

具有高阶耦合色散系数三芯光纤耦合器 非线性光开关特性的研究^{*}

李齐良^{1)†} 谢玉永¹⁾ 朱殷芳¹⁾ 赵知劲¹⁾
王天枢¹⁾ 钱 胜¹⁾ 林理彬²⁾

1) 杭州电子科技大学通信工程学院通信与信息系统研究所 杭州 310018)

2) 四川大学物理系 成都 610064)

(2007 年 11 月 20 日收到 2008 年 2 月 22 日收到修改稿)

利用两种方法研究了高速光脉冲在具有交叉相位调制的等边三角形排列结构的非线性三芯光纤耦合器中传输和开关特性. 首先利用变分原理得到三纤芯中传输转移系数随距离变化的方程, 然后利用分裂步长傅里叶方法求得了光脉冲的数值解. 变分法和数值模拟的结果表明: 当一阶模间色散系数较小时, 光脉冲仍能在三芯之间周期性耦合传输, 并且表现出良好的开关特性, 但是随着一阶模间色散系数的增大, 脉冲耦合传输的周期性和陡峭的开关特性都遭到破坏, 光脉冲在传输中发生分裂; 二阶耦合色散系数和初始啁啾都能使光脉冲传输时的耦合长度变短, 光脉冲在三纤芯之间能量转换的周期变小、开关阈值功率增加. 其交叉相位调制系数虽然对传输特性的影响较为微弱, 但是使耦合器的开关阈值功率增加.

关键词: 三芯光纤耦合器, 模间色散系数, 耦合长度, 开关阈值功率

PACC: 4265, 4265S, 4255N, 4225B

1. 引 言

非线性定向耦合器(nonlinear directional coupler, NLDC)可以作为超快全光开关、逻辑运算器、脉冲压缩器或鉴别器、信号放大器等, 其中研究最多的是作为高速信号处理的全光开关^[1-5], 其开关速度可以小于 100 fs, 由此引起了研究人员的极大关注. 由 Kerr 介质构造的非线性耦合器中, 非线性折射率与强度的关系是 $n = n_0 + n_2 I_0$, n_0 是低输入光功率时的折射率, n_2 是非线性折射率系数, I_0 是光的强度. Jensen 在 1982 年指出^[6], 改变非线性耦合器中输入光的强度, 将导致光信号在非线性耦合器中的开关, 由此预言非线性耦合器可以用作全光开关. 在低入射光功率的情况下, 耦合器呈线性特性, 在一个耦合长度内, 通过消逝场的耦合, 光信号从直通臂转移到耦合臂输出. 但随着光功率的增加, 非线性效应将改变耦合长度, 达到临界功率时, 分光比将接近 1:

1. 当光功率大于临界值时, 非线性效应将阻止光信号从一个纤芯转移到另一个纤芯, 几乎所有的光都从入射光纤的端口输出. 这样入射光在高于和低于临界功率某个值之间变化时, 光就从耦合器的一个端口转移到另一个端口输出, 实现了开关效应^[7].

近十年来, 随着对全光通信系统的研究和发展, 为了追求超高速稳定的传输特性, NLDC 作为此类系统中的关键元器件, 高速脉冲的传输特性及动态能量交换特性也引起了人们的广泛研究^[8-12]. 相对于 Jensen 在 1982 所研究的双波导耦合器, 具有 2 个以上波导的 NLDC 有更多的出射态、更陡的开关特性和更灵敏的入射态, 这些是光开关所需要的重要特性. 其中三波导光纤耦合器展现出比双波导更加优越的性能^[3, 43].

三芯非线性光纤耦合器有等边三角形排列结构(耦合器截面上三芯在等边三角形的三个顶点)和平行线排列结构(耦合器截面上三芯在一条线上等距排列), 本文主要研究等边三角形排列结构三芯光纤

^{*} 浙江省科技计划项目(批准号 2008C31010)资助的课题.

[†] E-mail: liqiliang2@yahoo.com.cn

耦合器的开关特性.

在以往的分析中,较多地考虑了双纤芯和多纤芯常耦合系数和耦合系数随传输距离变化的耦合情况^[12-17],却很少考虑耦合系数与频率的依赖关系.本文首先利用变分法^[8],从耦合系数与频率有关且具有交叉相位调制的耦合非线性薛定谔方程(nonlinear Schrödinger equations, NLSEs)出发,得到三纤芯中转移系数随距离变化的方程.然后用分裂步长傅里叶方法^[18,19](splitting-step Fourier transform, SSFT)对 NLSEs 进行了求解.最后,根据转移系数随距离变化的方程,分析了一阶模间色散系数、二阶耦合色散系数、初始啁啾和交叉相位调制系数对高速光脉冲的耦合传输特性和光开关特性的影响,利用 SSFT 方法数值模拟了光脉冲的耦合传输特性以及传输时的模间色散效应,并对结果进行了分析.

