

GMM/弹性板/PZT 层状复合结构的纵振磁电响应*

杨伟伟 文玉梅[†] 李 平 卞雷祥

(重庆大学光电工程学院, 教育部光电技术及系统重点实验室, 重庆 400030)

(2007 年 10 月 27 日收到, 2007 年 12 月 28 日收到修改稿)

利用 Hamilton 原理推导 GMM/弹性板/PZT 三层层状复合结构的运动方程, 在推导中考虑层间胶层的作用, 包括其剪切变形和纵向变形产生的效果; 应用运动方程, 根据层状复合结构的边界条件, 推导复合结构的固有频率方程, 并结合压磁和压电方程, 得到层状复合结构在不同固有频率处的磁电响应. 对比磁电响应的频率特性的理论值和实验值, 频率误差在 9.42% 以内, 磁电电压转化系数的理论值与实验值符合, 并讨论了弹性板的尺寸变化对层状复合结构谐振频率的影响.

关键词: 层状复合结构, 磁电响应, Hamilton 原理, 运动方程

PACC: 7580, 7115P

1. 引 言

磁电效应是指材料在外加磁场作用下产生电极化或者在外加电场作用下产生诱导磁化的现象^[1], 具有磁电效应的材料有两类: 单相材料(如 Cr_2O_3 , BiFeO_3) 和复合材料, 而复合材料主要有两种结构: 颗粒混合结构和层状复合结构. 2001 年 Ryu^[2] 提出了 GMM/PZT/GMM 磁电复合材料, 其磁电转换系数比颗粒混相结构和单相材料高出很多. 近年来, 大量的理论和实验分析^[3-11] 主要集中在 GMM 和 PZT 直接复合的各种层状复合结构. 然而, 这些层状复合结构的磁电响应仅仅是依赖于各相材料本身的特性, 磁电转化电压的进一步提高受到限制. 本课题组提出了一种新的层状复合结构^[12], 在 GMM 和 PZT 之间增加一层弹性基底, 提高磁电转化系数和转化功率并且拓展磁电响应频率.

本文研究该 GMM/弹性板/PZT 层状复合结构的磁电响应. 一般来说, 层状复合结构的磁电响应分析方法有弹性力学^[5,8]、Green 函数^[9]、等效电路^[3,4]、有限元^[5,6]等, Filippov 等^[8] 从压电方程和压磁方程出发, 结合其力学边界条件和电学边界条件, 分析磁电层状复合材料的磁电响应. Nan 等利用 Green 函数

法^[9], 但其计算过于复杂. Dong 等在弹性力学方法的基础上, 结合材料运动学方程, 得到层状复合结构的等效电路^[3,4]. 万红等^[5,6] 利用有限元软件对磁电层合板的磁电转化效应进行数值计算. 层状复合结构的应变由层间的胶层传递, 但这些方法都没有考虑胶层的形变对层间应变传递的影响, 即使考虑胶层的影响, 也仅仅是引入一个参数, 而这个参数的具体值无法确定. 本文的方法考虑了胶层对层间应变传递的影响, 将胶层的尺寸和材料参数纳入对层状复合结构应变的计算中.

GMM/弹性板/PZT 层状复合结构在外加交变磁场激励下产生振动. He 等^[13,14] 利用 Hamilton 原理推导双面盖板接头的纵振运动方程及固有频率, 并考虑了胶层剪切模量和结构参数如叠层比率和胶层厚度对固有频率的影响. La^[15] 利用 Hamilton 原理研究压电层/变幅杆/压电层结构的运动方程, 得到结构的位移和应变分布. 本文首先利用 Hamilton 原理对于 GMM/弹性板/PZT 三层层状复合结构的振动进行理论分析, 在分析中考虑层间胶层的剪切变形和纵向变形, 再结合磁致伸缩材料和压电材料的本构方程, 推导复合结构的磁电响应, 并研究了弹性板的尺寸与层状复合结构谐振频率的关系.

