

一个特殊模型中的相干布居俘获^{*}

毕冬艳[†]

(西北大学物理系, 西安 710069)

(2007 年 11 月 1 日收到, 2008 年 3 月 25 日收到修改稿)

外场作用下, 对称双势阱中将发生相干布居俘获现象. 在氮分子模型中, 当分子初始处在较低的本征态时, 在一定的条件下激发态上将没有粒子数布居. 外加光场强烈地使较低的双重态耦合在一起, 且粒子数布居总保持为 1. 尽管此时外场与 $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$ 接近共振. 这是一般模型所不能得到的结论.

关键词: 相干布居俘获, Ξ 型三能级系统, 双势阱

PACC: 0365, 0367

1. 引 言

对称双势阱中量子动力学演化, 对于很多的物理过程和化学过程都是非常重要的, 一个典型的例子就是氮分子中氢原子基团的隧穿现象^[1], 还有量子半导体结构中电子的隧穿^[2]和分子内部质子的迁移过程^[3].

近些年来, 外场激发下的原子与分子系统的量子相干现象已成为人们研究的一个热点课题^[4,5], 例如相干布居俘获^[6]、电磁感应透明^[7]、无反转激光^[8]等. 特别值得提及的是, 有关双势阱中的量子相干现象已成为人们研究的重要内容^[9,10], 而且研究的结果还表明, 在一定条件下外场可以导致发生相干隧道效应猝灭现象^[11]. 本文主要研究与之相关的 W 型双势阱中, Ξ 型三能级系统中的相干布居俘获现象.

对于氮分子, 由于氮原子较氢原子重, 可以认为它静止不动. 三个氢原子组成一个正三角形, 它的中垂线通过氮原子. 于是系统势能是氮原子到氢原子所在平面之距离的函数, 它是由具有两个外形相同的稳定均衡势阱组成, 关于正三角平面对称. 氢原子在两对称势阱中来回隧穿形成振荡, 分子振动能级的分裂明白地显示了这一现象^[1]. 另外, FH 镜像^[12]也能形成 W 型对称双势阱. 这一对称双势阱的哈密顿量可表示为^[13]

$$H(t) = H_0 + Sx \cos(\omega t),$$

$$H_0 = \frac{P^2}{2M} + V(x),$$

$$V(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{64D}x^4.$$

这里 S 为外场的强度, 当 $S = 0$ 或是周期性外场的情况下, 势阱是对称的, S 为静电场时, 势阱是非对称的; $V(x)$ 为对称双势阱的势能;

$$D = \frac{E_B}{\hbar\omega_0}$$

表示单位为 $\hbar\omega_0$ 的中间脊的高度, 在无外场情况下, D 决定了双势阱具有负能量的本征态个数, 其中 ω_0 为每个势阱较低谐波振荡的角频率; t 是以 $2\pi/\omega_0$ 为单位的时间; ω 为外场频率.

本文利用特殊么正变换将强场和弱场两种激发极限的情况进行统一讨论, 实现了处理方法、处理形式上的简单化和物理意义的清晰化. 在处理方法上从系统的哈密顿量出发, 利用贝塞尔函数的渐进行为, 得到系统形式简单的哈密顿量表达式, 最后得出系统的本征矢. 这一结果既适合于弱场激发极限, 也适合于强场激发极限.

2. 理论模型及其精确解

本文所讨论的系统模型如图 1 所示. 图 1 中的 $|1\rangle$ 态和 $|2\rangle$ 态是较低的本征态, $|3\rangle$ 是较高的激

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 50271038)资助的课题.

[†] E-mail: bidongyan_1978@126.com

发态. 外场作用于该系统,使势阱中的 \$|1\rangle\$ 态和 \$|2\rangle\$ 态相耦合, \$|2\rangle\$ 态和 \$|3\rangle\$ 态相耦合,形成一个 \$\Xi\$ 型三能级系统. 系统哈密顿量表达式如下:

$$H = \begin{bmatrix} -\frac{\Delta_0}{2} & \Omega_{12} \cos(\tau) & 0 \\ \Omega_{12} \cos(\tau) & \frac{\Delta_0}{2} & \Omega_{23} \cos(\tau) \\ 0 & \Omega_{23} \cos(\tau) & \omega_3 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

