

# 非局域非线性介质中光束传输的拉盖尔-高斯变分解<sup>\*</sup>

戴继慧 郭旗<sup>†</sup>

(华南师范大学光子信息技术实验室, 广州 510631)

(2007 年 12 月 1 日收到, 2008 年 1 月 2 日收到修改稿)

光束在非局域非线性介质中的传输过程由非局域非线性薛定谔方程描述.  $1+2D$  非局域非线性薛定谔方程可以转化为圆柱坐标系下的变分问题. 通过展开介质响应函数并合理假设试探求解变分方程, 得到光束在强非局域非线性介质中的拉盖尔-高斯解. 满足一定条件时, 拉盖尔-高斯光束将形成光孤子或退化为高斯光束.

关键词: 非局域非线性介质, 强非局域性, 变分法, 拉盖尔-高斯光束

PACC: 4265S

## 1. 引言

当介质对光场的非线性响应不仅与该点的光场有关, 而且与空间中其他点的光场有关时, 我们称其为非局域非线性介质. 按照介质响应函数的宽度与光束束宽相对大小的比较, 可以将非局域程度分成局域、弱非局域、一般非局域和强非局域等四类<sup>[1, 2]</sup>. 当光束在非局域非线性介质中传输时, 一方面光束由于衍射将展宽, 另一方面由于介质的非线性效应引起光束的自聚焦, 在自聚焦恰好能抵消光的衍射时, 光束就能达到自陷 (self-trapping), 形成空间光孤子<sup>[3]</sup>. 由于空间光孤子在光通信、光开关和光存储等领域有着潜在而广阔的应用价值, 从而极大地激发了科技工作者的研究热情.

1997 年, Snyder 和 Mitchell<sup>[4]</sup>提出了强非局域非线性介质中的空间光孤子的线性模型, 大大推动了非局域空间光孤子的研究. 2004 年, 郭旗等<sup>[2]</sup>提出了非局域非线性介质中的强非局域模型, 给出了从强非局域模型到 Snyder-Mitchell 模型 (线性模型) 的转化过程, 得出“大相位改变”的结论; 以线性模型为基础, 讨论了空间孤子的相互作用和传输特性<sup>[5-9]</sup>, 求解了高阶高斯光束传输的严格解析解: 直角坐标系下的厄米-高斯解<sup>[10]</sup>和圆柱坐标系下的拉盖尔-高斯孤子解<sup>[11]</sup>, 并对椭圆高斯光束、椭圆光孤子以及相位调制高斯光束在强非局域非线性介质中传输特

性进行了研究<sup>[12-14]</sup>. 而变分法作为解微分方程的一种重要的近似方法, Anderson 将其用于求解光纤中光脉冲的传输问题<sup>[15]</sup>, 结果证明是方便和有效的. 其后, 文献 [16-19] 运用变分法, 系统地研究了光束在不同非局域非线性介质中的传输问题, 包括  $1+1D$  强非局域介质<sup>[16]</sup>、亚强非局域介质<sup>[17]</sup>和有损耗非局域介质<sup>[18]</sup>, 以及  $1+2D$  亚强非局域介质<sup>[19]</sup>, 这些变分解都是以高斯形式来表示的. 对于高阶高斯光束在非局域非线性介质中的传输问题, 到目前为止仅限于线性模型下求解过孤子解, 还未用变分法进行过系统讨论.

基于变分方程与非局域非线性薛定谔方程的等价性, 本文将求解  $1+2D$  非局域非线性薛定谔方程问题转化为圆柱坐标系下的变分问题, 假设变分方程的试探解是高阶高斯——拉盖尔-高斯形式, 并将任意的介质响应函数展开至二阶项, 得到关于变分参量的演化方程, 进而求出强非局域非线性介质中光束传输的变分解. 将变分法求得的拉盖尔-高斯解与其他方法求得的结果进行对照, 发现它们协调并符合很好, 与从线性模型出发进行求解相比, 变分法的适用范围更为广泛、更具一般性.