2. 耦合方程的变分法分析

我们考虑等边三角形排列结构三芯光纤耦合器,假定三纤芯的情况完全相同,当耦合系数 κ 对频率的依赖不可忽略时,将 $\kappa(\omega)$ 在载频 ω_0 附近进行泰勒级数展开,即

$$\kappa(\omega) \approx \kappa_0 + (\omega - \omega_0)\kappa_1 + \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)^2\kappa_2 \quad (1)$$

式中 $\kappa_m = d^m \kappa / d\omega^m$ 是在载频 $\omega = \omega_0$ 处的值.

忽略高阶色散效应和功率损耗,归一化光脉冲传输的方程为^[20]

$$\begin{aligned} & i \frac{\partial u_1}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2} + iK_1 \left(\frac{\partial u_2}{\partial \tau} + \frac{\partial u_3}{\partial \tau} \right) \\ & - \frac{1}{2} K_2 \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial \tau^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial \tau^2} \right) \\ & + (|u_1|^2 + \sigma|u_2|^2 + \sigma|u_3|^2)u_1 \\ & + K_0(u_2 + u_3) = 0, \end{aligned} \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} & i \frac{\partial u_2}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_2}{\partial \tau^2} + iK_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial \tau} + \frac{\partial u_3}{\partial \tau} \right) \\ & - \frac{1}{2} K_2 \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial \tau^2} \right) \\ & + (|u_2|^2 + \sigma|u_1|^2 + \sigma|u_3|^2)u_2 \\ & + K_0(u_2 + u_3) = 0, \end{aligned} \quad (2b)$$

$$\begin{aligned} & i \frac{\partial u_3}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_3}{\partial \tau^2} + iK_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial \tau} + \frac{\partial u_2}{\partial \tau} \right) \\ & - \frac{1}{2} K_2 \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial \tau^2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + (|u_3|^2 + \sigma|u_1|^2 + \sigma|u_2|^2)u_3 \\ & + K_0(u_1 + u_2) = 0, \end{aligned} \quad (2c)$$

其中 $K_0 = \kappa_0 L_D = z_0 / L_c$, $K_1 = \kappa_1 T_0 / |\beta_2|$, $K_2 = \kappa_2 / |\beta_2|$ 分别为归一化的线性耦合系数,一阶模间色散和二阶耦合模间色散系数, $z_0 = \pi L_D / 2$ 是光脉冲的周期, $L_D = T_0^2 / |\beta_2|$ 是色散长度, T_0 是脉冲宽度, L_c 是能量从一个芯完全转换到另一个芯所要求的线性耦合长度,其他归一化量有 $\xi = z / L_D$, $\tau = T / T_0$, $u_1 = (\gamma L_D)^{1/2} A_1$, $u_2 = (\gamma L_D)^{1/2} A_2$, $u_3 = (\gamma L_D)^{1/2} A_3$. 这里, z 是传输距离, T 为时间延迟, A_1 , A_2 和 A_3 分别为第 1、2 和 3 纤芯中的脉冲慢变包络, β_2 为两纤芯中的群速度色散(group-velocity dispersion, GVD)系数, γ 为自相位调制(self-phase modulation, SPM)系数, σ 为交叉相位调制(cross-phase modulation, XPM)系数.