这里 \$\hbar \equiv 1, \Omega_{ij}\$ 是 \$|i\rangle \rightarrow |j\rangle\$ 跃迁的 Rabi 频率, \$\tau = \omega_1 t - \Delta_0\$ 为较低本征态的能级分裂宽度. 现在对(1)式进行如下么正变换:

$$U = \begin{pmatrix} \cos\phi(\tau) & -i \sin\phi(\tau) & 0 \\ -i \sin\phi(\tau) & \cos\phi(\tau) & 0 \\ 0 & 0 & \exp(i\tau) \end{pmatrix}. \quad (2)$$

变换后的哈密顿量为

$$H' = U^{-1} H U - i U \dot{U}^{-1}$$

$$= \begin{pmatrix} -\frac{\Delta_0}{2} \cos[2\phi(\tau)] & -\frac{\Delta_0}{2} i \sin[2\phi(\tau)] & i\Omega_{23} \sin[\phi(\tau)] \exp(-i\tau) \cos(\tau) \\ \frac{\Delta_0}{2} i \sin[2\phi(\tau)] & \frac{\Delta_0}{2} \cos[2\phi(\tau)] & -\Omega_{23} \cos(\tau) \exp(-i\tau) \cos[\phi(\tau)] \\ -i\Omega_{23} \sin[\phi(\tau)] \exp(-i\tau) \cos(\tau) - \Omega_{23} \cos(\tau) \exp(-i\tau) \cos[\phi(\tau)] & & \omega_3 - \omega_1 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

式中

$$\phi(\tau) = \frac{\Omega_{12}}{\omega_1} \sin(\tau).$$

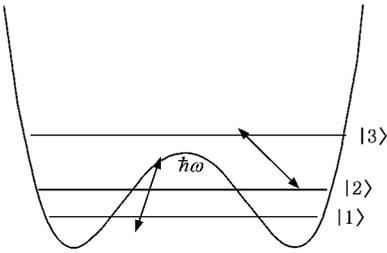


图 1 W 型双势阱中的 \$\Xi\$ 型三能级系统

下面对其中的含时项进行贝塞尔展开,将 \$H'\$ 分成 \$H'_0\$ 和含时相 \$\Delta H'(\tau)\$ 两部分. 当外场与 \$|2\rangle \rightarrow |3\rangle\$ 接近共振时,则

$$\frac{\Delta_0}{\omega_1} \ll 1,$$

$$\frac{\Omega_{23}}{\omega_1} \ll 1,$$

特别是在强场情况下,当 \$\Delta_0/\omega_1, \Omega_{23}/\omega_1 \ll \sqrt{\Omega_{12}/\omega_1}\$ 时,由于贝塞尔函数的渐近行为(图 2),含时相 \$\Delta H'(\tau)\$ 是一个随时间快速变化的微小量,故可以略去. 这样,系统哈密顿量的形式为

$$H'_0 = \begin{bmatrix} -\frac{\Delta_0^R}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\Delta_0^R}{2} & -\frac{\Omega_{23}^R}{2} \\ 0 & -\frac{\Omega_{23}^R}{2} & \omega_3 - \omega_1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

这里

$$\Delta_0^R = \Delta_0 J_0(2\Omega_{12}/\omega_1),$$

$$\Omega_{23}^R = 2\omega_1 (\Omega_{23}/\Omega_{12}) J_1(\Omega_{12}/\omega_1),$$

其中 \$J_n\$ 为 \$n\$ 阶贝塞尔函数. 由(4)式可容易地求解系统的薛定谔方程. 经过反变换,回到原表象,得系统的波函数为

$$|\Psi(\tau)\rangle = C_1(\tau)|1\rangle + C_2(\tau)|2\rangle + C_3(\tau)|3\rangle. \quad (5)$$

