

# 二维弥散介质温度场的快速重建\*

刘 冬 王 飞† 黄群星 严建华 池 涌 岑可法

(浙江大学能源清洁利用国家重点实验室 杭州 310027)

(2007 年 10 月 14 日收到 2008 年 2 月 21 日收到修改稿)

提出了一种利用电荷耦合器件摄像机获取的辐射信息进行二维弥散介质温度场快速重建的新模型. 与现有的温度场重建模型相比, 该模型是以逆向 Monte Carlo 方法为基础, 重建速度更快、效率更高, 能更好地描述散射介质. 采用了一个精确的二维温度场作为重建对象, 结果表明, 即使在存在测量误差的情况下, 利用此模型重建出的温度场仍能重现原有精确温度场的特征.

关键词: 温度场重建, 逆向 Monte Carlo, 电荷耦合器件摄像机, 反问题

PACC: 0720D, 4440, 8690

## 1. 引 言

近些年来, 利用电荷耦合器件 (CCD) 摄像机获取的辐射信息进行二维和三维弥散介质温度场的重建得到了广泛的重视和发展. 现有的重建模型一般以正向 Monte Carlo 方法<sup>[1-4]</sup>或射线法<sup>[5, 6]</sup>为基础. 以正向 Monte Carlo 方法为基础的重建模型存在的主要问题如下: 重建系统是大空间的辐射源, 而 CCD 摄像机是小的接收体, 在正向 Monte Carlo 方法中需要跟踪大量无法到达 CCD 摄像机的能束, 使得其计算效率很低, 重建方程系数矩阵所需的计算时间很长, 并且重建介质空间尺度越大所需计算系数矩阵的时间越长, 使得在应用上存在困难. 针对此项困难, 文献 [7, 8] 提出了一种快速计算的方法, 运算速度可以提高 50 倍以上, 但该方法本质上仍是以正向 Monte Carlo 方法为基础, 计算时需要遍历每个体元. 而以射线法为基础的重建模型主要的问题在于无法考虑介质的散射, 一般工程介质均为吸收、发射和散射的弥散介质, 如不考虑散射则会带来一定的误差.

本文提出了一种基于逆向 Monte Carlo 方法的二维温度场快速重建模型. 在逆向 Monte Carlo 方法中, 只需要从 CCD 摄像机所在壁面处发射一定数量的能束, 跟踪的每条能束对 CCD 摄像机都有所贡献, 这样可以节省大量的计算时间, 同时逆向 Monte

Carlo 方法可以方便地考虑介质的散射, 具有更强的适应性.

## 2. 逆向 Monte Carlo 方法原理

基于文献 [9], 对于特定的介质, 设  $I_{\lambda 1}$  和  $I_{\lambda 2}$  为辐射传递方程两个不同的解,

$$\hat{s} \cdot \nabla I_{\lambda j}(\mathbf{r}, \hat{s}) = S_{\lambda j}(\mathbf{r}, \hat{s}) - \beta_{\lambda}(\mathbf{r}) I_{\lambda j}(\mathbf{r}, \hat{s}) + \frac{\sigma_{s\lambda}(\mathbf{r})}{4\pi} \int_{4\pi} I_{\lambda j}(\mathbf{r}, \hat{s}') \Phi_{\lambda}(\mathbf{r}, \hat{s}', \hat{s}) d\Omega' \quad (j = 1, 2), \quad (1)$$

边界条件为

$$I_{\lambda j}(\mathbf{r}_w, \hat{s}) = I_{w\lambda j}(\mathbf{r}_w, \hat{s}) \quad (j = 1, 2), \quad (2)$$

其中  $\mathbf{r}$  是位置向量,  $\hat{s}$  是该位置的单位方向向量,  $S$  是局部辐射源项,  $\beta$  是消光系数,  $\sigma_s$  是散射系数,  $\Phi$  是散射相函数,  $\Omega$  是立体角. 互易原理<sup>[10]</sup>表明, 上述两个解由下式关联:

$$\int_A \int_{\hat{n} \cdot \hat{s} > 0} [I_{w\lambda 2}(\mathbf{r}_w, \hat{s}) I_{\lambda 1}(\mathbf{r}_w, -\hat{s}) - I_{w\lambda 1}(\mathbf{r}_w, \hat{s}) I_{\lambda 2}(\mathbf{r}_w, -\hat{s})] (\hat{n} \cdot \hat{s}) d\Omega dA = \int_V \int_{4\pi} [I_{\lambda 2}(\mathbf{r}, -\hat{s}) S_{\lambda 1}(\mathbf{r}, \hat{s}) - I_{\lambda 1}(\mathbf{r}, \hat{s}) S_{\lambda 2}(\mathbf{r}, -\hat{s})] d\Omega dV, \quad (3)$$