## 2. 非局域非线性薛定谔方程的变分问题

傍轴光束在非局域非线性介质中传输时满足非局域非线性薛定谔方程. 在直角坐标系中,  $1+2D$  非

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金 (批准号: 10474023, 10674050)、高等学校博士学科点专项科研基金 (批准号: 20060574006) 和广东省高等学校科技创新团队计划 (批准号: 06CXTD005) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人, E-mail: gaoq@scnu.edu.cn

局域非线性薛定谔方程形式如下<sup>[2,4]</sup>：

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} + \mu \nabla_{\perp}^2 \psi + \rho \psi \iint R(\mathbf{x} - \mathbf{x}') |\psi(\mathbf{x}', z)|^2 d^2 \mathbf{x}' = 0. \quad (1)$$

这里

$$\nabla_{\perp}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

是横向拉普拉斯算符；

$$\mathbf{x} = (x, y);$$

$$\int d^2 \mathbf{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx dy;$$

$\psi(\mathbf{x}, z)$  是傍轴光束； $\mu = 1/(2k)$ ， $\rho = k\eta$ ，其中  $k = n_0 \omega/c$  是不考虑非线性效应时的波数 ( $n_0$  是介质的线性折射率)， $\eta$  是材料常数 ( $\eta > 0$  和  $\eta < 0$  分别对应自聚焦和自散焦介质)； $R(\mathbf{x})$  是介质的响应函数，为对称的实函数，其宽度与光束宽度之比决定了非局域程度的大小。介质的响应函数满足归一化条件

$$\int R(\mathbf{x}) d^2 \mathbf{x} = 1.$$

根据变分法，方程 (1) 是泛函

$$J = \iiint L\left(\psi, \psi^*, \frac{\partial \psi}{\partial x}, \frac{\partial \psi^*}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial y}, \frac{\partial \psi^*}{\partial y}, \frac{\partial \psi}{\partial z}, \frac{\partial \psi^*}{\partial z}\right) \times dx dy dz \quad (2)$$

的变分问题的欧拉方程。变分方程为

$$\delta J = \delta \iiint L\left(\psi, \psi^*, \frac{\partial \psi}{\partial x}, \frac{\partial \psi^*}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial y}, \frac{\partial \psi^*}{\partial y}, \frac{\partial \psi}{\partial z}, \frac{\partial \psi^*}{\partial z}\right) \times dx dy dz = 0, \quad (3)$$

式中拉格朗日函数为<sup>[17]</sup>

$$L = \frac{i}{2} \left( \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial z} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial z} \right) - \mu \nabla_{\perp}^2 \psi \cdot \nabla_{\perp}^2 \psi^* + \frac{1}{2} \rho |\psi|^2 \times \iint R(\mathbf{x} - \mathbf{x}') |\psi(\mathbf{x}', z)|^2 d^2 \mathbf{x}'. \quad (4)$$

在圆柱坐标系  $(r, \varphi, z)$  中，对应的非局域非线性薛定谔方程、变分方程和拉格朗日函数分别为

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} + \mu \nabla_{\perp}^2 \psi + \rho \psi \iint R(\mathbf{r} - \mathbf{r}') |\psi(\mathbf{r}', z)|^2 d^2 \mathbf{r}' = 0, \quad (5)$$

$$\delta J = \delta \iiint L\left(\psi, \psi^*, \frac{\partial \psi}{\partial r}, \frac{\partial \psi^*}{\partial r}, \frac{\partial \psi}{\partial \varphi}, \frac{\partial \psi^*}{\partial \varphi}, \frac{\partial \psi}{\partial z}, \frac{\partial \psi^*}{\partial z}\right) \times dr d\varphi dz = 0, \quad (6)$$

$$L = \frac{i}{2} r \left( \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial z} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial z} \right) - \mu r \left( \left| \frac{\partial \psi}{\partial r} \right|^2 + \frac{1}{r^2} \left| \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right|^2 \right)$$

$$+ \frac{1}{2} \rho r |\psi|^2 \iint R(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \times |\psi(\mathbf{r}', z)|^2 d^2 \mathbf{r}', \quad (7)$$

式中

$$\mathbf{r} = (r, \varphi),$$

$$\nabla_{\perp}^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}.$$

我们假设方程 (6) 有下列拉盖尔-高斯形式的试探解：

$$\psi(r, \varphi, z) = A(z) \left[ \frac{r}{a(z)} \right]^m L_p^m \left[ \frac{r^2}{a^2(z)} \right] \times \exp \left[ -\frac{r^2}{2b^2(z)} + i\theta(z)r^2 + i\theta(z) + im\varphi \right], \quad (8)$$

