第 57 卷 第 8 期 2008 年 8 月
1000-3290/2008/57(08)/4652-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.57, No.8, August, 2008

相对论性变质量非完整可控力学系统的非 Noether 守恒量*

夏丽莉[1)†] 李元成[2)]

1)(河南教育学院物理系，郑州 450014)

2)(中国石油大学(华东)物理科学与技术学院，东营 257061)

(2007 年 12 月 25 日收到；2008 年 4 月 17 日收到修改稿)

在时间不变的特殊无限小变换下，研究相对论性变质量非完整可控力学系统的非 Noether 守恒量——Hojamn 守恒量. 建立了系统的运动微分方程，给出了系统在特殊无限小变换下的形式不变性(Mei 对称性)的定义和判据以及系统的形式不变性是 Lie 对称性的充分必要条件. 得到了系统形式不变性导致非 Noether 守恒量的条件和具体形式. 举例说明结果的应用.

关键词：相对论，非完整可控力学系统，变质量，非 Noether 守恒量

PACC：0320

1. 引 言

对称性和守恒量理论一直是数学、物理、力学等领域的重要理论. 近年来，人们对经典力学系统的对称性和守恒量的研究取得了一系列重要成果[1—7]. 自 1998 年我国学者建立了转动系统相对论性分析力学理论以来[8]，相对论力学系统的变分原理、运动方程、代数结构和对称性理论等方面的研究已取得了一定的成果[9—18].

可控力学系统是在现实社会中普遍存在的一类力学系统. 通常研究的可控力学系统是指系统的约束方程中带有控制参数的，目前，已对此类约束系统进行了一定的研究[19—25]. 可控约束在工程实践上已得到广泛的应用[26]. 因此，对于可控力学系统的对称性和守恒量的研究不仅具有数学意义，而且还具有重要的物理意义.

文献[27]给出了相对论性变质量非完整系统的非 Noether 守恒量. 本文在文献[27]的基础上研究相对论性变质量非完整可控力学系统的非 Noether 守恒量. 建立了系统的运动微分方程，给出系统在特殊无限小变换下的形式不变性的定义和判据以及系统的形式不变性是 Lie 对称性的充分必要条件. 得到了系统形式不变性导致非 Noether 守恒量的条件和具体形式. 最后举例说明结果的应用.

2. 系统的运动微分方程

假设力学系统由 N 个质点组成，系统的位形由 n 个广义坐标 q_s $(s=1,2,\cdots,n)$ 来确定，系统的运动受 g 个 Chetaev 型非完整可控约束，

$$\varphi_\beta(t,q_s,\dot{q}_s,\mu_r,\dot{\mu}_r)=0$$
$$(\beta=1,2,\cdots,g;r=1,2,\cdots,b;s=1,2,\cdots,n). \tag{1}$$

约束方程(1)加在虚位移 δq_s 上的限制条件为

$$\sum_{\beta=1}^{g}\frac{\partial\varphi_\beta}{\partial\dot{q}_s}\delta q_s=0 \quad (\beta=1,2,\cdots,g;r=1,2,\cdots,b;\ s=1,2,\cdots,n). \tag{2}$$

系统第 i 个质点的质量

$$m_i=\frac{m_{0i}}{\sqrt{1-\dot{r}_i^2/c^2}} \quad (i=1,2,\cdots,N), \tag{3}$$

式中 m_{0i} 为第 i 个粒子的静止质量，

$$m_{0i}=m_{0i}(t,q_s). \tag{4}$$

一般情况下,方程(1)包含控制参数 μ_r，μ_r 为

---

* 河南教育学院重点学科建设基金资助的课题.