其中  $A$  和  $V$  分别表示系统的表面积和体积,  $\hat{n}$  表示

\* 国家自然科学基金重点项目 (批准号: 60534030) 和教育部长江学者和创新团队发展计划 (批准号: JRT0434) 资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: wangfei@cmeec.zju.edu.cn.

表面单位法向向量。

为了求得位置为  $r_i$ , 方向为  $-\hat{s}_i$  的辐射强度  $I_{\lambda 1}$ , 可以通过一个相对简单问题的解  $I_{\lambda 2}$  来得到  $I_{\lambda 1}$ , 辐射强度  $I_{\lambda 2}$  的位置与  $I_{\lambda 1}$  相同, 但方向指向  $+\hat{s}_i$ . 把由位置  $r_i$  发射、方向为  $+\hat{s}_i$  的射线  $N$  个不同路径的统计平均值作为  $I_{\lambda 1}$  的近似值, 即

$$I_{\lambda 1}(r_i, -\hat{s}_i) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N I_{\lambda 1n}(r_i, -\hat{s}_i), \quad (4)$$

可以得到逆向 Monte Carlo 法的求解公式

$$\begin{aligned} I_{\lambda n}(r_i, -\hat{s}_i) = & \varepsilon_{\lambda}(r_w) I_{b\lambda}(r_w) \exp\left[-\int_0^l \kappa_{\lambda}(r') dl'\right] \\ & + \int_0^l \kappa_{\lambda}(r') I_{b\lambda}(r') \\ & \times \exp\left[-\int_0^l \kappa_{\lambda}(r'') dl''\right] dl', \quad (5) \end{aligned}$$

通过标准的 Monte Carlo 法可以对(5)式进行求解,

$$I_{\lambda n}(r_i, -\hat{s}_i) = \begin{cases} \int_0^{l_k} \kappa_{\lambda}(r') I_{b\lambda}(r') dl' & (l_k < l), \\ \varepsilon_{\lambda}(r_w) I_{b\lambda}(r_w) + \int_0^l \kappa_{\lambda}(r') I_{b\lambda}(r') dl' & (l_k \geq l). \end{cases} \quad (6)$$

如果射线在介质内部被完全吸收, 则总射线长度定义为  $l_k$ ; 如果射线被壁面完全吸收, 则总射线长度定义为  $l$ .

### 3. 二维温度场快速重建模型

设系统介质为发射、吸收和散射的弥散介质, 二维截面划分为  $N$  个体元, 每个体元内的温度、浓度、颗粒的辐射特性参数是均匀的. 典型的两条射线传播路径如图 1 所示, 采用两个 CCD 摄像机 CCD1 和 CCD2 获得二维系统的辐射信息.

设壁面温度和发射率已知, 由 CCD 摄像机所在壁面处向  $M$  个方向共发射  $M \times S$  条射线,  $S$  为每个方向发射的射线数量, 根据(6)式可以建立如下方程组:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N (\kappa_{\lambda n} I_{b\lambda n} \bar{l}_{1n}) + \bar{w}_1 \varepsilon_{w\lambda} I_{wb\lambda} &= I_{\lambda 1}, \\ &\dots \\ \sum_{n=1}^N (\kappa_{\lambda n} I_{b\lambda n} \bar{l}_{mn}) + \bar{w}_m \varepsilon_{w\lambda} I_{wb\lambda} &= I_{\lambda m}, \quad (7) \\ &\dots \\ \sum_{n=1}^N (\kappa_{\lambda n} I_{b\lambda n} \bar{l}_{Mn}) + \bar{w}_M \varepsilon_{w\lambda} I_{wb\lambda} &= I_{\lambda M}, \end{aligned}$$