利用变分法对方程组(2)进行分析^[8],得到方程组(2)的拉格朗日(Lagrangian)密度为

$$\begin{aligned} L_g = & L_1 + L_2 + L_3 + K_0(u_1^* u_2 + u_1 u_2^* \\ & + u_1^* u_3 + u_1 u_3^* + u_2^* u_3 + u_2 u_3^*), \end{aligned} \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} L_1 = & \frac{i}{2} \left(u_1^* \frac{\partial u_1}{\partial \xi} - u_1 \frac{\partial u_1^*}{\partial \xi} \right) \\ & + \frac{iK_1}{2} \left(u_1^* \frac{\partial u_2}{\partial \tau} - u_2 \frac{\partial u_1^*}{\partial \tau} + u_1^* \frac{\partial u_3}{\partial \tau} - u_3 \frac{\partial u_1^*}{\partial \tau} \right) \\ & - \frac{1}{2} \left| \frac{\partial u_1}{\partial \tau} \right|^2 + \frac{K_2}{2} \left(\frac{\partial u_1^*}{\partial \tau} \frac{\partial u_2}{\partial \tau} + \frac{\partial u_1^*}{\partial \tau} \frac{\partial u_3}{\partial \tau} \right) \\ & + \frac{1}{2} |u_1|^4 + \mathcal{A} (|u_1|^2 |u_2|^2 + |u_1|^2 |u_3|^2), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} L_2 = & \frac{i}{2} \left(u_2^* \frac{\partial u_2}{\partial \xi} - u_2 \frac{\partial u_2^*}{\partial \xi} \right) \\ & + \frac{iK_1}{2} \left(u_2^* \frac{\partial u_1}{\partial \tau} - u_1 \frac{\partial u_2^*}{\partial \tau} + u_2^* \frac{\partial u_3}{\partial \tau} - u_3 \frac{\partial u_2^*}{\partial \tau} \right) \\ & - \frac{1}{2} \left| \frac{\partial u_2}{\partial \tau} \right|^2 + \frac{K_2}{2} \left(\frac{\partial u_2^*}{\partial \tau} \frac{\partial u_1}{\partial \tau} + \frac{\partial u_2^*}{\partial \tau} \frac{\partial u_3}{\partial \tau} \right) \\ & + \frac{1}{2} |u_2|^4 + \mathcal{A} (|u_2|^2 |u_1|^2 + |u_2|^2 |u_3|^2), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} L_3 = & \frac{i}{2} \left(u_3^* \frac{\partial u_3}{\partial \xi} - u_3 \frac{\partial u_3^*}{\partial \xi} \right) \\ & + \frac{iK_1}{2} \left(u_3^* \frac{\partial u_1}{\partial \tau} - u_1 \frac{\partial u_3^*}{\partial \tau} + u_3^* \frac{\partial u_2}{\partial \tau} - u_2 \frac{\partial u_3^*}{\partial \tau} \right) \\ & - \frac{1}{2} \left| \frac{\partial u_3}{\partial \tau} \right|^2 + \frac{K_2}{2} \left(\frac{\partial u_3^*}{\partial \tau} \frac{\partial u_1}{\partial \tau} + \frac{\partial u_3^*}{\partial \tau} \frac{\partial u_2}{\partial \tau} \right) \\ & + \frac{1}{2} |u_3|^4 + \mathcal{A} (|u_3|^2 |u_1|^2 + |u_3|^2 |u_2|^2). \end{aligned} \quad (6)$$

由欧拉-拉格朗日(Euler-Lagrange)方程

$$\frac{\delta L_g}{\delta u_i^*} = \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial L_g}{\partial \left(\frac{\partial u_i^*}{\partial \xi} \right)} + \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial L_g}{\partial \left(\frac{\partial u_i^*}{\partial \tau} \right)} - \frac{\partial L_g}{\partial u_i^*} = 0, \quad (7)$$

在 $i=1, 2, 3$ 时就可以还原方程(2a)(2b)和(2c).

拉格朗日(Lagrangian)函数为

$$L = \int_{-\infty}^{+\infty} L_g d\tau. \quad (8)$$

假定光脉冲包络取如下的形式:

$$u_1(\xi, \tau) = a\sqrt{r} \operatorname{sech}(r\tau) \cos[\alpha(\xi)] \exp(i\phi + iq\tau^2), \quad (9a)$$

$$u_2(\xi, \tau) = \frac{a\sqrt{r}}{\sqrt{2}} \operatorname{sech}(r\tau) \sin[\alpha(\xi)] \exp(i\phi + iq(\xi) + iq\tau^2), \quad (9b)$$

$$u_3(\xi, \tau) = \frac{a\sqrt{r}}{\sqrt{2}} \operatorname{sech}(r\tau) \sin[\alpha(\xi)] \exp(i\phi + iq(\xi) + iq\tau^2). \quad (9c)$$

其中 $1/r$ 是脉冲 $1/e$ 半脉宽, $\alpha(\xi)$ 是耦合角, 决定了三芯之间的耦合比, $\psi(\xi)$ 是相对相位, q 为初始啁啾参数, ϕ 为初始相位, q, ϕ 与其他量无关, 总的脉冲能量为

$$Q = \int_{-\infty}^{+\infty} (|u_1(\xi, \tau)|^2 + |u_2(\xi, \tau)|^2 + |u_3(\xi, \tau)|^2) d\tau = 2a^2, \quad (10)$$

Q 与 $\alpha(\xi)$ 无关, 且在整个耦合过程中是一个常量.

将(9)式代入(8)式中, 得到拉氏函数为

$$L = -2a^2 \sin^2 \theta \frac{\partial \psi}{\partial \xi} - \frac{1}{3} a^2 \left(r^2 + \frac{q^2 \pi^2}{r^2} \right) + \frac{2}{3} a^4 r \left[1 + \left(\sigma - \frac{1}{2} \right) (\sin^2 2\theta + \sin^4 \theta) \right] + \left[2K_0 a^2 + \frac{1}{3} K_2 a^2 \left(r^2 + \frac{a^2 \pi^2}{r^2} \right) \right] \times [\sqrt{2} \sin 2\theta \cos \psi + \sin^2 \theta]. \quad (11)$$

取(11)式的拉氏函数对 $\psi(\xi)$ 求变分

$$\frac{\partial L}{\partial \psi} - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial L}{\partial \psi_\xi} \right) = 0, \quad (12)$$