† E-mail：xialilixialili@yahoo.com.cn

可积函数．相对论变质量非完整可控力学系统的运动微分方程表示为 Routh 形式

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L_r^*}{\partial \dot{q}_s}-\frac{\partial L_r^*}{\partial q_s}=Q_s+P_s+\lambda_\beta\frac{\partial \varphi_\beta}{\partial \dot{q}_s}$$
$$(s=1,2,\cdots,n;\beta=1,2,\cdots,g),\qquad(5)$$

式中

$$L_r^*(q_s,\dot{q}_s,t)=T_r^*-V$$

为系统的 Lagrange 函数，

$$V=V(q_s)$$

为系统的势能，

$$T_r^*=m_{0i}c^2\left(1-\sqrt{1-\dot{\boldsymbol{r}}_i^2/c^2}\right)$$

为相对论性广义动能，Q_s 为非势广义力，P_s 为广义反推力，可表示为[28]

$$P_s=\sum_{i=1}^{N}\left(\boldsymbol{\Phi}_i+\frac{\dot{m}_{0i}\dot{\boldsymbol{r}}_i}{\sqrt{1-\dot{\boldsymbol{r}}_i^2/c^2}}\right)\frac{\partial \boldsymbol{r}_i}{\partial q_s}-\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial m_{0i}}{\partial q_s}c^2\left(1-\sqrt{1-\dot{\boldsymbol{r}}_i^2/c^2}\right),\qquad(6)$$

$$\boldsymbol{\Phi}_i=\dot{m}_{0i}\left(\frac{\boldsymbol{u}_i}{\sqrt{1-\boldsymbol{u}_i^2/c^2}}-\frac{\boldsymbol{v}_i}{\sqrt{1-\boldsymbol{v}_i^2/c^2}}\right).\qquad(7)$$

这里 $\boldsymbol{\Phi}_i$ 为相对论性反推力，$\boldsymbol{u}_i$ 为微粒相对于质点的相对速度，λ_β 为约束乘子．设方程(5)非奇异，即设

$$\det\left(\frac{\partial^2 L_r^*}{\partial \dot{q}_s\partial \dot{q}_k}\right)\neq 0.\qquad(8)$$

在方程(5)积分之前，可由方程(1)，(2)，(5)先求出约束乘子 λ_β 作为 $t,q_s,\dot{q}_s,\mu_r,\dot{\mu}_r$ 的函数，于是方程(5)可表示为下列相应完整系统的形式：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L_r^*}{\partial \dot{q}_s}-\frac{\partial L_r^*}{\partial q_s}=Q_s+P_s+\Lambda_s$$
$$(s=1,2,\cdots,n),\qquad(9)$$

$$\Lambda_s=\Lambda_s(t,q_s,\dot{q}_s,\mu_r,\dot{\mu}_r)=\lambda_\beta\frac{\partial \varphi_\beta}{\partial \dot{q}_s}.\qquad(10)$$

展开方程(9)可解出所有广义加速度，记作

$$\ddot{q}_s=\alpha_s(t,q_s,\dot{q}_s,\mu_r,\dot{\mu}_r)\qquad(s=1,2,\cdots,n).\qquad(11)$$

3．形式不变性的定义和判据

引入时间不变的特殊无限小变换

$$t^*=t,$$

$$q_s^*(t^*)=q_s(t)+\varepsilon\xi_s(t,q_s,\dot{q}_s),\qquad(12)$$

式中 ε 为无限小参数，ξ_s 为无限小生成元．假设在无限小变换(12)式下，系统的 Lagrange 函数 L_r^* 变为 $\widetilde{L}_r^*=L_r^*(t^*,q_s^*,\dot{q}_s^*)$，广义力 Q_s 变为 $\widetilde{Q}_s=Q_s(t^*,q_s^*,\dot{q}_s^*)$，广义反推力 P_s 变为 $\widetilde{P}_s=P_s(t^*,q_s^*,\dot{q}_s^*)$，约束反力 Λ_s 变为 $\widetilde{\Lambda}_s=\Lambda_s(t^*,q_s^*,\dot{q}_s^*,\mu_r^*,\dot{\mu}_r^*)$,则可得

$$\widetilde{L}_r^*=L_r^*(t^*,q_s^*,\dot{q}_s^*)=L_r^*(t,q_s,\dot{q}_s)+\varepsilon X^{(1)}(L_r^*)+o(\varepsilon^2),\qquad(13)$$

$$\widetilde{Q}_s=Q_s(t^*,q_s^*,\dot{q}_s^*)=Q_s(t,q_s,\dot{q}_s)+\varepsilon X^{(1)}(Q_s)+o(\varepsilon^2),\qquad(14)$$