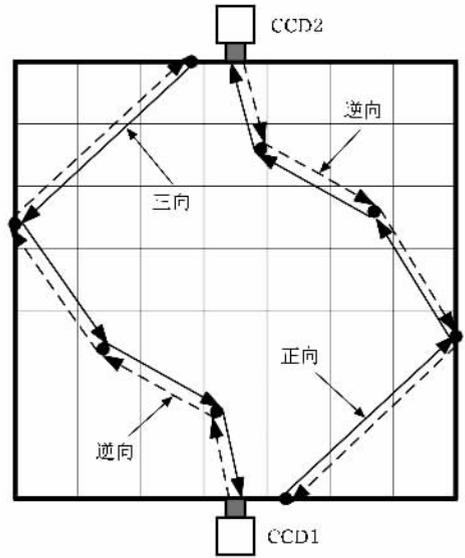


图 1 典型射线传播路径示意图

其中  $\kappa_{\lambda n}$  为第  $n$  个体元中的吸收系数;  $I_{b\lambda n}$  为第  $n$  个体元中的黑体辐射强度;  $\bar{l}_{mn}$  为方向  $m$  上在第  $n$  个网格中  $S$  条射线的平均射线长度, 对于不经过的网格, 则此长度为零;  $\varepsilon_{w\lambda}$  为壁面的发射率;  $I_{wb\lambda}$  为壁面的黑体辐射强度;  $\bar{w}_m$  为表征方向  $m$  上  $S$  条射线达到壁面的平均值;  $I_{\lambda m}$  为 CCD 摄像机得到的方向  $m$  上射线的辐射强度;  $m=1, 2, \dots, M$ ;  $n=1, 2, \dots, N$ .

在  $T \leq 3000$  K,  $\lambda \leq 0.8 \mu\text{m}$  的范围内, 由维恩定律可得

$$\begin{aligned} E_{b\lambda n} &= \pi I_{b\lambda n} \\ &= \frac{c_1}{\lambda^5 \exp\left(\frac{c_2}{\lambda T_n}\right)}, \quad (8) \end{aligned}$$

其中  $\lambda$  为波长,  $T_n$  为第  $n$  个体元的温度,  $c_1$  为第一辐射常量,  $c_2$  为第二辐射常量.

在重建过程中, 由(7)式可以计算得到每个体元的黑体辐射强度, 再根据(8)式可以得到每个体元的温度, 即二维温度场.

### 4. 重建算例

采用一个如图 2 所示精确的二维温度场作为重建对象. 二维截面尺寸为  $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ , 划分为  $7 \times 7$  的体元, 设四周为冷黑壁面, 内部弥散介质辐射参数均匀, 吸收系数和散射系数分别为  $0.3$  和  $0.2 \text{ m}^{-1}$ , 重建所利用的波长为  $0.56 \mu\text{m}$ .

摄像机 CCD1 和 CCD2 分别安装在上、下两个壁

j	7	950	980	1000	1050	1100	1050	1000
		980	1000	1050	1100	1150	1100	1050
	4	1000	1050	1100	1150	1200	1150	1100
		1050	1100	1150	1200	1250	1200	1150
		1000	1150	1200	1250	1300	1250	1200
	1	980	1100	1150	1200	1250	1200	1150
		950	980	1100	1150	1200	1150	1100
		1		4		7		
				i				

图2 精确的二维温度场 图中温度值的单位为 K

面的中心处,如图1所示.设 CCD 摄像机的视场角为  $2\pi/3$ ,离散为 60 个方向.使用两个 CCD 摄像机可以得到 120 个离散方向,则方程组(7)的方程数量为 120 个,共有  $7 \times 7 = 49$  个未知数,所以方程组为超定方程.由于从 CCD 摄像机得到的辐射信息反求系统内部的温度信息是典型的反问题,该问题对误差敏感,即原方程组是病态方程组,在误差较大的情况下,普通的方法得不到合理的结果.本文使用最小二乘 QR 分解(LSQR)方法<sup>[1]</sup>对该超定病态方程组进行求解.