* 国家自然科学基金(批准号: 10776039, 50677072) 和国家高技术研究发展计划(863 计划)(批准号: 2006AA04Z337) 资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: ymwen@cqu.edu.cn

2. 磁电响应理论推导

2.1. 层状复合结构的工作模式

GMM/弹性板/PZT 层状复合结构模型如图 1 所示, GMM 沿长度方向磁化, PZT 沿厚度方向极化, 外加磁场 H 由偏置磁场 H_{bias} 和交变磁场 H_{ac} 构成, 沿长度方向作用层状复合结构时, 使 GMM 沿长度方向产生伸缩振动, 通过胶层传递到弹性板, 驱动其振动; 同样, 弹性板的振动再通过胶层传递到压电层, 由压电效应, PZT 的振动转化为厚度方向的输出电压, 从而产生磁电效应. 由于各层材料的厚度与宽度比值在 1/5 与 1/80 之间, 可视为薄板, 并假设各层的位移在厚度和宽度方向是均匀的. 可将结构分成三部分如图 2 所示, 两端对称部分 I 和 III 作为弹性板在 $x = \pm L$ 处的负载.

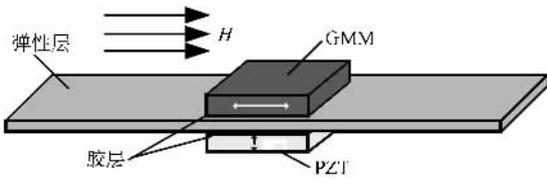


图 1 层状复合结构示意图

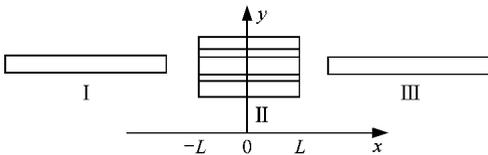


图 2 层状复合结构分成三部分

2.2. 层状复合结构的运动方程和频率方程推导

根据 Hamilton 最小能量原理, 对一个动态系统, 在满足变形连续条件的所有可能位移中, 只有真实位移使得系统总能量达到最小值, 即有

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - V + W) dt = 0, \quad (1)$$

式中, δ 为变分操作, T 为系统动能(包括机械动能和磁场储能), V 为系统势能(应变能和电场储能), W 为外力对系统所做的功.

在 GMM/弹性板/PZT 层状复合结构中 II 部分, 对 Hamilton 原理所描述的机械动能(包括 GMM、弹性板、PZT、上胶层、下胶层)分别用 $T_1, T_2, T_3, T_{bl}, T_{lb}$ 表示, $T_i = \frac{1}{2} \int_{-L}^L \rho_i A_i \dot{u}_i^2 dx$ (其中 $\rho_i, A_i, u_i, \dot{u}_i$ 分别为各层的密度、截面积、位移、速度); GMM、弹性板、PZT 的应变能分别用 U_1, U_2, U_3 表示, $U_i = \frac{1}{2} \int_V \frac{\epsilon_i^2}{s_i} dV$ (其中 $\epsilon_i = \frac{\partial u_i}{\partial x}, i = 1, 2, 3, s_i, \epsilon_i$ 分别为各层的柔顺系数, x 轴方向的应变), 上下胶层的应变能分别用 U_{bl}, U_{lb} 表示, $U_i = \int_V \frac{1}{2} (\sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy}) dV$; M^H 是 GMM 的电磁能, $M^H = \int_V H dB$; M^P 是 PZT 的电场能, $M^P = \int_V E dD$. 其中 σ_x, σ_y 分别为胶层在坐标方向的正应力, ϵ_x, ϵ_y 分别为胶层在坐标方向的应变, τ_{xy}, γ_{xy} 分别指胶层在坐标方向的剪应力和剪应变; H, B 为 GMM 的外加磁场以及感应磁场; E, D 分别为 PZT 沿厚度方向的电场强度以及电位移.

则 Hamilton 原理中所描述的系统动能和势能分别为

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_{bl} + T_{lb} + M^H, \quad (2)$$

$$V = U_1 + U_2 + U_3 + U_{bl} + U_{lb} + M^P, \quad (3)$$

$$T - V = \int_{-L}^L f(u_1, u_2, u_3, \frac{\partial u_1}{\partial x}, \frac{\partial u_2}{\partial x}, \frac{\partial u_3}{\partial x}, \dot{u}_1, \dot{u}_2, \dot{u}_3) dx. \quad (4)$$

