

广义 Fibonacci 准周期结构声子晶体透射性质的研究^{*}

曹永军[†] 杨 旭

(内蒙古师范大学物理与电子信息学院, 呼和浩特 010022)

(2007 年 9 月 11 日收到, 2007 年 10 月 18 日收到修改稿)

提出了一维广义 Fibonacci 准周期结构的声子晶体模型. 对弹性波通过该一维准周期结构声子晶体的透射系数进行数值计算, 并与周期结构和标准 Fibonacci 准周期结构声子晶体的透射系数进行比较. 结果表明, 利用一维广义 Fibonacci 准周期结构的声子晶体可获得比周期结构和标准 Fibonacci 准周期结构声子晶体更大的带隙范围, 同时在带隙内有更丰富的局域模式存在. 对局域模性质的研究有助于声波或弹性波滤波器的制作.

关键词: 广义 Fibonacci 准周期结构, 声子晶体, 局域化

PACC: 4320, 8160H, 4335, 0260

1. 引 言

声子晶体是由一种或几种弹性材料周期地排列在另一种弹性材料中形成的一种人工复合材料. 当声波或弹性波在其中传播时, 会表现出许多不同于在均匀介质中传播的特殊性质, 如在声子晶体带结构中有带隙或局域共振模的出现^[1,2]. 声子晶体作为滤波或隔音材料, 具有广阔的应用前景.

因弹性波复合材料的制作具有很强的可操作性, 准周期结构声子晶体是继周期结构声子晶体之后提出的又一种复合材料. 理论研究表明, 一维正常 Fibonacci 结构声子晶体对弹性波具有很强的局域性^[3]. 随着生成代数的增加, 其频谱也表现出规则的分裂行为^[4]; 实验研究表明^[5], 弹性波在一维 Fibonacci 和 Thue-Morse 准周期结构复合材料中传播具有波导行为. 本文构造了一维广义 Fibonacci 序列 (分为 A 族和 B 族) 准周期结构的声子晶体模型, 研究了弹性波在其中的传播行为和局域性质, 希望以此拓展声子晶体的应用价值, 取得新的进展.

2. 模型与计算方法

广义 Fibonacci 序列分为两类^[6]. 第一类是 $n = 1, m > 1$, 即通过 $A \rightarrow A^m B, B \rightarrow A$ 替代规则生成, 简

称为 A 族; 第二类是 $m = 1, n > 1$, 即 $A \rightarrow AB^n, B \rightarrow A$, 简称为 B 族. 本文分别讨论了 A 族和 B 族的一种情况, 即 A 族 $n = 1, m = 2$ 和 B 族 $m = 1, n = 2$ 的情形.

1) 对于 A 族 Fibonacci 序列, 当 $n = 1, m = 2$ 时, 通过如下的替代规则:

$$A \rightarrow AAB, B \rightarrow A$$

生成一个广义 Fibonacci 序列 AABAABAAABAAB...

2) 对于 B 族 Fibonacci 序列, 当 $m = 1, n = 2$ 时, 通过如下的替代规则:

$$A \rightarrow ABB, B \rightarrow A$$

生成一个广义 Fibonacci 序列 ABBAAABBABBABBA AABBA...

现有两种不同的均匀各向同性材料薄层 A 和 B, 弹性波在其中传播的横波和纵波速度分别为 c_{A1} 和 c_{B1}, c_{B2} ; 质量密度分别为 ρ_A, ρ_B ; 厚度分别为 d_A, d_B . 当它们按上述规则排列时, 就形成了所谓的一维广义 Fibonacci 准周期结构的声子晶体, 如图 1 所示, 两种颜色分别代表两种不同的材料. 为使计算结果更具普遍性, 我们考虑由固体/固体材料组成的系统. 沿系统有限厚度的方向把其划分为多层薄片, 系统沿 Y 方向是有限厚度, 沿 X 和 Z 方向为无限大, 其界面如图 1 中的虚线所示. 弹性波沿 Y 方向入射, 通过多层弹性材料系统后, 在出射层的透射系数为^[3,7]

^{*} 内蒙古自治区自然科学基金 (批准号 200607010107) 资助的课题.