在逆向 Monte Carlo 方法计算中,设每个方向发射的能束数  $S = 2000$ ,则共需要跟踪  $120 \times 2000 = 2.4 \times 10^5$  条能束,如果使用正向 Monte Carlo 方法,每个体元发射能束数一般要大于  $10^6$ ,则至少需要共跟踪  $7 \times 7 \times 10^6 = 4.9 \times 10^7$  条能束.如果在正向和逆向 Monte Carlo 方法中,跟踪每条能束所用时间相同,则正向 Monte Carlo 方法所需计算时间至少是逆向的 204 倍.由此可以看出,以逆向 Monte Carlo 方法为基础的模型所需计算时间更短,如果模型的应用范围扩展到三维系统,则以逆向 Monte Carlo 方法为基础的模型重建时间优势更大.

## 5. 重建结果

### 5.1. CCD 摄像机接收到的辐射信息

摄像机 CCD1 和 CCD2 所接收到的各个离散方向的辐射强度示于图 3, CCD 摄像机中心线设为  $90^\circ$ .

为  $90^\circ$ .

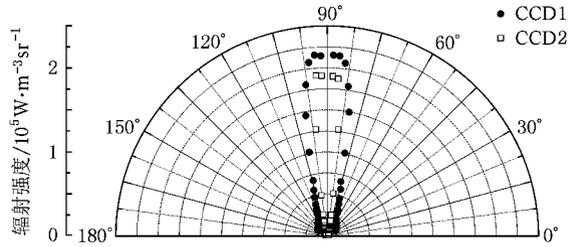


图3 CCD 摄像机接收到的辐射强度

从图3可以看出,与 CCD1 相比,CCD2 各个方向所接收到的辐射强度较小.原因如下:如图1和图2所示,CCD2 所在的位置位于整个系统的较低温区,因此所能接收到的能量也就较小.对于正向 Monte Carlo 方法,计算每个方向接收到的辐射强度所需要的计算时间和计算难度都较大,而对于逆向 Monte Carlo 方法,则容易快速地计算各个方向上所需要的辐射强度.

### 5.2. 典型能束平均射线长度

分别选择 CCD1 和 CCD2 靠近  $90^\circ$  的两个离散方向,考察能束在这两个方向上每个体元中的平均射线长度,结果如图4所示.

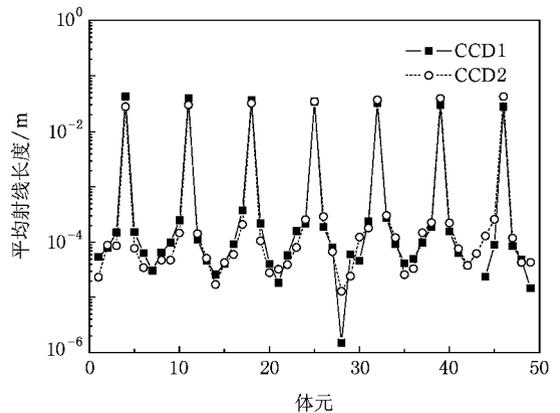


图4 典型方向各个体元的平均射线长度

图4中的横坐标体元是按图2中的  $(i, j)$  顺序排列,从  $(1, 1) \rightarrow (2, 1) \rightarrow \dots \rightarrow (7, 1) \rightarrow (1, 2) \rightarrow \dots \rightarrow (7, 7)$ , 分别设为 1 到 49.从图4可以看出,在原始发射方向上的体元平均射线长度值很大,而在不在原始发射方向上的体元中也存在射线长度,主要的原因是由于散射.由此可知,散射有利于 CCD 摄像机获得更多的系统辐射信息.

### 5.3. 温度场重建结果

为了模拟测量误差,在(7)式等号右端的各个方向辐射强度上加上均值为零、均方差为  $\sigma$  的正态分布的随机误差.重建误差定义为

$$E_{\text{recon}} = \frac{100 \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (T_i^{\text{recon}} - T_i^{\text{exact}})^2}}{T_{\text{max}}^{\text{exact}}}, \quad (9)$$

其中  $T_i^{\text{recon}}$  为重建温度,  $T_i^{\text{exact}}$  为精确温度,  $T_{\text{max}}^{\text{exact}}$  为精确温度的最大值.