ψ_ξ 为 ψ 对 ξ 的导数, 将(11)式代入(12)式得到

$$\sin 2\theta = 0, \quad (13)$$

和

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \sqrt{2} \left[K_0 + \frac{K_2}{6} \left(r^2 + \frac{q^2 \pi^2}{r^2} \right) \right] \sin \psi. \quad (14)$$

另外从(11)式得到动力学演化的哈密顿函数为

$$H = \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \frac{\partial L}{\partial \psi_\xi} + \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \frac{\partial L}{\partial \theta_\xi} - L = \frac{\partial \psi}{\partial \xi} (-2a^2 \sin^2 \theta) - L = \frac{1}{3} a^2 \left(r^2 + \frac{q^2 \pi^2}{r^2} \right) - \frac{2}{3} a^4 r \left[1 + \left(\sigma - \frac{1}{2} \right) \times \left(\sin^2 2\theta + \frac{1}{2} \tan \theta \sin^2 \theta \sin 2\theta \right) \right] - \left[2K_0 a^2 + \frac{1}{3} K_2 a^2 \left(r^2 + \frac{q^2 \pi^2}{r^2} \right) \right] \times \left[\sqrt{2} \sin 2\theta \cos \psi + \frac{1}{2} \tan \theta \sin 2\theta \right], \quad (15)$$

其中 θ_ξ 为 θ 对 ξ 的导数, 哈密顿函数 $H=0$ 确定在平面 (θ, ψ) 上动力学轨道的形式, 且在整个耦合过程中保持这个哈密顿数值. θ 演化的轨道描述了(9)式形式的脉冲在三纤芯间的功率转换.

从 $H=0$ 可以得到以下两个式子:

$$\frac{1}{3} \left(a^2 r^2 + \frac{a^2 q^2 \pi^2}{r^2} \right) - \frac{2}{3} a^4 r = 0, \quad (16)$$

$$-\sin 2\theta \left\{ \frac{2}{3} a^4 r \left[\left(\sigma - \frac{1}{2} \right) \left(\sin 2\theta + \frac{1}{2} \tan \theta \sin^2 \theta \right) \right] + \left[2K_0 a^2 + \frac{1}{3} K_2 a^2 \left(r^2 + \frac{q^2 \pi^2}{r^2} \right) \right] \times \left[\sqrt{2} \cos \psi + \frac{1}{2} \tan \theta \right] \right\} = 0. \quad (17)$$

(16)式是令(15)式中与 θ 无关的项为零得到的, 从中可以看到当存在初始啁啾时($q \neq 0$), 脉冲是非绝热传输的. 因此, 初始啁啾对脉冲传输和开关特性有很大的影响^[13].

从(17)式可以得到以下两个关系式:

$$\sin 2\theta = 0, \quad (18)$$

$$\frac{2}{3} a^4 r \left[\left(\sigma - \frac{1}{2} \right) \left(\sin 2\theta + \frac{1}{2} \tan \theta \sin^2 \theta \right) \right] + \left[2K_0 a^2 + \frac{1}{3} K_2 a^2 \left(r^2 + \frac{q^2 \pi^2}{r^2} \right) \right] \times \left[\sqrt{2} \cos \psi + \frac{1}{2} \tan \theta \right] = 0, \quad (19)$$

(19)式可简化为

$$\cos[\psi(\xi)] = -\sqrt{2} \frac{a^2 r}{6K^2} \left(\sigma - \frac{1}{2} \right) \times \left(\sin 2\theta + \frac{1}{2} \tan \theta \sin^2 \theta \right) - \frac{\sqrt{2}}{4} \tan \theta. \quad (20)$$

联立(14)和(20)式可得

$$\frac{d\theta}{d\xi} = \sqrt{2K'} \sqrt{1 - 2m^2 n^2 - mn \tan\theta - \frac{1}{8} \tan^2\theta} \quad (21)$$

其中

$$K' = K_0 + \frac{K_2}{6} \left(r^2 + \frac{q^2 \pi^2}{r^2} \right),$$

$$m = \frac{a^2 r}{6K'} = \frac{P_0 r}{6K'} = \frac{1}{6} \frac{PP_{th} r}{K'},$$

$$n = \left(\sigma - \frac{1}{2} \right) \left(\sin 2\theta + \frac{1}{2} \tan\theta \sin^2\theta \right). \quad (22)$$

且 $P_0 = a^2$ 为纤芯 1 中的初始输入功率, $P = \frac{P_0}{P_{th}}$ 为归一化功率.