由于

$$C_i(\tau) = U^+ C'_i(\tau),$$

因而有

$$C_1(\tau) = C'_1(\tau) \cos\phi(\tau) + i C'_2(\tau) \sin\phi(\tau), \quad (6a)$$

$$C_2(\tau) = C'_2(\tau) \cos\phi(\tau) + i C'_1(\tau) \sin\phi(\tau), \quad (6b)$$

$$C_3(\tau) = C'_3(\tau) \exp(-i\tau). \quad (6c)$$

这里 \$C'_i(\tau)\$ 是对应于 \$H'_0\$ 的概率振幅. 解含时薛定谔方程得

$$C'_1(\tau) = C'_1(0) \exp\left[i \left(\frac{\Delta_0^R}{2\omega_1} \right) \tau \right], \quad (7a)$$

$$C'_2(\tau) = \left\{ C'_2(0) \cos\left(\frac{\Omega^R}{2\omega_1} \tau \right) + \frac{i}{\Omega^R} \left[C'_2(0) \delta^R + C'_3(0) \Omega_{23}^R \sin\left(\frac{\Omega^R}{2\omega_1} \tau \right) \right] \right\} \times \exp\{ - (i(2\omega_1) \mathbf{I} \delta^R + \Delta_0^R) \tau \} \quad (7b)$$

$$C'_3(\tau) = \left\{ C'_3(0) \cos\left(\frac{\Omega^R}{2\omega_1} \tau \right) - \frac{i}{\Omega^R} \left[C'_3(0) \delta^R + C'_2(0) \Omega_{23}^R \sin\left(\frac{\Omega^R}{2\omega_1} \tau \right) \right] \right\}$$

$$\times \exp\{i(2\omega_1)\tau - \delta^R - \alpha(\omega_3 - \omega_1)\tau\}. \quad (7c)$$

这里

$$\delta^R = \frac{\omega_3 - \Delta_0^R}{2 - \omega_1},$$

$$\Omega^R = \sqrt{(\Omega_{23}^R)^2 + (\delta^R)^2}.$$

以上结果的物理内容是非常清楚的. 实际上, 基矢

$$|i(\tau)\rangle \equiv U^+(\tau)|i\rangle,$$

系统波函数可表示为

$$|\Psi(\tau)\rangle = C_1(\tau)|1(\tau)\rangle + C_2(\tau)|\alpha(\tau)\rangle + C_3(\tau)|\beta(\tau)\rangle. \quad (8)$$

在弱场作用下, $\Omega_{12} \rightarrow 0$, 则 H 和 H_0' 的形式相同. 这样, 在旋波近似下, 以上结论在强场领域 ($\frac{\Omega_{12}}{\omega_1} \geq 1$) 和弱场领域 ($\frac{\Delta_0}{\omega_1} \ll 1, \frac{\Omega_{12}}{\omega_1} \ll 1$) 都是有效的.

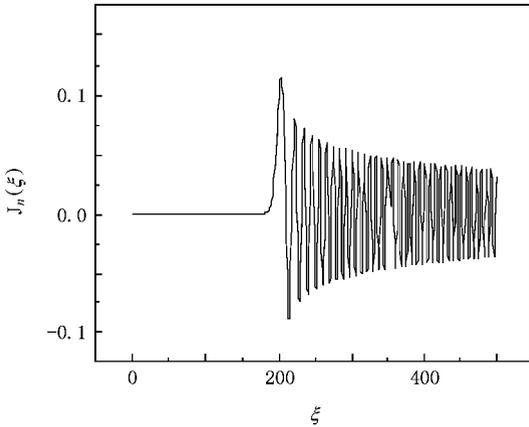


图2 贝塞尔函数的变化情况 $n=200$

3. 结果及讨论

由(7)式可知, 在相干外场的作用下, 初始处在 $|1\rangle$ 态上的粒子布居数全部被俘获在 $|1(\tau)\rangle$ 态上, 对于系统初始处在较低态时, 这意味着激发态 $|3\rangle$

将保持无布居状态, 尽管外场与 $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$ 接近共振, 而粒子数布居在 $|1\rangle$ 与 $|2\rangle$ 之间做快速振荡. 各本征态粒子数布居如下:

$$\begin{aligned} \rho_{22}(\tau) &= \sin^2\left(\frac{\Omega_{12}}{\omega_1}\sin\tau\right), \\ \rho_{33}(\tau) &= 0, \\ \rho_{11}(\tau) &= 1 - \rho_{22}(\tau). \end{aligned} \quad (9)$$

这样, 较低双重线上的粒子数布居对应于 $|1(\tau)\rangle$ 态, 总保持为 1.