由于采用了随机误差,下面所有重建误差值均是 200 次计算的平均值.当测量误差的均方差为零时,重建误差仅为  $6.9 \times 10^{-8}$ ,重建温度场与精确温度场符合很好,如图 5 所示.

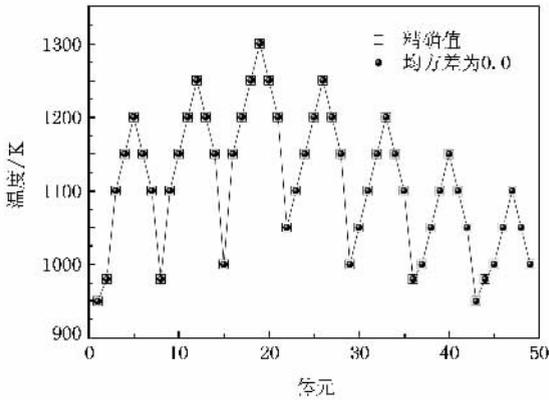


图 5 测量误差的均方差为零时重建温度场与精确温度场

当测量误差的均方差为 0.001 时,重建误差为 5.32%,如图 6 所示.在测量误差的影响下,一些低温区域重建温度有波动,重建温度场与精确温度场会有偏差.这主要有两方面原因.一是 CCD 摄像机接收到的系统辐射信息不够;二是(7)式为超定的病态方程组,对误差敏感,LSQR 算法虽然能够在一定程度上稳定计算结果,但重建结果仍会有所偏离.可以通过采用更多的 CCD 摄像机获得更多系统辐射信息来减小重建对测量误差的敏感性来解决,也可以通过确保测量的准确性,减小测量误差加以解决.从总体看,除了一些低温区域重建温度有波动外,重建温度场仍能再现原有精确温度场的主要特征.

考虑散射系数较小的情况,保持吸收系数为  $0.3 \text{ m}^{-1}$  不变,散射系数分别设为 0.01, 0.05, 0.10 和  $0.15 \text{ m}^{-1}$ .测量误差的均方差为 0.001,不同散射系数下的重建误差如图 7 所示.在吸收系数为 0.3

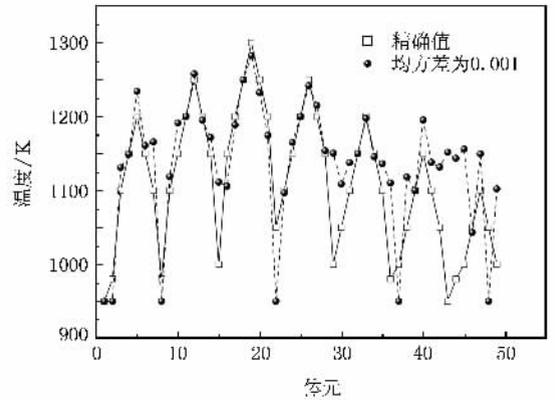


图 6 测量误差的均方差为 0.001 时重建温度场与精确温度场

$\text{m}^{-1}$  的情况下,随着散射系数的增加重建误差是减小的.这主要是由于在吸收系数较小的情况下,散射系数的增大对于 CCD 摄像机获取更多的系统辐射信息是有利的,减少了重建反问题对于测量误差的敏感性.由此可知,对于薄的光学介质,散射对温度场重建是有利的.

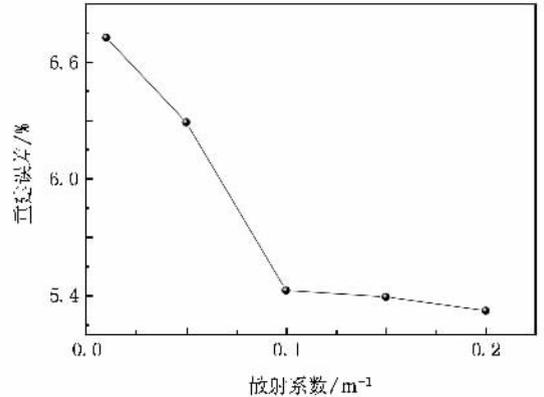


图 7 测量误差的均方差为 0.001 时不同散射系数下的重建误差

## 6. 结 论

以逆向 Monte Carlo 方法为基础,提出了一种利用 CCD 摄像机获得的辐射信息进行二维弥散介质温度场快速重建的模型.通过分析计算发现,该模型重建速度快、效率高,能更好地描述散射介质.研究表明:在不存在测量误差的情况下,重建温度场与假设精确温度场符合很好.即使存在测量误差的情况下,利用此模型重建出的温度场仍能重现原有精确温度场的主要特征.同时,对于薄的光学介质,散

射对温度场重建是有利的. 此外, 本文所发展的二维重建模型可较容易地扩展到三维温度场的快速重建, 具有较强的适应性.