我们定义第 i 个纤芯的转换系数为

$$T_i = \frac{1}{Q} \int_{-\infty}^{+\infty} |u_i(\xi_L, \tau)|^2 d\tau, \quad (23)$$

这里, Q 由 (10) 式定义. 由 (23) 式可以得到三纤芯的转换系数分别为

$$T_1 = \cos^2[\alpha(\xi)], \quad (24)$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \sin^2[\alpha(\xi)], \quad (25)$$

$$T_3 = \frac{1}{2} \sin^2[\alpha(\xi)]. \quad (26)$$

3. 耦合方程的数值模拟分析

我们再用分裂步长傅里叶法^[18-20]数值求解耦合方程组(2). 假定 ξ 到 $\xi + h$ 传输的一小段距离 h 上, 色散和非线性效应是分别作用的, 具体来说分三步进行. 并且可通过减小步长 h 和增加迭代次数来达到所要求的数值的精度.

ξ 到 $\xi + h/2$ 与 $\xi + h/2$ 到 $\xi + h$, 只考虑色散和耦合作用

$$\frac{\partial u_1}{\partial \xi} = \frac{i}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2} + iK_0(u_2 + u_3) - K_1 \left(\frac{\partial u_2}{\partial \tau} + \frac{\partial u_3}{\partial \tau} \right) - \frac{i}{2} K_2 \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial \tau^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial \tau^2} \right), \quad (27a)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial \xi} = \frac{i}{2} \frac{\partial^2 u_2}{\partial \tau^2} + iK_0(u_1 + u_3) - K_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial \tau} + \frac{\partial u_3}{\partial \tau} \right) - \frac{i}{2} K_2 \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial \tau^2} \right), \quad (27b)$$

$$\frac{\partial u_3}{\partial \xi} = \frac{i}{2} \frac{\partial^2 u_3}{\partial \tau^2} + iK_0(u_1 + u_2)$$

$$- K_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial \tau} + \frac{\partial u_2}{\partial \tau} \right) - \frac{i}{2} K_2 \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial \tau^2} \right). \quad (27c)$$

在 $\xi + h/2$ 处考虑整个 h 长度上的非线性效应

$$\frac{\partial u_1}{\partial \xi} = \chi (|u_1|^2 + \sigma |u_2|^2 + \sigma |u_3|^2) u_1, \quad (28a)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial \xi} = \chi (|u_2|^2 + \sigma |u_1|^2 + \sigma |u_3|^2) u_2, \quad (28b)$$

$$\frac{\partial u_3}{\partial \xi} = \chi (|u_3|^2 + \sigma |u_1|^2 + \sigma |u_2|^2) u_3. \quad (28c)$$

从 ξ 到 $\xi + h/2$ 对 (27) 式进行傅里叶变换得到

$$\frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial \xi} = \left(-\frac{i}{2} \omega^2 \right) \tilde{u}_1 + i\Delta K (\tilde{u}_2 + \tilde{u}_3), \quad (29a)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial \xi} = \left(-\frac{i}{2} \omega^2 \right) \tilde{u}_2 + i\Delta K (\tilde{u}_1 + \tilde{u}_3), \quad (29b)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_3}{\partial \xi} = \left(-\frac{i}{2} \omega^2 \right) \tilde{u}_3 + i\Delta K (\tilde{u}_1 + \tilde{u}_2), \quad (29c)$$

$\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3$ 分别是 u_1, u_2 和 u_3 的傅里叶变换, ω 为光包络频率, $\Delta K = K_0 + K_1 \omega + \frac{K_2}{2} \omega^2$, 设 $\tilde{u}_1 = \exp(-i\omega^2 \xi/2) U_1$, $\tilde{u}_2 = \exp(-i\omega^2 \xi/2) U_2$, $\tilde{u}_3 = \exp(-i\omega^2 \xi/2) U_3$ 将它们代入 (29) 式得到

$$\frac{\partial U_1}{\partial \xi} = i\Delta K (U_2 + U_3), \quad (30a)$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial \xi} = i\Delta K (U_1 + U_3), \quad (30b)$$