[†] E-mail: phyjcao@imnu.edu.cn

$$T = \sum_{i=-M}^M \left| \frac{\operatorname{Re}[(U_{1i}^{\text{tra}})^* T_{21i}^{\text{tra}} + (U_{2i}^{\text{tra}})^* T_{22i}^{\text{tra}}]}{\operatorname{Re}[(U_{1i}^{\text{in}})^* T_{21i}^{\text{in}} + (U_{2i}^{\text{in}})^* T_{22i}^{\text{in}}]} \right|, \quad (1)$$

其中 $(U_i)^*$ 为位移分量第 i 阶变量的共轭, Re 则取出一个复变量的实部. 以上计算方法的核心思想为模式匹配法, 该计算方法可研究弹性波通过一维有限厚的周期、准周期以及完全无序结构的透射性质.

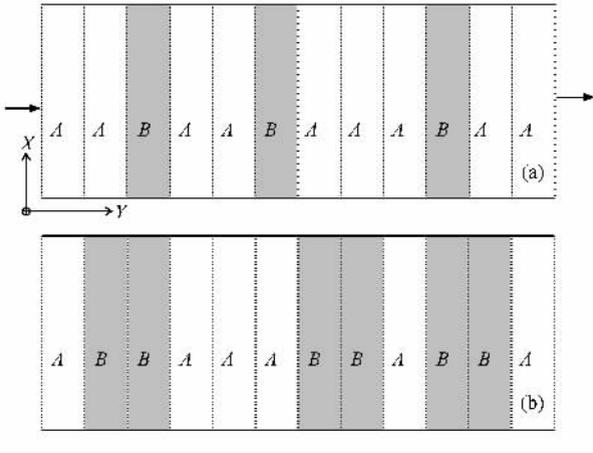


图 1 (a) 一维有限厚 A 族广义 Fibonacci 准周期结构声子晶体; (b) 一维有限厚 B 族广义 Fibonacci 准周期结构声子晶体

3. 结果与讨论

在计算中, A, B 两种材料分别选取为环氧树脂 (epoxy) 和铅 (Pb) 材料. 波在介质 A 中的横、纵波速度分别为 1157 m/s 和 2535 m/s , 它的质量密度 ρ_A 为 1180 kg/m^3 . 在介质 B 中的横、纵波速度分别为 860 和 2160 m/s , 其质量密度 ρ_B 为 1140 kg/m^3 .

为便于比较, 首先计算了弹性波通过相应材料形成的一维周期系统的透射系数, 系统共包含 21 个周期介质层, 且 $d_A = d_B = 0.5a$, a 为晶格常数. 不同频率的纵弹性波入射到该系统时, 其透射谱如图 2 所示. 在图中可见有两个禁带出现, 其中第一个禁带具有较宽的带隙, 通带范围内有整齐的一类周期振荡. 利用带隙的性质, 可有效地隔掉该频率范围内的弹性波, 所以对弹性波来说声子晶体本身就是一个有效的带阻滤波器. 当横弹性波入射时情况也类似, 其透射谱如图 3 所示, 只不过横波入射时出现多个禁带, 但其带隙所在频率位置有所下降, 带隙的宽度都没有纵波情形时的第一带隙宽. 下面选取弹性纵波为入射波, 计算表明这不影响所得结论的正确性.