$$\widetilde{P}_s=P_s(t^*,q_s^*,\dot{q}_s^*)=P_s(t,q_s,\dot{q}_s)+\varepsilon X^{(1)}(P_s)+o(\varepsilon^2),\qquad(15)$$

$$\widetilde{\Lambda}_s=\Lambda_s(t^*,q_s^*,\dot{q}_s^*,\mu_r^*,\dot{\mu}_r^*)=\Lambda_s(t,q_s,\dot{q}_s,\mu_r,\dot{\mu}_r)+\varepsilon X^{(1)}(\Lambda_s)+o(\varepsilon^2).\qquad(16)$$

这里

$$X^{(1)}=\xi_s\frac{\partial}{\partial q_s}+\frac{\bar{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}t}\xi_s\frac{\partial}{\partial \dot{q}_s},$$

$$\frac{\bar{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial}{\partial t}+\dot{q}_s\frac{\partial}{\partial q_s}+\alpha_s\frac{\partial}{\partial \dot{q}_s}.\qquad(17)$$

引入 Euler 算子

$$E_s=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial}{\partial \dot{q}_s}-\frac{\partial}{\partial q_s},\qquad(18)$$

则方程(9)可表示为

$$E_s(L_r^*)=Q_s+P_s+\Lambda_s\qquad(s=1,2,\cdots,n).\qquad(19)$$

定义　在无限小变换(12)式下，若系统(19)保持形式不变,即

$$E_s(\widetilde{L}_r^*)=\widetilde{Q}_s+\widetilde{P}_s+\widetilde{\Lambda}_s\qquad(20)$$

成立，则称此不变性为与相对论性变质量非完整可控力学系统(1)，(5)相应的完整系统(19)的形式不变性．

对与相对论性变质量非完整可控力学系统(1)，(5)相应的完整系统(19)，系统的形式不变性可以在一定条件下导致守恒量．

判据　对与相对论性变质量非完整可控力学系统(1)，(5)相应的完整系统(19)，如果无限小变换生成元 ξ_s 满足

$$E_s[X^{(1)}(L_r^*)]-X^{(1)}(Q_s)$$

$$- X^{(1)}(P_s) - X^{(1)}(\Lambda_s) = 0, \tag{21}$$

则相应不变性为形式不变性.

证明 将 Euler 算子 (18) 式作用于 (13) 式, 忽略 ε^2 及以上高阶小项, 可得

$$E_s(\tilde{L}_r^*) = E_s(L_r^*) + \varepsilon E_s\{X^{(1)}(L_r^*)\}, \tag{22}$$

将 (19) 式代入 (22) 式, 并考虑到 (14)—(16) 式, 可得

$$\begin{aligned} E_s(\tilde{L}_r^*) &= Q_s + P_s + \Lambda_s + \varepsilon E_s\{X^{(1)}(L_r^*)\} \\ &= \tilde{Q}_s - \varepsilon X^{(1)}(Q_s) + \tilde{P}_s - \varepsilon X^{(1)}(P_s) \\ &\quad + \tilde{\Lambda}_s - \varepsilon X^{(1)}(\Lambda_s) + \varepsilon E_s\{X^{(1)}(L_r^*)\} \\ &= \tilde{Q}_s + \tilde{P}_s + \tilde{\Lambda}_s + \varepsilon\{E_s[X^{(1)}(L_r^*)] \\ &\quad - X^{(1)}(Q_s) - X^{(1)}(P_s) - X^{(1)}(\Lambda_s)\}. \end{aligned} \tag{23}$$

将(20)式代入(23)式, 可得(21)式.

4. 形式不变性与 Lie 对称性的关系

力学系统的形式不变性可以得到非 Noether 守恒量, 下面给出在无限小变换(12)式下相应完整力学系统的形式不变性与 Lie 对称性的关系.