式中  $\theta$  是试探解的复振幅的相位， $c$  是波前曲率， $m$  是拓扑指数， $p$  是径向节点数。A 是构成试探解振幅的一个参量，在拉盖尔-高斯光束中退化为高斯光束时即振幅的大小。拉盖尔-高斯光束可以采用二阶矩方法定义其束宽， $b$  是拉盖尔-高斯光束退化为高斯光束时的光束束宽。

将试探解 (8) 式代入变分方程 (6) 中，我们得到平均变分问题，即

$$\delta \int L dz = 0, \quad (9)$$

式中  $L$  是平均拉格朗日函数。

$$L = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} L_{LG} dr d\varphi, \quad (10)$$

式中  $L_{LG}$  为拉盖尔-高斯形式的试探解 (8) 式代入后的拉格朗日函数。

### 3. 试探解参量的演化方程

一般情况下，对于任意的响应函数  $R(\mathbf{r})$ ，解析求解出  $L_{LG}$  是困难的。但在强非局域介质中，介质响应函数的宽度或材料的特征长度远大于光束束宽，我们可以泰勒展开响应函数  $R(\mathbf{r})$  并保留至二阶项<sup>[2]</sup>，得到  $L_{LG}$  的近似解析表达式。

我们运算 (7) 式中最后一项中的积分部分。将试探解和响应函数展开式代入拉格朗日函数，在  $a(z) = b(z)$  时 (7) 式有解析结果，其中卷积项在圆柱坐标系下表示为

$$\iint R(\mathbf{r} - \mathbf{r}') |\psi(\mathbf{r}', z)|^2 d^2 \mathbf{r}' = \iint R(x - x', y - y) |\psi(x', y', z)|^2 dx' dy'$$

$$= \int_0^\infty |\psi(r', z)|^2 r' dr' \times \int_0^{2\pi} R(\sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos\theta}) d\theta$$

$$\frac{\delta L}{\delta c} = 0,$$

$$\frac{\delta L}{\delta \theta} = 0.$$

将响应函数

$$R(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = R(\sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos\theta})$$

在  $\mathbf{r} - \mathbf{r}' = 0$  处泰勒展开后保留到二阶项 再代入上式卷积项 考虑到响应函数的对称性 经运算可得

$$\begin{aligned} & \iint R(\mathbf{r} - \mathbf{r}') |\psi(\mathbf{r}', z)|^2 d^2 \mathbf{r}' \\ &= \frac{\pi A^2 b^2 (m+p)!}{2p!} [2R_0 - \gamma r^2 \\ & - \chi(1+m+2p)b^2], \end{aligned} \quad (11)$$

式中

$$R_0 = R(0),$$

$$\gamma = - \left. \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} \right|_{r=0}$$

可由文献 [2] 给出的结果直接经坐标变换得出.

这里用到积分公式<sup>[20]</sup>

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty z^\lambda e^{-z} L_p^m(z) L_p^{m'}(z) dz \\ &= (-1)^{n+n'} \Gamma(\lambda+1) \sum_k \binom{\lambda-m}{p-k} \binom{\lambda-m'}{p'-k} \binom{\lambda+k}{k}, \end{aligned} \quad (12)$$

式中  $\Gamma(\lambda+1)$  是伽马函数,  $\binom{m}{n} = \frac{m!}{(m-n)!n!}$  是二项式系数.