禁带的出现能够提供一个好的无振环境, 如

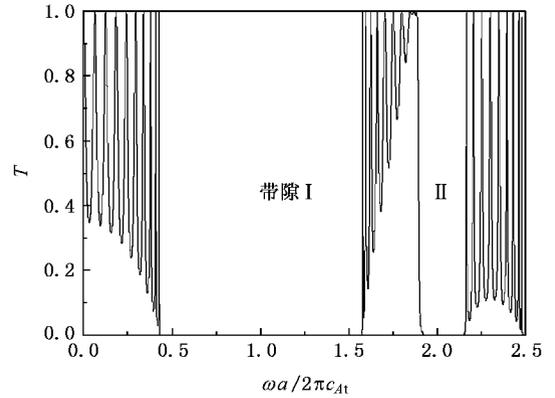


图 2 弹性纵波通过一维周期结构声子晶体的透射系数谱 (介质层数 $N = 21$)

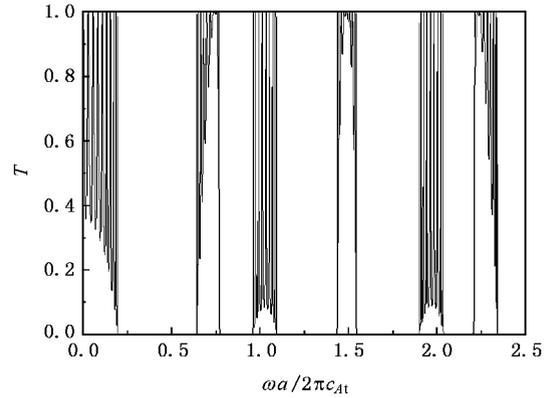


图 3 弹性横波通过一维周期结构声子晶体的透射系数谱 (介质层数 $N = 21$)

在周期声子晶体中引入缺陷体, 会在带隙中产生很强的共振模, 共振模的场分布被局域在缺陷体附近. 与局域模频率共振的入射波可以通过整个声子晶体, 并且具有很高的品质因子^[8]. 在周期结构的声子晶体中通过引入各种缺陷体, 使其产生局域态的研究已见大量报道^[9-13]. 准周期系统是介于周期和无序系统之间的又一种典型结构, 如果弹性材料按准周期结构排列形成复合材料, 也会在系统中引入无序的因素. 弹性波在一维正常 Fibonacci 结构声子晶体中的透射性质表明^[3], 利用准周期排列的结构同样在带隙范围内会产生共振模, 图 4 为纵弹性波入射到含有 21 层 ($d_A = d_B = 0.5a$) 正常 Fibonacci 结构声子晶体系统时的透射谱.

本文计算了弹性波通过一维 A 族和 B 族广义 Fibonacci 结构声子晶体的透射系数, 图 5 和图 6 分别为 A 族和 B 族系统在不同介质层数下的透射谱

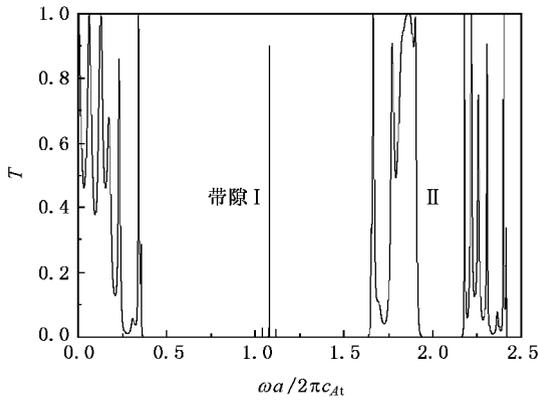


图 4 弹性纵波通过一维 Fibonacci 结构的声子晶体的透射谱(介质层数 $N = 21$)

图. 通过与周期结构和正常 Fibonacci 结构的透射谱比较,发现利用广义 Fibonacci 系统可获得更宽的带隙,同时在带隙范围内有很强的共振模出现. 图 2 中周期结构声子晶体的带隙宽为 $0.4355\omega a/2\pi c_1 - 1.5942\omega a/2\pi c_1$,图 4 中正常 Fibonacci 结构的带隙宽为 $0.3617\omega a/2\pi c_1 - 1.6418\omega a/2\pi c_1$,而同为 21 层厚的广义 Fibonacci 结构 A 族系统的禁带范围却在