在无限小变换 (12)式下, 系统的 Lie 对称性确定方程为

$$X^{(2)}\{E_s(L_r^*)\} - X^{(1)}(Q_s) - X^{(1)}(P_s) - X^{(1)}(\Lambda_s) = 0. \tag{24}$$

这里

$$X^{(2)} = \xi_s\frac{\partial}{\partial q_s} + \frac{\bar{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}t}\xi_s\frac{\partial}{\partial \dot{q}_s} + \frac{\bar{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}t}\frac{\bar{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}t}\xi_s\frac{\partial}{\partial \ddot{q}_s}.$$

令(21) 式与 (24) 式相等, 可得

$$E_s\{X^{(1)}(L_r^*)\} - X^{(2)}\{E_s(L_r^*)\} = 0. \tag{25}$$

定理 对与相对论性变质量非完整可控力学系统 (1), (5) 相应的完整系统(19), 形式不变性是 Lie 对称性的充分必要条件是无限小变换生成元满足关系式(25).

证明 关系式 (25) 可变形为

$$\begin{aligned} &E_s\{X^{(1)}(L_r^*)\} - X^{(1)}(Q_s) \\ &\quad - X^{(1)}(P_s) - X^{(1)}(\Lambda_s) \\ &= X^{(2)}\{E_s(L_r^*)\} - X^{(1)}(Q_s) \\ &\quad - X^{(1)}(P_s) - X^{(1)}(\Lambda_s). \end{aligned} \tag{26}$$

如果无限小变换生成元 ξ_s 是形式不变的, 有 (21) 式成立, 即

$$E_s[X^{(1)}(L_r^*)] - X^{(1)}(Q_s) - X^{(1)}(P_s) - X^{(1)}(\Lambda_s) = 0 \tag{27}$$

成立. 将 (26) 式代入 (25) 式, 可得

$$X^{(2)}\{E_s(L)\} - X^{(1)}(Q_s) - X^{(1)}(P_s) - X^{(1)}(\Lambda_s) = 0, \tag{28}$$

则形式不变性生成元 ξ_s 是 Lie 对称性的.

如果无限小变换生成元 ξ_s 是 Lie 对称性的, 有 (24) 式成立, 代入 (26) 式后有 (27) 式成立, 则 Lie 对称性生成元 ξ_s 是形式不变性的.

与相对论性变质量非完整可控力学系统 (1), (5) 相应的完整系统 (19) 的形式不变性生成元 ξ_s 是 Lie 对称性的充分必要条件是 (25) 式成立.

5. 相应完整系统的 Hojman 定理

对与相对论性变质量非完整可控力学系统 (1), (5) 相应的完整系统 (19), 如果无限小变换生成元 ξ_s 满足 (25) 式, 同时存在函数 $\bar{\mu} = \bar{\mu}(t, q_s, \dot{q}_s, \mu_r, \dot{\mu}_r)$ 满足

$$\sum_{s=1}^{n}\frac{\partial \alpha_s}{\partial \dot{q}_s} + \frac{\bar{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}t}\ln\bar{\mu} = 0, \tag{29}$$

则系统的形式不变性导致非 Noether 守恒量

$$I_{\mathrm{H}} = \frac{1}{\bar{\mu}}\sum_{s=1}^{n}\left[\frac{\partial}{\partial q_s}(\bar{\mu}\,\xi_s) + \frac{\partial}{\partial \dot{q}_s}\left(\bar{\mu}\,\frac{\bar{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}t}\xi_s\right)\right] = \mathrm{const}. \tag{30}$$

证明 如果无限小变换生成元 ξ_s 是 Lie 对称性的, 则存在如下 Lie 对称性确定方程:

$$\frac{\bar{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}t}\frac{\bar{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}t}\xi_s = \sum_{k=1}^{n}\frac{\partial \alpha_s}{\partial q_k}\xi_k + \sum_{k=1}^{n}\frac{\partial \alpha_s}{\partial \dot{q}_k}\frac{\bar{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}t}\xi_k. \tag{31}$$

由关系式 (29) 和 (31), 根据 Hojman 证明方法[29], 可得到守恒量(30)式.