再将试探解 (8) 式代入 (7) (10) 式, 可以得到平均拉格朗日函数

$$\begin{aligned} L = & - \frac{\pi A^2 (m+p)!}{\chi p!} \left\{ \chi(1+m+2p)\mu p \right. \\ & + (1+m+2p)\chi(m+p) \kappa \gamma \rho A^2 b^6 \\ & + b^4 \left[ \chi(1+m+2p)p! \mu c^2 \right. \\ & - \pi \chi(m+p)! R_0 A^2 \\ & \left. + \chi(1+m+2p)p \frac{dc}{dz} \right] \\ & \left. + 2b^2 p \frac{d\theta}{dz} \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

根据平均变分方程 (9) 的要求,

$$\frac{\delta L}{\delta A} = \frac{\partial L}{\partial A} - \frac{d}{dz} \frac{\partial L}{\partial \left( \frac{dA}{dz} \right)} = 0$$

以及

$$\frac{\delta L}{\delta b} = 0,$$

经整理可得到下列试探解参数演化方程:

$$\frac{1}{\mu} \frac{d^2 b(z)}{dz^2} = \frac{4\mu}{b^3(z)} - 2\gamma \rho P_0 b(z), \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\chi(z)}{dz} = & - \frac{\chi(1+m+2p)\mu}{b^2(z)} \\ & - \frac{1+m+2p}{2} \gamma \rho P_0 b^2(z) \\ & + \rho P_0 R_0, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\frac{db(z)}{dz} = 4\mu b(z)\chi(z), \quad (16)$$

$$\frac{d}{dz} [A^2(z)b^2(z)] = 0, \quad (17)$$

或者是

$$A^2(z)b^2(z) = \frac{p!}{\pi(m+p)!} P_0, \quad (18)$$

式中  $P_0$  是  $z=0$  时光束的入射功率,

$$\begin{aligned} P_0 = & \iint |\psi(\mathbf{r}, z)|^2 d^2 \mathbf{r} \\ & = \frac{\pi(m+p)! A^2(z) b^2(z)}{p!}. \end{aligned} \quad (19)$$

做变量代换  $f(z) = b(z)/b_0(z)$ , 以简化方程, 并假设光束从束腰入射 其初始条件为

$$f(z)|_{z=0} = 1,$$

$$df(z)/dz|_{z=0} = 0.$$

整理方程 (14) 得到

$$\frac{1}{2} \left( \frac{df}{dz} \right)^2 + \frac{\kappa(f^2 - 1)(f^2 - \Lambda)}{f^2} = 0, \quad (20)$$

式中

$$\kappa = \mu \rho \gamma P_0 = \gamma \eta P_0 / 2,$$

$$\Lambda = P_c / P_0,$$

$$P_c = \frac{2\mu}{\rho \gamma b_0^4} = \frac{1}{\gamma k^2 \eta b_0^4}.$$

对于自聚焦介质 ( $\eta > 0$ ) 我们有  $\kappa > 0, P_c / P_0 > 0$ . 对方程 (20) 积分可得

$$b^2 = b_0^2 [\cos^2(\beta_0 z) + \Lambda \sin^2(\beta_0 z)], \quad (21)$$

式中

$$\beta_0 = \sqrt{2\kappa}.$$

将 (21) 式代入参数演化方程 (15) (16) 和 (17) 式得到

$$\begin{aligned} \theta = & - (1+m+2p) \arctan[\sqrt{\Lambda} \tan(\beta_0 z)] \\ & - \frac{1+m+2p}{4} (1+\Lambda) \rho \gamma P_0 b_0^2 z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1+m+2p}{8\beta_0} (1-\Lambda) \rho \gamma P_0 b_0^2 \sin(2\beta_0 z) \\
 & + \rho P_0 R_0 z, \tag{22}
 \end{aligned}$$

$$A = \frac{1}{b_0} \sqrt{\frac{p P_0}{\pi(m+p) [\cos^2(\beta_0 z) + \Lambda \sin^2(\beta_0 z)]}} \tag{23}$$

$$c = \frac{\beta_0 (\Lambda - 1) \sin(2\beta_0 z)}{8\mu [\cos^2(\beta_0 z) + \Lambda \sin^2(\beta_0 z)]} \tag{24}$$

将(21)–(24)式代入试探解(8)式,即得到在强非局域非线性介质中光束传输的拉盖尔-高斯形式的变分解.

由光束束宽的二阶矩定义得到拉盖尔-高斯光束的束宽由下列公式决定:

$$\begin{aligned}
 w^2 & = \frac{1}{P_0} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty r^2 |\psi(r, \varphi, z)|^2 r dr d\varphi \\
 & = (1+m+2p)b_0^2 [\cos^2(\beta_0 z) \\
 & \quad + \Lambda \sin^2(\beta_0 z)]. \tag{25}
 \end{aligned}$$

图1给出了拉盖尔-高斯光束沿z方向传输时光束束宽w的变化情况.