利用(2)(3)式, 可得到(4)式中 $f(u_1, u_2, u_3, \frac{\partial u_1}{\partial x},$

$\frac{\partial u_2}{\partial x}, \frac{\partial u_3}{\partial x}, \dot{u}_1, \dot{u}_2, \dot{u}_3)$ 的具体表达式为

$$\begin{aligned} f = & \frac{\rho_1 A_1}{2} \dot{u}_1^2 + \frac{\rho_2 A_2}{2} \dot{u}_2^2 + \frac{\rho_3 A_3}{2} \dot{u}_3^2 + \frac{\rho_b A_b}{6} (\dot{u}_1^2 + \dot{u}_2^2 + \dot{u}_1 \dot{u}_2) + \frac{\rho_b A_b}{6} (\dot{u}_2^2 + \dot{u}_3^2 + \dot{u}_2 \dot{u}_3) \\ & + \frac{A_1}{2} \left(\frac{1}{s_1} d_{33,m} H \frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{1}{s_1} d_{33,m}^2 H^2 + \mu H^2 \right) - \left[\frac{A_1}{2 s_1} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{s_1} d_{33,m} H \frac{\partial u_1}{\partial x} \right] \\ & - \frac{A_2}{2 s_2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} \right)^2 - \frac{A_3}{2 s_3} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} \right)^2 - \frac{A_3}{2} \left(\frac{1}{s_3} d_{31,p} E \frac{\partial u_3}{\partial x} - \frac{1}{s_3} d_{31,p}^2 E^2 + \epsilon E^2 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left\{ \frac{E_b A_b}{\alpha(1-\nu^2)} \left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial u_1}{\partial x} \frac{\partial u_2}{\partial x} + \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} \right)^2 \right] + \frac{G_b A_b}{2h^2} (u_2 - u_1)^2 \right\} \\
& - \left\{ \frac{E_b A_b}{\alpha(1-\nu^2)} \left[\left(\frac{\partial u_2}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial u_2}{\partial x} \frac{\partial u_3}{\partial x} + \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} \right)^2 \right] + \frac{G_b A_b}{2h^2} (u_3 - u_2)^2 \right\} \quad (5)
\end{aligned}$$

式中, $d_{33, \text{am}}, d_{31, \text{p}}$ 分别为 GMM 的压磁系数和 PZT 的压电系数, ϵ 为 PZT 的介电常数, $E_b, G_b, \nu, \rho_b, A_b, h$ 分别表示胶层的杨氏模量、剪切模量、泊松比、密度、截面积以及厚度。

外力对层状复合结构 II 所作的功为

$$W = N_1 u_2 \Big|_{x=-L} - N_2 u_2 \Big|_{x=L}, \quad (6)$$

N_1, N_2 分别是弹性板 I 和 III 产生的力。

由 Hamilton 原理给出

$$\int_{t_1}^{t_2} \left(\int_{-L}^L \delta f dx - N_1 \delta u_2 \Big|_{-L}^L + N_2 \delta u_2 \Big|_{-L}^L \right) dt = 0 \quad (7)$$

由(7)式的变分原理得到三个欧拉方程

$$\frac{\partial f}{\partial u_1} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial u_1'} \right) - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial f}{\partial \dot{u}_1} \right) = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial f}{\partial u_2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial u_2'} \right) - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial f}{\partial \dot{u}_2} \right) = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial f}{\partial u_3} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial u_3'} \right) - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial f}{\partial \dot{u}_3} \right) = 0. \quad (10)$$

将(5)式代入(8)–(10)式, 得到层状复合结构在外加磁场 $H = H_{\text{bias}} + H_{\text{ac}} e^{j\omega t}$ 激励下的运动方程

$$a_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + b_1 u_1 + d \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + e u_2 + c_1 (u_2 - u_1) = 0, \quad (11)$$

$$\begin{aligned}
& a_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + b_2 u_2 + d \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} \right) \\
& + \alpha (u_1 + u_3) - c_1 (u_2 - u_1) + c_1 (u_3 - u_2) = 0, \quad (12)
\end{aligned}$$

$$a_3 \frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} + b_3 u_3 + d \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + e u_2 - c_1 (u_3 - u_2) = 0, \quad (13)$$