- [ 1 ] Sheng F, Zhou H C, Han S D, Li J, Zheng C G 1999 *Proc. Chin. Soc. Electr. Eng.* **19** 1 (in Chinese) [ 盛 锋、周怀春、韩曙东、李 军、郑楚光 1999 中国电机工程学报 **19** 1 ]
- [ 2 ] Zhou H C, Han S D, Sheng F, Zheng C G 2002 *J. Quant. Spectrosc. Rad. Trans.* **72** 361
- [ 3 ] Huang Q X, Liu D, Wang F, Yan J H, Chi Y, Cen K F 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6742 (in Chinese) [ 黄群星、刘 冬、王 飞、严建华、池 涌、岑可法 2007 物理学报 **56** 6742 ]
- [ 4 ] Liu D, Wang F, Huang Q X, Yan J H, Chi Y, Cen K F 2008 *Chin. Phys. B* **17** 1312
- [ 5 ] Wei C Y, Wang F, Yan J H, Ma Z Y, Xue F, Chen Z F, Cen K F 2001 *Acta Metrol. Sin.* **22** 116 (in Chinese) [ 卫成业、王 飞、严建华、马增益、薛 飞、陈宗福、岑可法 2001 计量学报 **22** 116 ]
- [ 6 ] Wang F, Ma Z Y, Yan J H, Cen K F 2004 *J. Combust. Sci. Tech.* **10** 140 (in Chinese) [ 王 飞、马增益、严建华、岑可法 2004 燃烧科学与技术 **10** 140 ]
- [ 7 ] Sheng F, Zhou H C, Han S D, Zheng C G 2000 *J. Huazhong Univ. Sci. Tech.* **28** 95 (in Chinese) [ 盛 锋、周怀春、韩曙东、郑楚光 2000 华中理工大学学报 **28** 95 ]
- [ 8 ] Sheng F, Zhou H C, Han S D, Zheng C G 2000 *Numer. Heat Transfer A* **38** 757
- [ 9 ] Modest M F 2003 *J. Heat Transfer* **125** 57
- [ 10 ] Case K M 1957 *Rev. Mod. Phys.* **29** 651
- [ 11 ] Liu D, Wang F, Huang Q X, Yan J H, Cen K F 2007 *Proc. Chin. Soc. Electr. Eng.* **27** 72 (in Chinese) [ 刘 冬、王 飞、黄群星、严建华、岑可法 2007 中国电机工程学报 **27** 72 ]

## Fast reconstruction of two-dimensional temperature distribution in participating medium<sup>\*</sup>

Liu Dong Wang Fei<sup>†</sup> Huang Qun-Xing Yan Jian-Hua Chi Yong Cen Ke-Fa  
( State Key Laboratory of Clean Energy Utilization, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China )

( Received 14 October 2007; revised manuscript received 21 February 2008 )

### Abstract

An original model was presented for fast reconstruction of two-dimensional temperature distribution in participating medium using radiative information captured by charge-coupled device cameras. Compared with present models for temperature reconstruction, the model developed here is based on backward Monte Carlo method and reconstruction speed is faster, it is more efficient and can describe the scattering medium better. An exact two-dimensional temperature was assumed to be the reconstruction object and results show that even if there are measurement errors, the reconstructed temperature distribution can reproduce the original temperature distribution.

**Keywords**: temperature distribution reconstruction, backward Monte Carlo, charge-coupled device camera, inverse problem

**PACC**: 0720D, 4440, 8690

<sup>\*</sup> Project supported by the Key Program of the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 60534030 ) and the Cheung Kong Scholars and Innovative Research Team Program in University from Ministry of Education, China ( Grant No. IRT0434 ).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: wangfei@emee.zju.edu.cn.