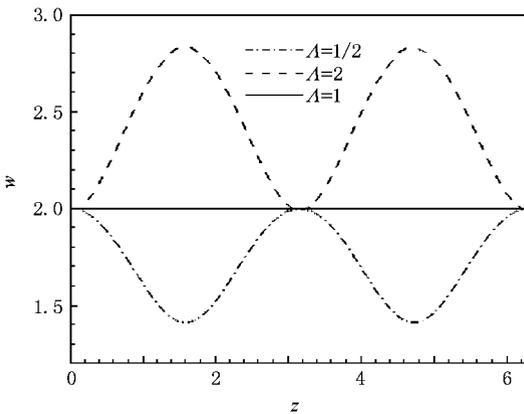


图1 拉盖尔-高斯光束传输过程中束宽w的变化  $p=1, m=1$

当  $\Lambda > 1$  或  $\Lambda < 1$  时,即  $P_0 < P_c$  或  $P_0 > P_c$  时,拉盖尔-高斯光束的束宽将随着传输距离z周期性地展宽或压缩,变化周期为  $\pi/\beta_0$ ,这是衍射效应和非线性不平衡时形成呼吸子的结果.特别地,当  $\Lambda = 1$  时,拉盖尔-高斯光束的束宽不会随着传输距离z的变化而变化,光束的自聚焦效应和衍射效应取得平衡,形成空间光孤子,此时入射光束的功率等于光束保持稳定传输的临界功率<sup>[2]</sup>,即  $P_0 = P_c$ .

图2、图3和图4分别给出了  $p=1, m=1$ ;  $p=1, m=3$  和  $p=2, m=1$  三种情况时拉盖尔-高斯光孤子(当  $\Lambda = 1$  时)的光场分布.