式中, $a_1 = \frac{A_1}{s_1} + \frac{E_b A_b}{\alpha(1-\nu^2)}$, $a_2 = \frac{A_2}{s_2} + \frac{2E_b A_b}{\alpha(1-\nu^2)}$, $a_3 = \frac{A_3}{s_3} + \frac{E_b A_b}{\alpha(1-\nu^2)}$, $b_1 = \left(\rho_1 A_1 + \frac{\rho_b A_b}{3} \right) \omega^2$, $b_2 = \left(\rho_2 A_2 + \frac{2\rho_b A_b}{3} \right) \omega^2$, $b_3 = \left(\rho_3 A_3 + \frac{\rho_b A_b}{3} \right) \omega^2$, $c_1 = \frac{G_b A_b}{h^2}$, $d = \frac{E_b A_b}{\alpha(1-\nu^2)}$, $e = \frac{\rho_b A_b}{6} \omega^2$, 其中, ω 是层状复合结构的角频率。

方程的通解为 $u_1 = a e^{\lambda x}$, $u_2 = b e^{\lambda x}$, $u_3 = c e^{\lambda x}$, 并

代入方程(11)–(13)得到

$$\begin{aligned}
& \frac{(d\lambda^2 + e + c_1)^2}{a_1 \lambda^2 + b_1 - c_1} + \frac{(d\lambda^2 + e + c_1)^2}{a_3 \lambda^2 + b_3 - c_1} \\
& - (a_2 \lambda^2 + b_2 - c_1) = 0, \quad (14)
\end{aligned}$$

其中, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 是方程(14)的互不为相反数的三个根。

求解方程式(11)–(13)得到层状复合结构的位移和应变的解析式。

1) GMM、弹性板、PZT 上的位移分别为

$$u_1 = A \sin(\lambda_1 x) + C \sin(\lambda_2 x) + E \sin(\lambda_3 x), \quad (15)$$

$$u_2 = A \Gamma_1 \sin(\lambda_1 x) + C \Gamma_2 \sin(\lambda_2 x) + E \Gamma_3 \sin(\lambda_3 x), \quad (16)$$

$$u_3 = A \Gamma_1 \kappa_1 \sin(\lambda_1 x) + C \Gamma_2 \kappa_2 \sin(\lambda_2 x) + E \Gamma_3 \kappa_3 \sin(\lambda_3 x). \quad (17)$$

2) GMM、弹性板、PZT 上的应变分别为

$$\epsilon_1 = A \lambda_1 \cosh(\lambda_1 x) + C \lambda_2 \cosh(\lambda_2 x) + E \lambda_3 \cosh(\lambda_3 x), \quad (18)$$

$$\epsilon_2 = A \Gamma_1 \lambda_1 \cosh(\lambda_1 x) + C \Gamma_2 \lambda_2 \cosh(\lambda_2 x) + E \Gamma_3 \lambda_3 \cosh(\lambda_3 x), \quad (19)$$

$$\epsilon_3 = A \Gamma_1 \kappa_1 \lambda_1 \cosh(\lambda_1 x) + C \Gamma_2 \kappa_2 \lambda_2 \cosh(\lambda_2 x) + E \Gamma_3 \kappa_3 \lambda_3 \cosh(\lambda_3 x), \quad (20)$$

其中

$$\Gamma_1 = \frac{-(a_1 \lambda_1^2 + b_1 - c_1)}{d \lambda_1^2 + e + c_1},$$

$$\Gamma_2 = \frac{-(a_1 \lambda_2^2 + b_1 - c_1)}{d \lambda_2^2 + e + c_1},$$

$$\Gamma_3 = \frac{-(a_1 \lambda_3^2 + b_1 - c_1)}{d \lambda_3^2 + e + c_1},$$

$$\kappa_1 = \frac{d \lambda_1^2 + e + c_1}{-(a_3 \lambda_1^2 + b_3 - c_1)},$$

$$\kappa_2 = \frac{d \lambda_2^2 + e + c_1}{-(a_3 \lambda_2^2 + b_3 - c_1)},$$

$$\kappa_3 = \frac{d \lambda_3^2 + e + c_1}{-(a_3 \lambda_3^2 + b_3 - c_1)},$$

常数 A, C, E 由 GMM、弹性板、PZT 在 $x = \pm L$ 处的边界条件确定。

GMM 和 PZT 两端自由, 得到 GMM, PZT 在 $x = \pm L$ 的应变分别为

$$\left. \frac{\partial u_1}{\partial x} \right|_{x=\pm L} = d_{33,m} H, \quad (21)$$

$$\left. \frac{\partial u_3}{\partial x} \right|_{x=\pm L} = 0. \quad (22)$$

弹性板在 $x = \pm L$ 处应变为

$$\left. \frac{\partial u_2}{\partial x} \right|_{x=\pm L} = -\omega u_2 \rho_2 c_2 s_2 \tan\left(\frac{\omega}{c_2} l\right), \quad (23)$$

其中 c_2 为弹性板的声速, l 为 III 部分的长度.