$0.2638\omega a/2\pi c_1 - 1.7088\omega a/2\pi c_1$ 之间,但广义 Fibonacci 结构透射谱的带隙范围内出现了更多的共振峰,如图 5(a)所示. 可见,通过在完全周期结构中引入缺陷体使其产生局域态(即共振模)的方法并不是唯一的途径,利用准周期排列各组元材料的特殊结构,也可在复合材料系统中产生更为丰富的局域态. 这是因为准周期系统较之周期系统而言,其对称性有所下降,无序度增加,其效果相当引入了缺陷的机理.

为详细研究弹性波通过广义 Fibonacci 结构声子晶体的透射行为,接着计算了不同介质层数下的透射系数,如图 5(b)-(d)和图 6(a)-(d)所示. 需要说明的是,为计算的方便,系统的选择总保持入射层和出射层均为同一种介质材料,所以图 5 和图 6 中的介质层数 N 并非完全一一对应. 分析图 5 和图 6,可发现随着系统介质层数的增加,带隙范围内的共振峰逐渐发生分裂. 这是因为随着复合材料厚度的不断增大,系统的本征值逐渐被外界入射波被激发出来的缘故. 但当层数太大时,部分共振峰的透射率却变得很小,如图 5(c)的带隙内几支共振峰透

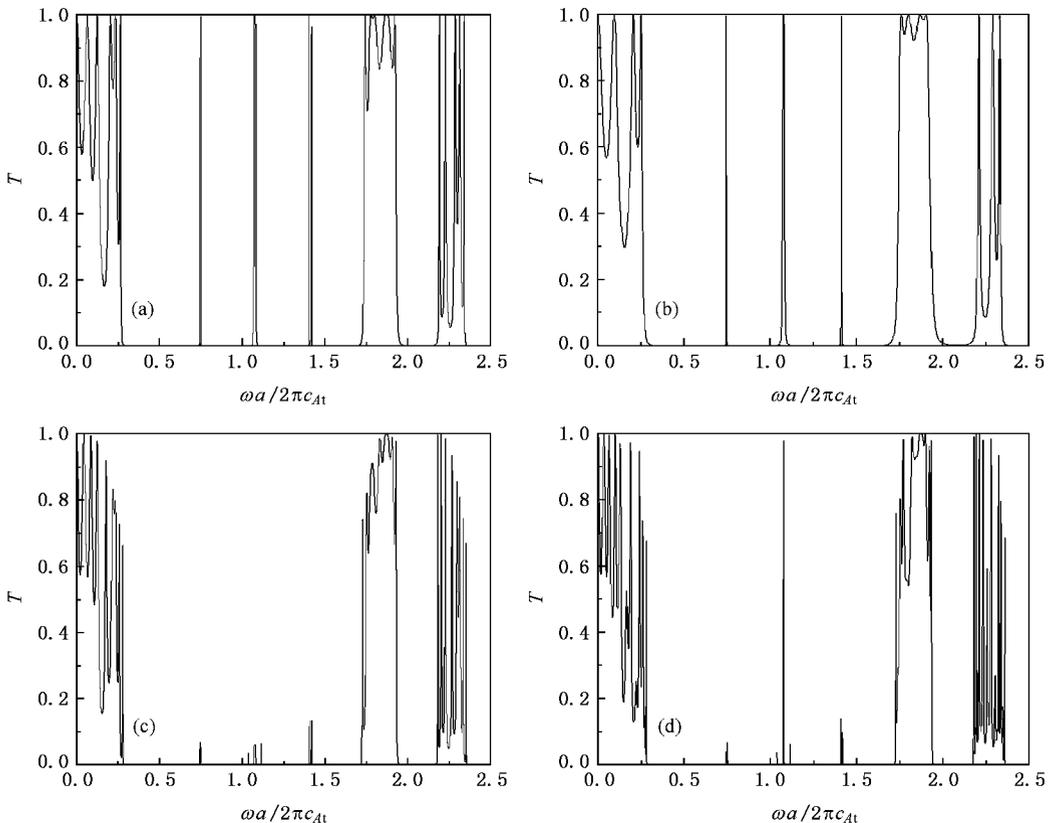


图 5 弹性纵波通过不同层数的一维 A 族广义 Fibonacci 结构声子晶体的透射谱 (a) $N = 21$; (b) $N = 16$; (c) $N = 31$; (d) $N = 43$