$$\frac{\partial U_3}{\partial \xi} = i\Delta K (U_1 + U_2). \quad (30c)$$

解方程组 (30a) (30b) 和 (30c) 得

$$U_1 = A_1 \exp(i2\Delta K \xi) + A_2 \exp(-i\Delta K \xi), \quad (31a)$$

$$U_2 = B_1 \exp(i2\Delta K \xi) + B_2 \exp(-i\Delta K \xi), \quad (31b)$$

$$U_3 = C_1 \exp(i2\Delta K \xi) + C_2 \exp(-i\Delta K \xi), \quad (31c)$$

其中 A_1, A_2, B_1, B_2, C_1 和 C_2 是常数, 可以由边界条件得到. 这样

$$\begin{aligned} & \tilde{u}_1(\xi + h/2, \omega) \\ &= \frac{1}{3} [\tilde{u}_1(\xi, \omega) + \tilde{u}_2(\xi, \omega) + \tilde{u}_3(\xi, \omega)] \\ & \quad \times \exp \left[i \left(-\frac{1}{2} \omega^2 + 2\Delta K \right) \frac{h}{2} \right] \\ & \quad + \frac{1}{3} [2\tilde{u}_1(\xi, \omega) - \tilde{u}_2(\xi, \omega) - \tilde{u}_3(\xi, \omega)] \\ & \quad \times \exp \left[i \left(-\frac{1}{2} \omega^2 - \Delta K \right) \frac{h}{2} \right], \quad (32a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \tilde{u}_2(\xi + h/2, \omega) \\ = & \frac{1}{3} [\tilde{u}_1(\xi, \omega) + \tilde{u}_2(\xi, \omega) + \tilde{u}_3(\xi, \omega)] \\ & \times \exp\left[i\left(-\frac{1}{2}\omega^2 + 2\Delta K\right)\frac{h}{2}\right] \\ & + \frac{1}{3} [2\tilde{u}_2(\xi, \omega) - \tilde{u}_1(\xi, \omega) - \tilde{u}_3(\xi, \omega)] \\ & \times \exp\left[i\left(-\frac{1}{2}\omega^2 - \Delta K\right)\frac{h}{2}\right], \quad (32b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \tilde{u}_3(\xi + h/2, \omega) \\ = & \frac{1}{3} [\tilde{u}_1(\xi, \omega) + \tilde{u}_2(\xi, \omega) + \tilde{u}_3(\xi, \omega)] \\ & \times \exp\left[i\left(-\frac{1}{2}\omega^2 + 2\Delta K\right)\frac{h}{2}\right] \\ & + \frac{1}{3} [2\tilde{u}_3(\xi, \omega) - \tilde{u}_1(\xi, \omega) - \tilde{u}_2(\xi, \omega)] \\ & \times \exp\left[i\left(-\frac{1}{2}\omega^2 - \Delta K\right)\frac{h}{2}\right]. \quad (32c) \end{aligned}$$

在 $\xi + h/2$ 处考虑非线性效应, 利用方程(28a), (28b)和(28c)得到

$$\begin{aligned} & u_{1NL}(\xi + h/2, \tau) \\ = & \text{IFFT}[\tilde{u}_1(\xi + h/2, \omega)] \\ & \times \exp[ih(|u_1(\xi, \tau)|^2 + |u_1(\xi + h, \tau)|^2 \\ & + \alpha|u_2(\xi, \tau)|^2 + |u_2(\xi + h, \tau)|^2) \\ & + \alpha|u_3(\xi, \tau)|^2 + |u_3(\xi + h, \tau)|^2)]/2], \quad (33a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & u_{2NL}(\xi + h/2, \tau) \\ = & \text{IFFT}[\tilde{u}_2(\xi + h/2, \omega)] \\ & \times \exp[ih(|u_2(\xi, \tau)|^2 + |u_2(\xi + h, \tau)|^2 \\ & + \alpha|u_1(\xi, \tau)|^2 + |u_1(\xi + h, \tau)|^2) \\ & + \alpha|u_3(\xi, \tau)|^2 + |u_3(\xi + h, \tau)|^2)]/2], \quad (33b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & u_{3NL}(\xi + h/2, \tau) \\ = & \text{IFFT}[\tilde{u}_3(\xi + h/2, \omega)] \\ & \times \exp[ih(|u_3(\xi, \tau)|^2 + |u_3(\xi + h, \tau)|^2 \\ & + \alpha|u_1(\xi, \tau)|^2 + |u_1(\xi + h, \tau)|^2) \\ & + \alpha|u_2(\xi, \tau)|^2 + |u_2(\xi + h, \tau)|^2)]/2], \quad (33c) \end{aligned}$$

IFFT 表示傅里叶反变换.

