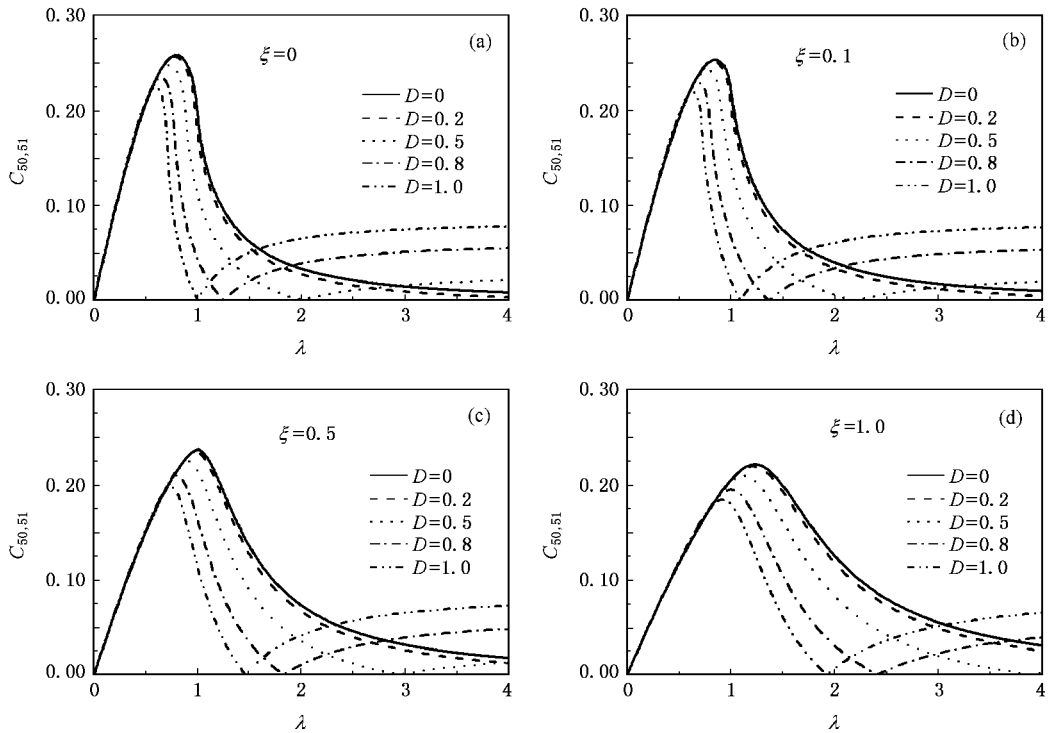


图 4 中心两量子子的纠缠 $C_{50,51}$ 在不同的杂质强度下随参量 λ 的变化规律 ($\epsilon = 0.1, N = 101$)

要受 h 的影响,即使存在 DM 相互作用,纠缠也不会发生变化.当 λ 处于 $\lambda_m - \lambda_0$ 时,可以看到,随着 DM 相互作用强度的增大,纠缠下降的速率加快, λ_0 向

左平移,并且纠缠达到的峰值也变小,这和交换耦合情况下对纠缠的影响是一致的.当 λ 处于 $\lambda_0 - 4$ 时,可以发现,当 DM 相互作用较弱时,DM 相互作用越

大对应着较小的纠缠稳定值,但是 DM 相互作用较强时产生稳定的纠缠,在不同的杂质情况下,都对应着 DM 相互作用越大,稳定的纠缠越大,这与图 2 是有所不同的。

4. 结 论

本文通过求解自旋的关联函数和平均磁化强度,采用计算 Concurrence 的方法,给出了具有 DM 相互作用的一维随机 XY 自旋链中的纠缠演化的解析表达式,主要研究了 Ising 模型下,通过改变交换耦合

杂质、磁场杂质和 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用参数,中心量子位的纠缠演化特性,得出一些有意义的结论:弱的 DM 相互作用对量子位纠缠的影响不大,但是随着 DM 相互作用的增强,当自旋间的交换耦合较弱时,DM 相互作用对纠缠的影响不大,但是当自旋间的交换耦合较强时,DM 相互作用对纠缠有很重要的影响,并且可以产生稳定的纠缠,选择合适的交换耦合杂质、磁场杂质和 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用参数,可以控制和提高中心两量子位的纠缠。总之,本文的研究对于纠缠态的制备、操纵等具有一定的指导意义。