6. 算 例

设相对论变质量质点的 Lagrange 函数是

$$L_r^* = mc^2(1 - \sqrt{1 - \dot{q}^2/c^2}), \tag{32}$$

式中 $m = m_0\exp(-bt)$, b 为常数, $b > 0$.

假设微粒分离质点的相对速度为零, 即 $\boldsymbol{u} = -\dot{\boldsymbol{r}} = -\dot{q}\boldsymbol{i}$, 质点所受的非完整可控约束为

$$\varphi = \mu\dot{q} - q = 0, \tag{33}$$

试研究系统的非 Noether 守恒量.

首先确定相应完整系统的运动方程. 由 (6) 和 (32)式, 有

$$P = 0,$$

$$\frac{\partial L_r^*}{\partial q_s}=0,$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L_r^*}{\partial \dot{q}_s}$$

$$=\frac{m_0\exp(-bt)[c^2(-b\dot{q}+\ddot{q})-\dot{q}^2(-b\dot{q}+\ddot{q})+\dot{q}^2\ddot{q}]}{c^2(1-\dot{q}^2/c^2)^{3/2}}. \tag{34}$$

方程 (5) 给出

$$\frac{m_0\exp(-bt)[c^2(-b\dot{q}+\ddot{q})-\dot{q}^2(-b\dot{q}+\ddot{q})+\dot{q}^2\ddot{q}]}{\mu c^2(1-\dot{q}^2/c^2)^{3/2}}$$

$$=\lambda, \tag{35}$$

(33)式对 t 求导，有

$$\dot{\mu}\dot{q}+\mu\ddot{q}-\dot{q}=0. \tag{36}$$

由 (11) 式可得

$$\alpha=-\frac{1+\dot{\mu}}{\mu}\dot{q}. \tag{37}$$

取生成元

$$\xi_s=\frac{1}{2}(\mu\dot{q}+q)^2, \tag{38}$$

易得生成元 (38) 式满足 (25) 式. 相应完整系统 (38) 不但是形式不变性的，而且是 Lie 对称性的.

由 (29) 式可得

$$\bar{\mu}=\mu\exp\int\frac{1}{\mu}\mathrm{d}t. \tag{39}$$

将(37)—(39)式代入(30)式可得 Hojman 守恒量

$$I_{\mathrm{H}}=\mu\dot{q}+q=\mathrm{const}. \tag{40}$$

7. 结　　论

本文在时间不变的特殊无限小变换下，研究相对论性变质量非完整可控力学系统非 Noether 守恒量. 主要结果是(25)，(29)和 (30) 式. 本文具有普遍意义，对相对论情形和经典情形都适用. 当 $|\dot{\boldsymbol{r}}_i|\ll c$ 时，相对论广义动能 T^* 简化为 $T=\frac{1}{2}m_{0i}\dot{\boldsymbol{r}}_i^2$，本文的结果简化为经典情形下结果. 如果控制参数 $\mu_r=0$，则本文的主要结果和文献[28]的主要结果相同.

[1] Li Z P 1981 *Acta Phys. Sin.* **30** 1659 (in Chinese) [李子平 1981 物理学报 **30** 1659]

[2] Liu D 1989 *Acta Mech. Sin.* **21** 75 (in Chinese) [刘　端 1989 力学学报 **21** 75]

[3] Mei F X 1993 *Sci. China* A **23** 709 (in Chinese) [梅凤翔 1993 中国科学 A **23** 709]

[4] Mei F X 1999 *Appl. Math. Mech.* **20** 629

[5] Mei F X 1999 *Applications of Lie Groups and Lie Algebras to Constrained Mechanical Systems* (Beijing: Science Press) (in Chinese) [梅凤翔 1999 李群和李代数对约束力学系统的应用 (北京：科学出版社)]

[6] Li R J, Qiao Y F, Meng J 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1 (in Chinese) [李仁杰、乔永芬、孟　军 2002 物理学报 **51** 1]

[7] Fu J L, Wang X M 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1023 (in Chinese) [傅景礼、王新民 2000 物理学报 **49** 1023]

[8] Luo S K 1998 *Appl. Math. Mech.* **19** 45

[9] Zhang Y L, Qiao Y F, Ma Y P 1999 *Acta Mech. Sol. Sin.* **20** 356 (in Chinese) [张耀良、乔永芬、马云鹏 1999 固体力学学报 **20** 356]