在 $\xi + h/2$ 到 $\xi + h$ 只考虑色散和耦合效应, 类似前面的计算得到

$$\begin{aligned} & \tilde{u}_1(\xi + h, \omega) \\ = & \frac{1}{3} \left[\tilde{u}_{1NL}\left(\xi + \frac{h}{2}, \omega\right) + \tilde{u}_{2NL}\left(\xi + \frac{h}{2}, \omega\right) \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left. + \tilde{u}_{3NL}\left(\xi + \frac{h}{2}, \omega\right) \right] \\ & \times \exp\left[i\left(-\frac{1}{2}\omega^2 + 2\Delta K\right)\frac{h}{2}\right] \\ & + \frac{1}{3} \left[2\tilde{u}_{1NL}\left(\xi + \frac{h}{2}, \omega\right) - \tilde{u}_{2NL}\left(\xi + \frac{h}{2}, \omega\right) \right. \\ & \left. - \tilde{u}_{3NL}\left(\xi + \frac{h}{2}, \omega\right) \right] \\ & \times \exp\left[i\left(-\frac{1}{2}\omega^2 - 2\Delta K\right)\frac{h}{2}\right], \quad (34a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \tilde{u}_2(\xi + h, \omega) \\ = & \frac{1}{3} \left[\tilde{u}_{1NL}\left(\xi + \frac{h}{2}, \omega\right) + \tilde{u}_{2NL}\left(\xi + \frac{h}{2}, \omega\right) \right. \\ & \left. + \tilde{u}_{3NL}\left(\xi + \frac{h}{2}, \omega\right) \right] \\ & \times \exp\left[i\left(-\frac{1}{2}\omega^2 + 2\Delta K\right)\frac{h}{2}\right] \\ & + \frac{1}{3} \left[2\tilde{u}_{2NL}\left(\xi + \frac{h}{2}, \omega\right) - \tilde{u}_{1NL}\left(\xi + \frac{h}{2}, \omega\right) \right. \\ & \left. - \tilde{u}_{3NL}\left(\xi + \frac{h}{2}, \omega\right) \right] \\ & \times \exp\left[i\left(-\frac{1}{2}\omega^2 - 2\Delta K\right)\frac{h}{2}\right], \quad (34b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \tilde{u}_3(\xi + h, \omega) \\ = & \frac{1}{3} \left[\tilde{u}_{1NL}\left(\xi + \frac{h}{2}, \omega\right) + \tilde{u}_{2NL}\left(\xi + \frac{h}{2}, \omega\right) \right. \\ & \left. + \tilde{u}_{3NL}\left(\xi + \frac{h}{2}, \omega\right) \right] \\ & \times \exp\left[i\left(-\frac{1}{2}\omega^2 + 2\Delta K\right)\frac{h}{2}\right] \\ & + \frac{1}{3} \left[2\tilde{u}_{3NL}\left(\xi + \frac{h}{2}, \omega\right) - \tilde{u}_{1NL}\left(\xi + \frac{h}{2}, \omega\right) \right. \\ & \left. - \tilde{u}_{2NL}\left(\xi + \frac{h}{2}, \omega\right) \right] \\ & \times \exp\left[i\left(-\frac{1}{2}\omega^2 - 2\Delta K\right)\frac{h}{2}\right]. \quad (34c) \end{aligned}$$

最后在输出端 $\xi + h$ 时的值为

$$u_1(\xi + h, \tau) = \text{IFFT}[\tilde{u}_1(\xi + h, \omega)], \quad (35a)$$

$$u_2(\xi + h, \tau) = \text{IFFT}[\tilde{u}_2(\xi + h, \omega)], \quad (35b)$$

$$u_3(\xi + h, \tau) = \text{IFFT}[\tilde{u}_3(\xi + h, \omega)]. \quad (35c)$$

在没有耦合的情况下 ($K_0 = 0, K_1 = 0, K_2 = 0$), 方程组(2)有(36)式形式的基态孤子解^[18]. 假定一阶孤子的一般形式为

$$u_i = A_i \text{sech}(A_i \tau) \exp(iA_i^2 \xi/2 + i\phi_i), \quad (36)$$

这里 A_i 和 ϕ_i 是一个任意常量.

假定纤芯中输入端 ($\xi = 0$) 的初始输入脉冲为

$$\begin{aligned}
 u_1(0, \tau) &= A_1 \operatorname{sech}(A_1 \tau), \\
 u_2(0, \tau) &= 0, \\
 u_3(0, \tau) &= 0.
 \end{aligned}
 \tag{37}$$

此时输入功率 $P_0 = A_1$.

4. 结果分析

用四阶 Runge-Kutta 法解方程 (21), 当 $\xi_L = 1.05/K'$ 时, $\theta(\xi_L) = \frac{\pi}{2}$, 此时脉冲能量全部耦合到纤芯 2 和 3 中, 因此可以把 $\xi_L = \frac{1.05}{K'}$ 做为等边三角形结构

三芯光纤耦合器的耦合长度 L_C . 利用变分法的结果 (21)–(26) 式和分裂步长傅里叶变换法得到脉冲的传输的转移系数随距离的变化关系和开关图形如图 1 所示.

图 1 显示了在低输入功率 ($a^2 = 1, r = 1, K_0 = 1$) 的条件下耦合器的三纤芯解析的和数值的转换特性随耦合长度的变化. 其中图 1(a) 和 (b) 是由方程 (21)–(26) 形式的解析解在 $K_1 = 0, \sigma = 0$ 时得到的, 从中可以看到初始啁啾 q 的加入使耦合长度 ξ_L 变小, 耦合周期变短. 而图 1(c) 和 (d) 是在 $K_1 = 0, q = 0, \sigma = 0$ 的条件下, 通过方程 (37) 形式的初始输入脉冲由数值模拟的方法得到, 可以看出随着 K_2 的增