- [1] Bennett C H , Brassaro G , Crepeau C *et al* 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895
Shan C J , Man Z X , Xia Y J , Liu T K 2007 *Int. J. Quant. Inform* **5** 359
- [2] Cheng W W , Huang Y X , Liu T K , Li H 2007 *Chin. Phys.* **16** 38
- [3] Shan C J , Man Z X , Xia Y J , Liu T K 2007 *Int. J. Quant. Inform* **5** 335
- [4] Ekert A K 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 661
- [5] Wothers W K , Zurek W H 1982 *Nature (London)* **299** 802
- [6] Zheng S B , Guo G C 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 2392
- [7] Shan C J , Xia Y J 2006 *Acta. Phys. Sin.* **55** 1585 (in Chinese)
[单传家、夏云杰 2006 物理学报 **55** 1585]
- [8] Song J , Cao Z L 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 696 (in Chinese) [宋军、曹卓良 2005 物理学报 **54** 696]
- [9] Liu T K 2006 *Chin. Phys.* **15** 0542
- [10] Wang X G 2001 *Phys. Rev. A* **64** 012313
- [11] Zhang G F , Li S S 2005 *Phys. Rev. A* **72** 034302
- [12] Loss D , Divincenzo D P 1998 *Phys. Rev. A* **57** 120
- [13] Xi X Q , Chen W X , Liu Q , Yue R H 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3026 (in Chinese) [惠小强、陈文学、刘起、岳瑞宏 2006 物理学报 **55** 3026]
- [14] Li S B , Xu J B 2003 *Phys. Lett. A* **311** 313
- [15] Zhou L , Song H S , Guo Y Q , Li C 2003 *Phys. Rev. A* **68** 024301
- [16] Cheng W W , Huang Y X , Liu T K , Li H 2007 *Physica E* **39** 150
- [17] Fu H C , Solomon A I , Wang X G 2002 *J. Phys. A* **35** 4293
Zhang T , Xi X Q , Yue R H 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2755 (in Chinese) [张涛、惠小强、岳瑞宏 2004 物理学报 **53** 2755]
- [18] Verstraete F , Martín-Delgado M A , Cirac J I 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 087201
- [19] Dzyaloshinskii I , Thermodynamic A 1958 *J. Phys. Chem. Solids* **4** 241
- [20] Moriya T 1960 *Phys. Rev. Lett.* **4** 228
- [21] Xu L , Yan S L 2007 *Acta Phys. Sin.* **57** 1691 (in Chinese) [许玲、晏世雷 2007 物理学报 **57** 1691]
- [22] Shao Y Z , Zhong W R , Lin G M , Li J C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3157 (in Chinese) [邵元智、钟伟荣、林光明、李坚灿 2004 物理学报 **53** 3157]
- [23] Derzhko O , Richter J 1999 *Phys. Rev. B* **59** 100
- [24] Zhao J Z , Wang X Q , Xiang T , Su Z B , Yu L 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 2072041
- [25] Wu Y , Machta J 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 137208
- [26] Osterloh A , Amico L , Falci G , Fazio R 2002 *Nature (London)* **416** 608
- [27] Osenda O , Huang Z , Kais S 2003 *Phys. Rev. A* **67** 062321
- [28] Huang Z , Osenda O , Kais S 2004 *Phys. Lett. A* **322** 137
- [29] Wang X G 2001 *Phys. Lett. A* **281** 101
- [30] Zhang G F 2007 *Phys. Rev. A* **75** 034304
- [31] Gurkan Z N , Pashaev O K 2007 *Preprint quant-ph07050679*
- [32] Lieb E , Schultz T , Mattis D 1961 *Ann. Phys.* **16** 407
- [33] Wick G C 1950 *Phys. Rev.* **80** 268
- [34] Wothers W K 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 2245
- [35] Osborne T J , Nielsen M A 2002 *Phys. Rev. A* **66** 032110

The entanglement in one-dimensional random XY spin chain with Dzyaloshinskii-Moriya interaction^{*}

Shan Chuan-Jia Cheng Wei-Wen Liu Tang-Kun[†] Huang Yan-Xia Li Hong

(Department of Physics , Hubei Normal University , Huangshi 435002 China)

(Received 2 September 2007 ; revised manuscript received 27 September 2007)

Abstract

In this paper , the entanglement in one-dimensional random XY spin system with Dzyaloshinskii-Moriya interaction is investigated , for which the impurities of exchange couplings and the external magnetic fields are considered as random Gaussian distribution variables. By solving the different spin-spin correlation functions and the average magnetization per spin , the concurrence is found. The results show that the Gaussian distribution and Dzyaloshinskii-Moriya interaction have considerable effect on the entanglement near particular locations of the system. Moreover , the entanglement can be controlled and enhanced by varying the distributions of the impurities , the strength of external magnetic field and Dzyaloshinskii-Moriya interaction.

Keywords : entanglement , random XY spin chain , Gaussian distribution , Dzyaloshinskii-Moriya interaction

PACC : 0365 , 7510J

^{*} Project supported by the Key Higher Education Program of Hubei Province of China (Grant No. Z200522001) , the Natural Science Foundation of Hubei Province of China (Grant No. 2006ABA055) and Postgraduate Program of Hubei Normal University (Grant No. 2007D20).

[†] Corresponding author. E-mail : tkliuhs@163.com