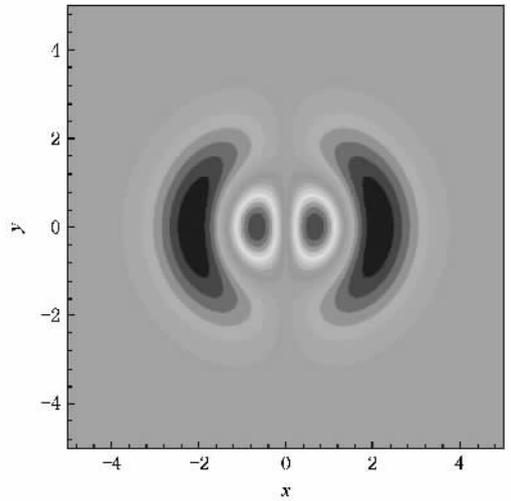


图2  $p=1, m=1$  时拉盖尔-高斯光孤子的光场分布

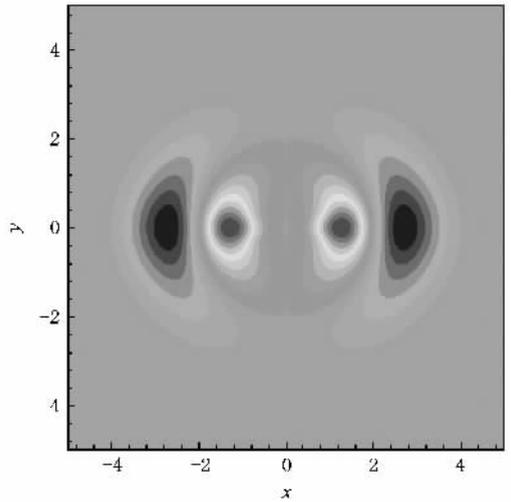


图3  $p=1, m=3$  时拉盖尔-高斯光孤子的光场分布

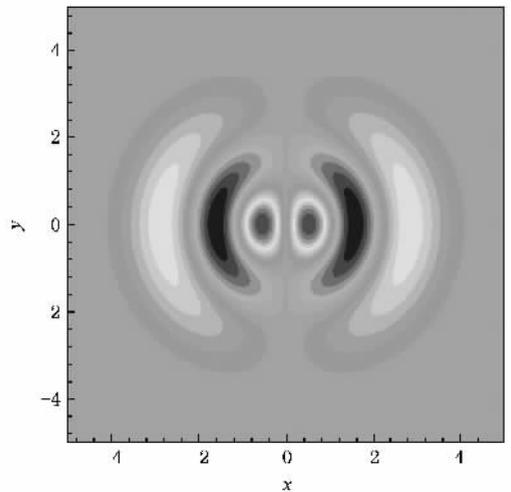


图4  $p=2, m=1$  时拉盖尔-高斯光孤子的光场分布

拉盖尔-高斯光束的横向(角向和径向)分布由  $p$  和  $m$  决定. 拓扑指数  $m$  标识角向分布, 拉盖尔-高斯光束在角向有  $2m$  个零点和  $2m$  个极值点, 在径向有  $p$  个零点( $m=0$  时)或  $p+1$  个零点( $m \neq 0$  时), 以及  $p+1$  个极值点,  $p$  称为径向节点数. 拉盖尔-高斯光束的径向分布由  $p$  和  $m$  共同决定<sup>[21]</sup>.

#### 4. 变分法与其他方法的比较

在强非局域非线性介质中, 我们直接从非局域非线性薛定谔方程出发, 将响应函数展开后保留至二阶项, 用变分法求出了光束传输的拉盖尔-高斯解. 结果由(8)(21)–(24)式给出. 这包含了衍射效应与非线性效应平衡(孤子)和不平衡(呼吸子)的情况. 当介质的非局域程度弱化时, 如亚强非局域、一般非局域等情形, 可以将展开后的响应函数保留至四阶甚至更高阶项, 用变分法分析光束传输仍然适用和有效. 文献[12, 17]正是基于这样的思想, 将响应函数展开并保留至四阶项, 求出了亚强非局域介质中光束传输在直角坐标系下的高斯解. 如果结合本文的方法, 进一步求解在亚强非局域介质中光束传输在圆柱坐标系下的拉盖尔-高斯解也是可行的, 只是过程和结果将更为复杂.

张霞萍等<sup>[11]</sup>基于 Snyder-Mitchell 提出的线性模型, 得出拉盖尔-高斯光孤子解的结果, 这与我们讨论的情形之一——入射光束的功率等于光束保持稳定传输的临界功率, 衍射效应与非线性效应取得平

衡时的结果是一致的, 即文献[11]计算出了孤子解, 没有给出更一般的在衍射效应与非线性效应不平衡时的呼吸子解. 而且, 由于文献[11]的分析基础是 Snyder-Mitchell 线性模型, 仅限于强非局域非线性介质的情形. 在介质的非局域程度弱化为亚强非局域情形时, 线性模型将不再适用. 因此, 本文采用的变分法求解非局域非线性薛定谔方程的方法和结果更具一般性.

特别地, 当  $p=0$  和  $m=0$  时, 拉盖尔-高斯解(8)(21)–(24)式将退化为  $1+2D$  高斯解. 退化后的高斯解与郭旗等<sup>[2]</sup>求得的解析解完全一致, 所以文献[2]的高斯解是本文给出的拉盖尔-高斯解(8)式在拓扑指数  $m$  和径向节点数  $p$  都取零时的特例.

#### 5. 结 论

从  $1+2D$  非局域非线性薛定谔方程出发, 我们用变分法研究光束在强非局域非线性介质中传输的演化规律. 在圆柱坐标系下, 可以得到了拉格朗日函数、平均拉格朗日函数和相应的变分方程. 假设方程的试探解是拉盖尔-高斯形式, 在强非局域非线性介质中展开介质的响应函数至二阶项, 最终求得光束传输的拉盖尔-高斯形式的变分解. 我们用变分法求得的拉盖尔-高斯解涵盖了孤子和呼吸子情形, 其中孤子解与其他方法求得的结果是一致的. 本文的方法具有普遍意义, 可扩展至其他非局域介质的情况. 在特别情形下, 拉盖尔-高斯解将退化为高斯解.