利用(18)–(23)式, 当外加磁场 $H = 0$ 时, 可推得层状复合结构的固有频率方程

$$\begin{vmatrix} \lambda_1 \cosh(\lambda_1 L) & \lambda_2 \cosh(\lambda_2 L) & \lambda_3 \cosh(\lambda_3 L) \\ \Gamma_1 \lambda_1 \cosh(\lambda_1 L) - j\omega s_2 \Gamma_1 \sinh(\lambda_1 L) A_2 & \Gamma_2 \lambda_2 \cosh(\lambda_2 L) - j\omega s_2 \Gamma_2 \sinh(\lambda_2 L) A_2 & \Gamma_3 \lambda_3 \cosh(\lambda_3 L) - j\omega s_2 \Gamma_3 \sinh(\lambda_3 L) A_2 \\ \Gamma_1 \kappa_1 \lambda_1 \cosh(\lambda_1 L) & \Gamma_2 \kappa_2 \lambda_2 \cosh(\lambda_2 L) & \Gamma_3 \kappa_3 \lambda_3 \cosh(\lambda_3 L) \end{vmatrix} = 0. \quad (24)$$

满足(24)式的频率即为层状复合结构的固有角频率 ω , 通过分析看出该固有频率与各层的尺寸和材料特性均有关. 其中 κ_z 为 III 部分对弹性板在 $x = L$ 处产生的力阻抗, $\kappa_z = j\rho_2 c_2 A_2 \tan\left(\frac{\omega}{c_2} l\right)$.

2.3. PZT 的输出电压

由于机电耦合效应对变形传递造成的影响不十分明显^[16], 忽略二次压电效应. 具体讲, PZT 作为传感器, 只计算变形引起的电压变化, 忽略变形诱导电场对变形的影响.

压电方程

$$S = \sigma / Y_{11}^E + d_{31,p} E_3, \quad (25)$$

$$D = d_{31,p} \sigma + \epsilon E_3,$$

其中 $d_{31,p}$, Y_{11}^E , ϵ , S , E_3 , D , σ 分别为压电片的压电系数、杨氏模量、介电常数、应变、电场强度、电位移以及应力.

压电片沿 x 轴向振动, $S = \frac{\partial u_3}{\partial x}$, 将其代入(25)式得到

$$D = d_{31,p} Y_{11}^E \frac{\partial u_3}{\partial x} + (\epsilon - d_{31,p}^2 Y_{11}^E) E_3. \quad (26)$$

在开路状态下, $\int_{-L}^L dy \int_0^t D dx = 0$, 再结合(26)式, 可得到

$$E_3 = \frac{d_{31,p} Y_{11}^E}{\chi (d_{31,p}^2 Y_{11}^E - \epsilon) L} \int_{-L}^L \frac{\partial u_3}{\partial x} dx. \quad (27)$$

令 $\bar{S} = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L \frac{\partial u_3}{\partial x} dx$, 得到 PZT 的输出电压

$$V_{out} = \int_0^t E_3 dy = d_{31,p} Y_{11}^E t \bar{S} (\chi d_{31,p}^2 Y_{11}^E - \epsilon) \quad (28)$$

其中 t , E_3 , $\frac{\partial u_3}{\partial x}$, \bar{S} 分别为压电片的厚度、沿厚度方向的电场、沿 x 轴的应变及沿 x 轴的平均应变. 可见, 若已知 PZT 沿 x 轴的平均应变, 利用(28)式得到 PZT 的输出电压.

从以上分析可知, 在外加磁场 H 激励下, 通过求解层状复合结构的运动方程(11)–(13)以及频率方程(24), 得到层状复合结构在纵振固有频率处 PZT 的平均应变, 再利用(28)式, 得到 PZT 的输出电压 V . 利用 $\alpha = \frac{dV}{dH}$ (即磁电电压转化系数)来描述层状复合结构的磁电响应. 由于运动方程和频率方程的求解无法给出纵振固有频率处 PZT 的应变与外加磁场 H 以及各层尺寸和材料参数的闭式表达, 因此这里通过数值求解的方法计算层状复合结构的磁电响应 α . 图 3 是一层状复合结构理论磁电电压转化系数计算结果, 其中用于理论计算的 GMM, PZT, 弹性板, 胶层的尺寸分别为 $12 \text{ mm} \times 6 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$, $12 \text{ mm} \times 6 \text{ mm} \times 0.8 \text{ mm}$, $90 \text{ mm} \times 6 \text{ mm} \times 0.5 \text{ mm}$, $12 \text{ mm} \times 6 \text{ mm} \times 0.05 \text{ mm}$, GMM 材料是 Terfenol-D, PZT 型号是 PZT-5H, 弹性板材料是镀青铜, 各材料参数如表 1 所示.