另一方面, 当系统初始处在 $|2\rangle$ 态上, 则粒子数布居在 $|\beta(\tau)\rangle$ 与 $|\alpha(\tau)\rangle$ 之间作快速振荡. 各本征态粒子数布居如下:

$$\rho_{11}(\tau) + \rho_{22}(\tau) = \cos^2\left(\frac{\Omega^R}{\omega_1}\tau\right) + \left(\frac{\delta^R}{\Omega^R}\right)^2 \sin^2\left(\frac{\Omega^R}{2\omega_1}\tau\right), \quad (10)$$

$$\rho_{33}(\tau) = 1 - \rho_{22}(\tau) - \rho_{11}(\tau). \quad (11)$$

此时较低双重态上的粒子数布居对应于 $|\alpha(\tau)\rangle$ 态. 激发态与较低双重态间的粒子数布居之差随时间做如下振荡:

$$W(\tau) = -\cos\left(\frac{\Omega^R}{\omega_1}\tau\right) - 2\left(\frac{\delta^R}{\Omega^R}\right)^2 \sin^2\left(\frac{\Omega^R}{2\omega_1}\tau\right). \quad (12)$$

这里, 三能级系统已经很好展示了一个特殊的相干布居俘获现象. 当系统初始处在较低的本征态时, 系统粒子数全部被俘获在 $|1(\tau)\rangle$ 态, 即较低的双重线上了.

4. 结 论

本文通过特殊么正变换, 将强场和弱场两激发极限情况统一讨论, 得出系统的本征解. 当分子初始处在较低的本征态时, 在一定的条件下, 激发态上将没有粒子数布居, 外加光场强烈地使较低的双重态耦合在一起, 且粒子数布居总保持为 1, 这就是此特殊模型中的相干布居俘获现象. 如果考虑激发态的衰减, 系统的动力学演化又如何? 本文未作讨论. 在强外场作用的情况下, 用缀饰态理论讨论更为合适.

[1] Hund F 1927 *Z. Phys.* **43** 805

[2] Holthaus M, Hone D 1993 *Phys. Rev. B* **47** 6499

[3] Oppenlander A, Rambaud C, Trommsdorff H P, Vial J C 1989 *Phys. Rev. Lett.* **63** 1432

[4] Ficek Z, Freedhoff H S 2000 *Progress in Optics* (Amsterdam: Elsevier) p389

[5] Chen J, Liu Z D, Zheng J 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6441 (in Chinese) [陈峻, 刘正东, 郑军 2007 物理学报 **56** 6441]

- [6] Alzetta G , Gozzini A , Moi L , Orriols G 1976 *Nuovo Cimento* B **36** 5
- [7] Harr S E 1997 *Phys. Today* **50** 736
- [8] Agarwal G S 1991 *Phys. Rev. A* **44** 28
- [9] Liu C S , Ma B K 2003 *Phys. Lett. A* **315** 301
- [10] Vishat Y A , Kuzneuko T , Kikoin K 2005 *Physica E* **29** 334
- [11] Grifoni M , Hanggi P 1998 *Phys. Rep.* **304** 229
- [12] Bemish R J , Chan M C , Miller R E 1996 *Chem. Phys. Lett.* **251** 182
- [13] Kayanuma Y 1994 *Phys. Rev. A* **50** 843

Coherent population trapping in a specific model^{*}

Bi Dong-Yan[†]

(Department of Physics , Northwest University , Xi'an 710069 , China)

(Received 1 November 2007 ; revised manuscript received 25 March 2008)

Abstract

Coherent population trapping is shown to occur in a driven symmetric double-well potential. In the model of the ammonia molecule, for a molecule initially prepared in its lower doublet, under certain circumstances, the upper level remains unpopulated, this occurs in spite of the fact that the laser field is resonant with the $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$ transition. This is a coherent population trapping phenomenon which cannot be accounted for with the conventional models.

Keywords : coherent population trapping , Ξ -type three-level system , double-well

PACC : 0365 , 0367

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50271038).

[†] E-mail : bidongyan_1978@126.com