- [1] Krolikowski W, Bang O, Nikolov N I, Neshev D, Wyller J, Rasmussen J J, Edmundson D 2004 *J. Opt.* B **6** S288
- [2] Guo Q, Luo B, Yi F, Chi S, Xie Y 2004 *Phys. Rev. E* **69** 016602
- [3] Chiao R Y, Garmire C H, Townes C H 1964 *Phys. Rev. Lett.* **13** 479
- [4] Snyder A W, Mitchell D J 1997 *Science* **276** 1538
- [5] Xie Y Q, Guo Q 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3020 (in Chinese) [谢逸群、郭旗 2004 物理学报 **53** 3020]
- [6] Xie Y Q, Guo Q 2004 *Opt. Quantum Electron.* **36** 1335
- [7] Guo Q 2004 *Optical Transmission, Switching, and Subsystems* (Washington: SPIE) p581
- [8] Xu C B, Guo Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5194 (in Chinese) [许超彬、郭旗 2005 物理学报 **54** 5194]
- [9] Dai J H, Guo Q, Shi X R 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4642 (in Chinese) [戴继慧、郭旗、史信荣 2007 物理学报 **56** 4642]
- [10] Zhang X P, Guo Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3178 (in Chinese)

- [张霞萍、郭旗 2005 物理学报 **54** 3178]
- [11] Zhang X P, Guo Q, Hu W 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5189 (in Chinese) [张霞萍、郭旗、胡巍 2005 物理学报 **54** 5189]
- [12] Wang X H, Guo Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3183 (in Chinese) [王彤华、郭旗 2005 物理学报 **54** 3183]
- [13] Qin X J, Guo Q, Hu W, Lan S 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1237 (in Chinese) [秦晓娟、郭旗、胡巍、兰胜 2006 物理学报 **55** 1237]
- [14] Shao Y Q, Guo Q 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2751 (in Chinese) [邵毅全、郭旗 2006 物理学报 **55** 2751]
- [15] Anderson D 1983 *Phys. Rev. A* **27** 3135
- [16] Huang Y, Guo Q 2005 *High Power Laser and Particle Beams* **17** 655 (in Chinese) [黄毅、郭旗 2005 强激光与粒子束 **17** 655]
- [17] Guo Q, Luo B, Chi S 2006 *Opt. Commun.* **259** 336
- [18] Huang Y, Guo Q, Cao J N 2006 *Opt. Commun.* **261** 175
- [19] Wang X H, Guo Q, Xie Y Q 2005 *Acta Opt. Sin.* **25** 848 (in

- Chinese)[王形华、郭旗、谢逸群 2005 光学学报 25 848]
- [20] Wang Z X, Guo D R 2000 *Introduction to Special Function* (Beijing: Peking University Press) p321 (in Chinese)[王竹溪、郭敦仁 2000 特殊函数概论(北京:北京大学出版社)第 321 页]
- [21] Zhang K Q, Li D J 2001 *Electromagnetic Theory for Microwaves and Optoelectronics* (Beijing: Publishing House of Electronic Industry) p593 (in Chinese)[张克潜、李德杰 2001 微波与光电子学中的电磁理论(北京:电子工业出版社)第 593 页]

## Optical beams in nonlocal nonlinear media : A variational solution of the Laguerre-Gauss form \*

Dai Ji-Hui Guo Qi<sup>†</sup>

(Laboratory of Photonic Information Technology, South China Normal University, Guangzhou 510631, China)

(Received 1 December 2007; revised manuscript received 2 January 2008)

### Abstract

The 1 + 2D nonlocal nonlinear Schrödinger equation can be transformed to the variational approach in a cylindrical coordinate system, and is applied to a model describing the propagation of optical beam in strongly nonlocal nonlinear media. By solving variational problems with expanding media response functions and assuming reasonable ansatz, the solution of the Laguerre-Gauss form is obtained. The Laguerre-Gaussian beams will form solitons or be reduced to Gaussian beams under certain conditions.

**Keywords:** nonlocal nonlinear media, strong nonlocality, variational approach, Laguerre-Gaussian beams

**PACC:** 4265S

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10474023, 10674050), the Doctoral Program Foundation of Institution of Higher Education of China (Grant No. 20060574006) and the Innovative Research Team Program of Institution of Higher Education of Guangdong Province, China (Grant No. 06CXTD005).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: guoq@senu.edu.cn