表 1 材料参数

	$(d_{33,m}$ 或 $d_{31,p}) \times 10^{-12} \text{ m/N}$	$(s_{33}^E$ 或 $s_{11}^E) \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$	ϵ_{33}	$G (\text{kg/m}^2/\text{s}^2)$	ν	$\rho (\text{kg/m}^3)$
Terfenol-D	4000	40				9200
PZT-5H	-270	16.5	3800			7500
镀青铜		7.46				8260
环氧树脂胶		333.3		1.12	0.34	5000

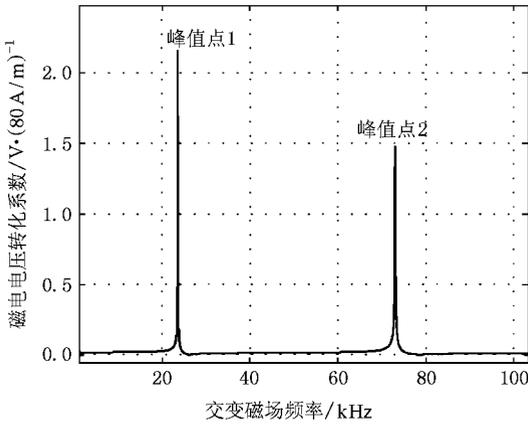


图3 理论磁电电压转化系数和频率的关系

数值计算表明,该层状复合结构在外加偏置磁场 $H_{\text{bias}} = 450 \text{ Oe}$ ($1 \text{ Oe} = 80 \text{ A/m}$) 和外加交变磁场 $H_{\text{ac}} = 1 \text{ Oe}$ 激励下,峰值点 1 处的频率为 23.523 kHz,相应的输出电压为 2.15 V,峰值点 2 处的频率为 73.053 kHz,相应的输出电压为 1.48 V. 峰值点 1 处的频率就是复合结构纵振的一阶谐振频率,峰值点 2 处的频率就是三阶谐振频率. 因为结构在板的中间被固定,所以偶次阶振动模式被抑制. 分析可知,层状复合结构的输出电压与 PZT 的平均应变成正比,而 PZT 的应变分布与层状复合结构的各层尺寸和材料特性以及外加磁场 H 均有关,可以通过改变各层的尺寸和材料特性以及外加磁场 H 研究其对层状复合结构固有频率、应变分布以及输出电压的影响.

3. 磁电响应理论值与实验值对比分析

实验用的 Terfeoni-IX (甘肃天星稀土功能有限公司生产)和 PZT-5H (电子工业部 26 所生产),其各项材料参数见表 1,将 GMM、弹性板和 PZT 用环氧树脂

胶黏接后置于烤箱,在 100°C 下烘烤 4 h,取出冷却,得到该 GMM/弹性板/PZT 层状复合结构,将其置于测量系统中,改变交变磁场频率,得到不同频率下的层状复合结构的磁电电压转化系数. 根据以上的磁电响应理论推导,以 90 mm 的弹性板与 GMM, PZT 层状复合结构为例,将计算得到理论的磁电响应与实验的磁电响应进行对比,如图 4、图 5 所示.

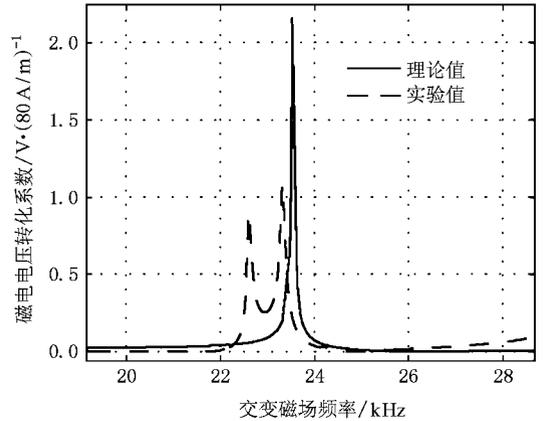


图4 理论和实验磁电电压转化系数和频率的关系(一阶)