[10] Luo S K, Fu J L, Chen X W 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 383 (in Chinese) [罗绍凯、傅景礼、陈向炜 2001 物理学报 **50** 383]

[11] Fang J H, Zhao S Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 390 (in Chinese) [方建会、赵嵩卿 2001 物理学报 **50** 390]

[12] Luo S K 1996 *J. Beijing Inst. Technol.* **16**(S1) 154 (in Chinese) [罗绍凯 1996 北京理工大学学报 **16**(S1) 154]

[13] Fu J L, Chen X W, Luo S K 2002 *Appl. Math. Mech.* **21** 549

[14] Luo S K, Guo Y X, Chen X W 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2053 (in Chinese) [罗绍凯、郭永新、陈向炜 2001 物理学报 **50** 2053]

[15] Luo S K 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 712 (in Chinese) [罗绍凯 2002 物理学报 **51** 712]

[16] Fang J H, Yan X H, Chen P S 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1561 (in Chinese) [方建会、闫向宏、陈培胜 2003 物理学报 **52** 1561]

[17] Fu J L, Chen L Q, Xie F P 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2664 (in Chinese) [傅景礼、陈立群、谢凤萍 2003 物理学报 **52** 2664]

[18] Zhang Y, Ge W K 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1464 (in Chinese) [张　毅、葛伟宽 2005 物理学报 **54** 1464]

[19] Kirgetov V I 1964 *Appl. Math. Meth.* **28** 232 (in Russian)

[20] Rumjantsev V V 1976 *Appl. Math. Meth.* **40** 771 (in Russian)

[21] Mei F X 1988 *J. Beijing Inst. Technol.* **8** 17

[22] Mei F X 1992 *Appl. Math. Mech.* **13** 165

[23] Fu J L, Chen L Q, Bai J H, Yang X D 2003 *Chin. Phys.* **12** 695

[24] Xia L L, Li Y C, Wang J, Hou Q B 2006 *Commun. Theor. Phys.* **46** 415

[25] Xia L L, Li Y C, Hou Q B, Wang J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4995 (in Chinese) [夏丽莉、李元成、后其宝、王　静 2006 物理学报 **55** 4995]

[26] Mei F X, Liu D, Luo Y 1991 *Advanced Analytical Mechanics* (Beijing: Beijng Institute of Technology Press) (in Chinese) [梅凤翔、刘　端、罗　勇 1991 高等分析力学(北京：北京理工大学出版社)]

[27] Qiao Y F, Li R J, Ma Y S 2005 *Commun. Theor. Phys.* **43** 197

[28] Fang J H 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1001 (in Chinese) [方建会 2001 物理学报 **50** 1001]

[29] Lutzky M 1996 *Int. J. Nonlinear Mech.* **33** 396

Non-Noether conserved quantity for relativistic nonholonomic controllable mechanical system with variable mass*

Xia Li-Li[1)†] Li Yuan-Cheng[2)]

1) (*Department of Physics, Henan Institute of Education, Zhengzhou 450014, China*)

2) (*College of Physics Science and Technology, China University of Petroleum (East China), Dongying 257061, China*)

(Received 25 December 2007; revised manuscript received 17 April 2008)

Abstract

The non-Noether conserved quantity for relativistic nonholonomic controllable mechanical system with variable mass is discussed under special infinitesimal transformations in which the time is not a variable. The differential equations of motion of the system are established. The definition and criterion of the form invariance of the system under special infinitesimal transformations are discussed. The necessary and sufficient conditions under which the form invariance is a Lie symmetry is presented. The conditions under which a non-Noether conserved quantity can be induced by the form invariance and the form of the conserved quantity are obtained. An example is presented to illustrate the application of the result.

Keywords: relativity, nonholonomic controllable mechanical system, variable mass, non-Noether conserved quantity

PACC: 0320

* Project supported by the Foundation of Priority Discipline of Henan Institute of Education, China.

† E-mail: xialilixialili@yahoo.com.cn