射系数还不到 0.2. 这是由于系统太厚, 外界入射波不能够与系统中对应频率的本征模发生有效的耦合作用, 表现在透射谱上其透射率就非常低^[8]. 可见, 若利用广义 Fibonacci 准周期结构声子晶体制作弹性波滤波器, 对介质层数的控制是关键的一步. 另

外, 比较图 5 和图 6, 即将 A 族系统的透射谱和 B 族的透射谱相比较, 发现 A 族系统带隙内的透射谱分立性要好于 B 族系统. 可见, 由 A 族组成的材料将更易于制作一些弹性波滤波或选频器件, 由 B 族组成的材料将更易于制作一些弹性波导波器件.

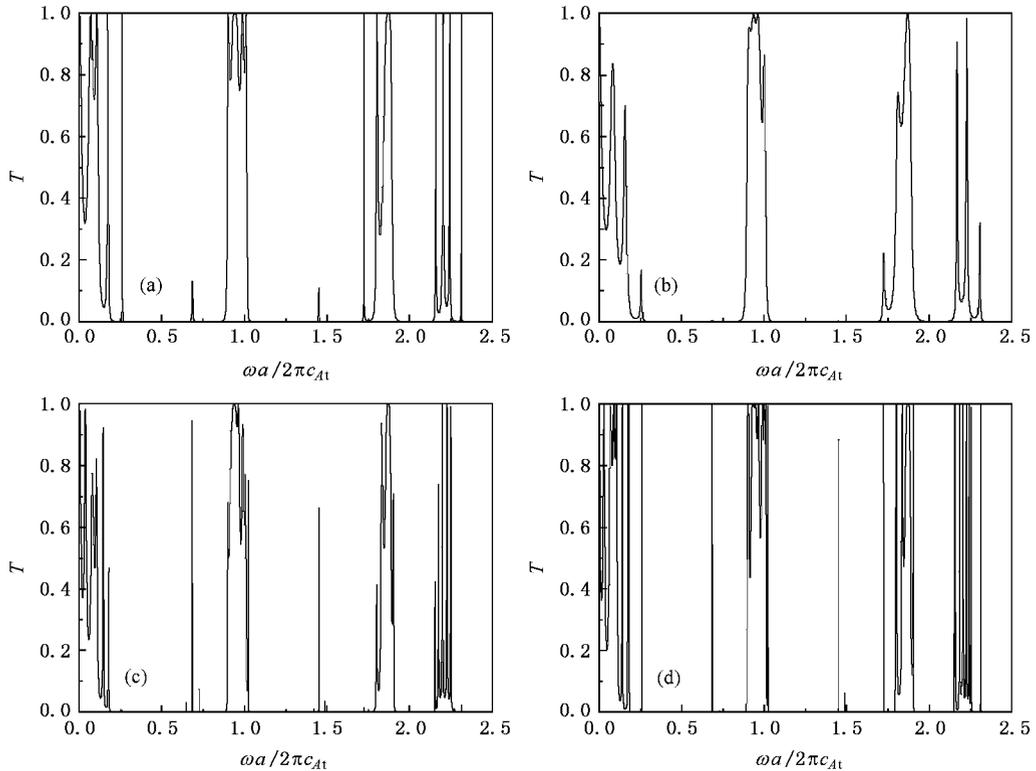


图 6 弹性纵波通过不同层数的一维 B 族广义 Fibonacci 结构声子晶体的透射谱 (a) $N = 21$; (b) $N = 16$; (c) $N = 33$; (d) $N = 41$