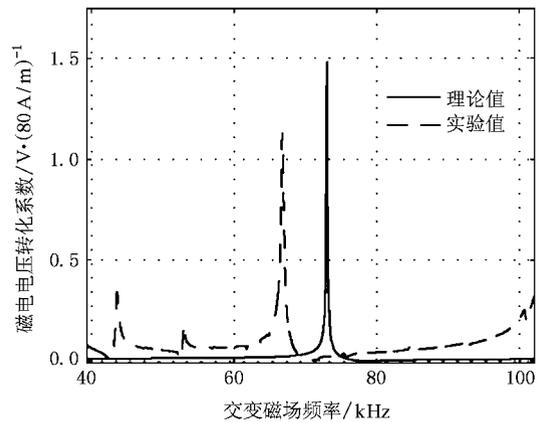


图5 理论和实验磁电电压转化系数和频率的关系(三阶)

表2 理论谐振频率和理论电压与实际谐振频率和实际电压的比较

	层结构的理论频率/kHz	层结构的实际频率/kHz	频率误差/%	层结构的理论电压/V	层结构的实测电压/V
一阶	23.523	23.32	0.87	2.15	1.078
三阶	73.053	66.766	9.42	1.48	1.127

通过对磁电响应的理论值与实验值的对比分析,得到以下三点:

1) 实验测得 GMM/弹性板/PZT 层状复合结构的磁电响应的一阶谐振频率为 23.32 kHz,相应的磁电

电压转化系数为 1.078 V/Oe ; 三阶谐振频率为 66.766 kHz,相应的磁电电压转化系数为 1.127 V/Oe . 与本文的 GMM 和 PZT 尺寸相同的 GMM/PZT 直接层状复合结构^[6]进行比较可知, GMM/PZT 直接层

状复合结构在一阶纵向谐振频率处的磁电电压转化系数只有 0.559 V/Oe.

2) 对于一阶谐振频率, 理论预测值和实测值符合较好, 相差 0.203 kHz; 对于三阶谐振频率, 理论预测值和实测值相差 6.287 kHz, 频率误差在 9.42% 以内.

3) 一阶谐振频率处的理论磁电电压转化系数是实测值的 2 倍左右, 原因在于该处纵振附近存在弯曲模式的振动(见图 4), 这对纵振产生一定的抑制, 造成实测电压值偏低, 而三阶谐振频率处附近没有弯曲模式的振动, 理论预测值与实验值基本符合. 说明引入了胶层的作用, 磁电响应的理论预测值与实验值符合.

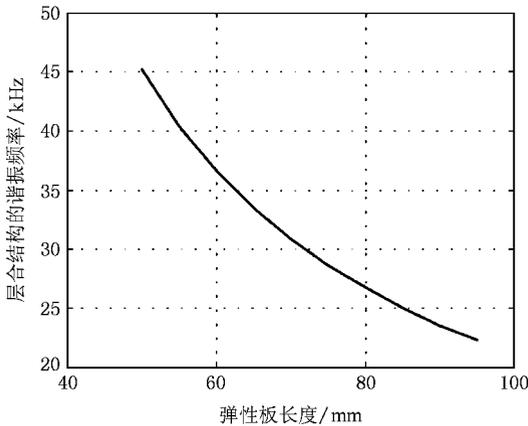


图 6 层状复合结构的固有频率与弹性板长度的关系

由频率方程(24)的分析可知, 各层的尺寸和材料特性决定层状复合结构的固有频率, 也就相应地确定了磁电响应的谐振频率. 图 6 给出在给定的宽度和厚度下, 弹性板的长度变化与层状复合结构固有频率的关系.

从图 6 可看出, 随着弹性板长度的增加, 层状复合结构的固有频率下降. 因此, 可以通过改变弹性板的尺寸来调控层状复合结构的固有频率, 使其在较宽的范围内变化, 这为该结构满足不同频带需要提供可能.

4. 结 论

利用 Hamilton 原理, 结合压磁和压电方程, 推导出考虑胶层的作用的 GMM/弹性板/PZT 层状复合结构的纵振运动方程和频率方程, 通过求解这两个方程可得到在外加交变磁场激励下, 纵振固有频率处 PZT 的应变分布, 最后由压电方程, 进一步推导 PZT 的输出电压. 通过数值计算, 得到磁电电压转化系数-频率曲线, 将它与实验的磁电电压转化系数-频率曲线进行对比, 可以看出, 谐振频率的理论值和实际值符合较好, 频率误差在 9.42% 以内, 理论磁电电压转化系数值与实际值符合. 本文的方法为分析 GMM/弹性板/PZT 三层层状复合结构的振动(包括固有频率、位移和应变分布)以及不同频率激励下的磁电响应提供了理论工具.

[1] Landau L D, Lifshitz E. 1960 *Electrodynamics of continuous media* (Oxford: Pergamon Press) p119

[2] Ryu J, Carazo A V, Uchino K, Kim H. 2001 *Japan. J. Appl. Phys.* **40** 4948

[3] Dong S X, Li J F, Viehland D. 2004 *J. Appl. Phys.* **95** 2625

[4] Dong S X, Li J F, Viehland D. 2003 *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* **50** 1253

[5] Wan H, Shen R F, Wu X Z. 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1426 (in Chinese) [万红, 沈仁发, 吴学忠. 2005 物理学报 **54** 1426]

[6] Wan H, Xie L Q, Wu X Z, Liu X C. 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3872 (in Chinese) [万红, 谢立强, 吴学忠, 刘希从. 2005 物理学报 **54** 3872]

[7] Yang F, Wen Y M, Li P, Zheng M, Bian L X. 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3539 (in Chinese) [杨帆, 文玉梅, 李平, 郑敏, 卞雷

祥. 2007 物理学报 **56** 3539]

[8] Fillippov D A. 2005 *Phys. of Solid State* **47** 1080

[9] Nan C W, Li M, Huang J H. 2001 *Phys. Rev. B* **63** 144415

[10] Nersessian N, Or S W, Carman G P. 2004 *IEEE Trans. on Magnetics* **40** 2646

[11] Zhou J P, Shi Z, Liu G, He H C. 2006 *Acta. Phys. Sin.* **55** 3766 (in Chinese) [周剑平, 施展, 刘刚, 何泓材. 2006 物理学报 **55** 3766]

[12] Li P, Wen Y M. 2007 *App. Phys. Lett.* **90** 022503

[13] He S, Rao M D. 1992 *Journal of Vibration and Acoustics* **114** 330

[14] Rao M D, He S. 1992 *Journal of Sound and Vibration* **152** 405

[15] Lal A. 1996 *Ph. D. thesis* (University of California, Berkeley) p178-185

[16] Zhou X, Chattopadhyay A. 2000 *J. Intell Mater Syst. Struct* **11** 169

Magnetolectric response of GMM/elastic plate/PZT laminated composite in the longitudinal vibration ^{*}

Yang Wei-Wei Wen Yu-Mei[†] Li Ping Bian Lei-Xiang

(College of Opto-electronic Engineering , The Key Laboratory for Optoelectric Technology & Systems ,
Ministry of Education , Chongqing University , Chongqing 400030 , China)

(Received 27 October 2007 ; revised manuscript received 28 December 2007)

Abstract

Strain in a laminated structure is transferred by the interlayer adhesive layer. However, the analysis of the adhesive layer behaviors was rarely carried out. The Hamilton's principle is used to derive the governing motion equation of the GMM/elastic plate/PZT three-layered structure. The effects of the adhesive layer resulting from the shear and longitudinal deformation are considered in the analysis. From the motion equation of the GMM/elastic plate/PZT structure and the structural boundary conditions, the equation predicting the system natural frequencies is derived. Then, using the constitutive equations of magnetostrictive and piezoelectric effects, the magneto-electric response over frequency of underlying structure is obtained. By comparing the theoretical magneto-electric response over frequency with the experimental results it can be seen that the frequency deviation is below 9.42%, and the values of the theoretical magneto-electric voltage coefficient are in agreement with the experiment ones. The dependence of the resonance frequency of the structure on the length of the elastic plate is also discussed.

Keywords : laminated composite , magneto-electric response , Hamilton's principle , governing equation of motion

PACC : 7580 , 7115P

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10776039 , 50677072) and the National High Technology Research and Development Program of China (863 Program) (Grant No. 2006AA04Z337).

[†] Corresponding author. E-mail : ymwen@cqu.edu.cn