4. 结 论

本文提出了一维广义 Fibonacci 准周期结构声子晶体的模型, 分别研究了弹性波在一种 A 族和一种 B 族准周期结构声子晶体中的传播行为, 分析了它们的透射系数谱图, 并与周期系统和正常

Fibonacci 结构中的行为相比较. 发现利用广义 Fibonacci 准周期结构的声子晶体可有效地拓宽禁带宽度. 此外, 若按广义 Fibonacci 准周期结构排列介质材料, 在系统中会引入无序的作用, 带隙范围内有很丰富的共振峰存在. 利用这一性质, 准周期结构声子晶体可用于制作声波或弹性波滤波器等应用.

- [1] Liu Z Y, Zhang X, Mao Y, Zhu Y Y, Yang Z, Chan C T, Sheng P 2000 *Science* **289** 1734
- [2] Zhong H L, Wu F G, Yao L N 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 275 (in Chinese) [钟会林、吴福根、姚立宁 2006 物理学报 **55** 275]
- [3] Cao Y J, Dong C H, Zhou P Q 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 6470 (in Chinese) [曹永军、董纯红、周培勤 2006 物理学报 **55** 6470]
- [4] Hou Z L, Wu F G, Liu Y Y 2004 *Phys. B* **344** 391
- [5] King P D C, Cox T J 2007 *J. App. Phys.* **102** 14902

- [6] Liu Y Y, Fu X J 1999 *Quasi-crystal* (Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) (in Chinese) [刘有延、傅秀军 1999 准晶体 (上海: 上海科技教育出版社)]
- [7] Hou Z L, Fu X J, Liu Y Y 2004 *Phys. Rev. B* **70** 14304
- [8] Cao Y J, Li Y Z 2007 *Mod. Phys. Lett. B* **21** 1479
- [9] Wang G, Wen J H, Liu Y Z *et al* 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1247 (in Chinese) [王刚、温激鸿、刘耀宗等 2005 物理学报 **54** 1247]

- [10] Wu F G , Liu Y Y 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1434 (in Chinese) [吴福根、刘有延 2002 *物理学报* **51** 1434]
- [11] Kafesaki M , Sigalas M M , García 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 4044
- [12] Torres M , Montero De Espinosa F R , García-Pablos D , García N 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 3054
- [13] Khelif A , Djafari-Rouhani B , Vasseur J O *et al* 2002 *Phys. Rev. B* **65** 174308

Transmission properties of the generalized Fibonacci quasi-periodical phononic crystal^{*}

Cao Yong-Jun[†] Yang Xu

(*College of Physics and Electronics Information , Inner Mongolia Normal University , Huhhot 010022 , China*)

(Received 11 September 2007 ; revised manuscript received 18 October 2007)

Abstract

In this paper , the model of a one-dimensional generalized Fibonacci quasi-periodical phononic crystal is firstly proposed , the transmission coefficients of the elastic waves through this 1D quasi-periodical phononic crystal are numerically calculated , and the obtained transmission coefficients are compared with those of the phononic crystals with periodical structure and with normal Fibonacci structure . The results show that the band gap can also be found in the phononic crystals with the generalized Fibonacci quasi-periodical structure , and the frequency range of the gap is larger than that of both the periodical structure and the normal Fibonacci structure . However , there are more strongly localized resonant modes in the gap of the generalized Fibonacci quasi-periodical phononic crystals . This study to the localized modes is useful to the fabrication of the acoustic or elastic wave filters .

Keywords : generalized Fibonacci quasi-periodical structure , phononic crystal , localization

PACC : 4320 , 8160H #335 , 0260

^{*} Project supported by the Natural Science Foundation of Inner Mongolia Autonomous Region of China (Grant No. 200607010107).

[†] E-mail : phyjcao@imnu.edu.cn