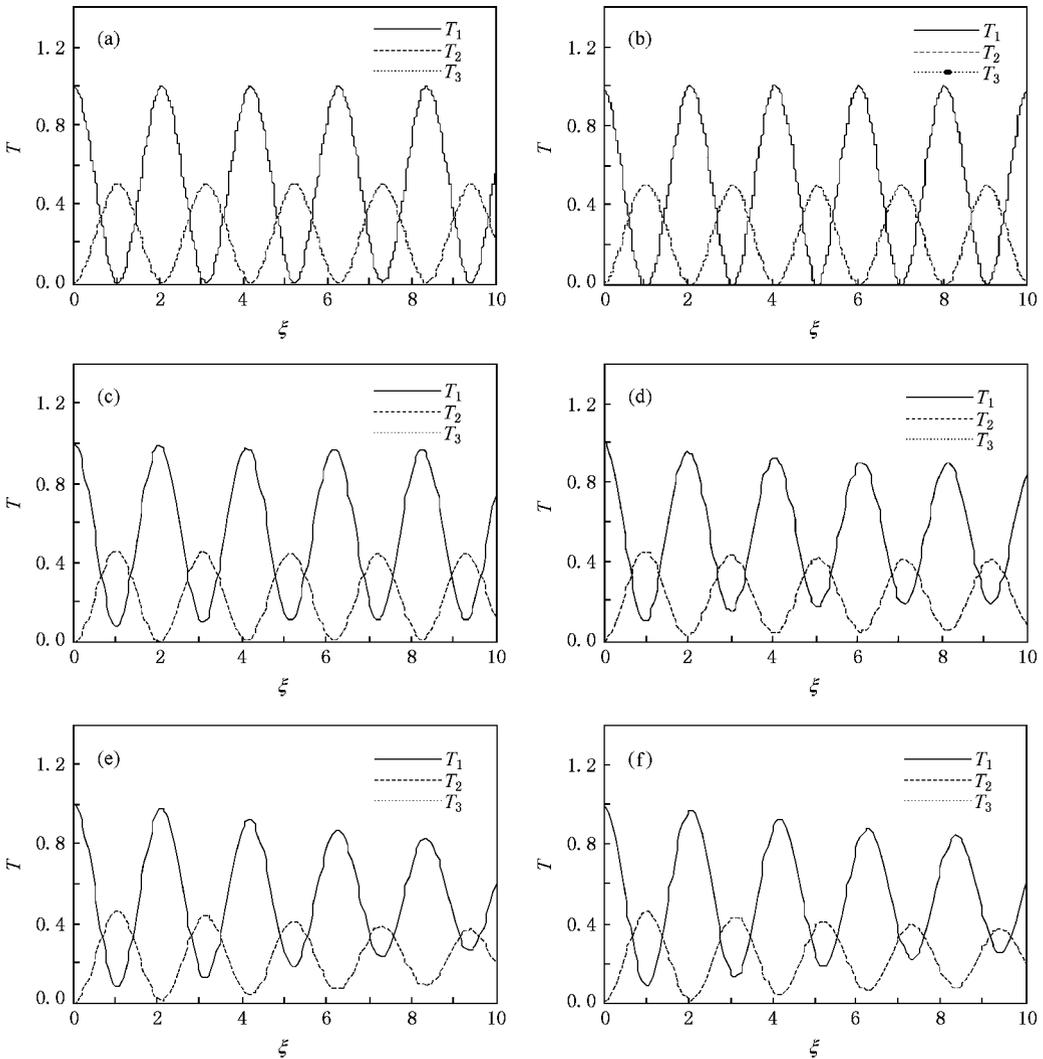


图 1 在不同的高阶耦合系数下, 等边三角形结构的三芯光纤耦合器三纤芯转换特性随传输距离 ξ 的变化 (实线表示纤芯 1 的转换系数, 虚线表示纤芯 2 的转换系数, 点线表示纤芯 3 的转换系数, 其中纤芯 2 和纤芯 3 的图形完全重叠) (a) 变分法中 $K_2 = 0.2$; (b) 变分法中 $K_2 = 0.2, q = -0.5$ (c) 数值法中 $K_2 = 0.2$ (d) 数值法中 $K_2 = 0.4$ (e) 数值法中 $K_1 = 0.1$ (f) 数值法中 $K_1 = 0.1, \sigma = 0.1$

加,三纤芯的耦合长度 ξ_L 变短,而且色散作用也越来越明显.图 1(e)和(f)是在 $K_2 = 0, q = 0$ 的条件下由数值模拟的方法得到,显然交叉相位调制系数 σ 对三芯耦合器传输特性的影响很微弱.另外,比较图 1(a)和(c),可以看出数值法和解析法符合得相当好.

另外,在 $K_0 = 1, K_1 = 0, K_2 = 0$ 时,线型排列结

构耦合器的耦合长度 $\xi_L = 2.25^{[13]}$,而三角对称型排列结构的耦合长度 $\xi_L = 1.05$,后者要比前者短 53% 左右.可见,从三芯光纤耦合器的耦合长度上比较,三角形结构是一个较好的选择.

图 2 显示了在耦合长度 $L_C = 1.05$,线性耦合系数 $K_0 = 1$ 的条件下,等边三角形三芯耦合器的三纤

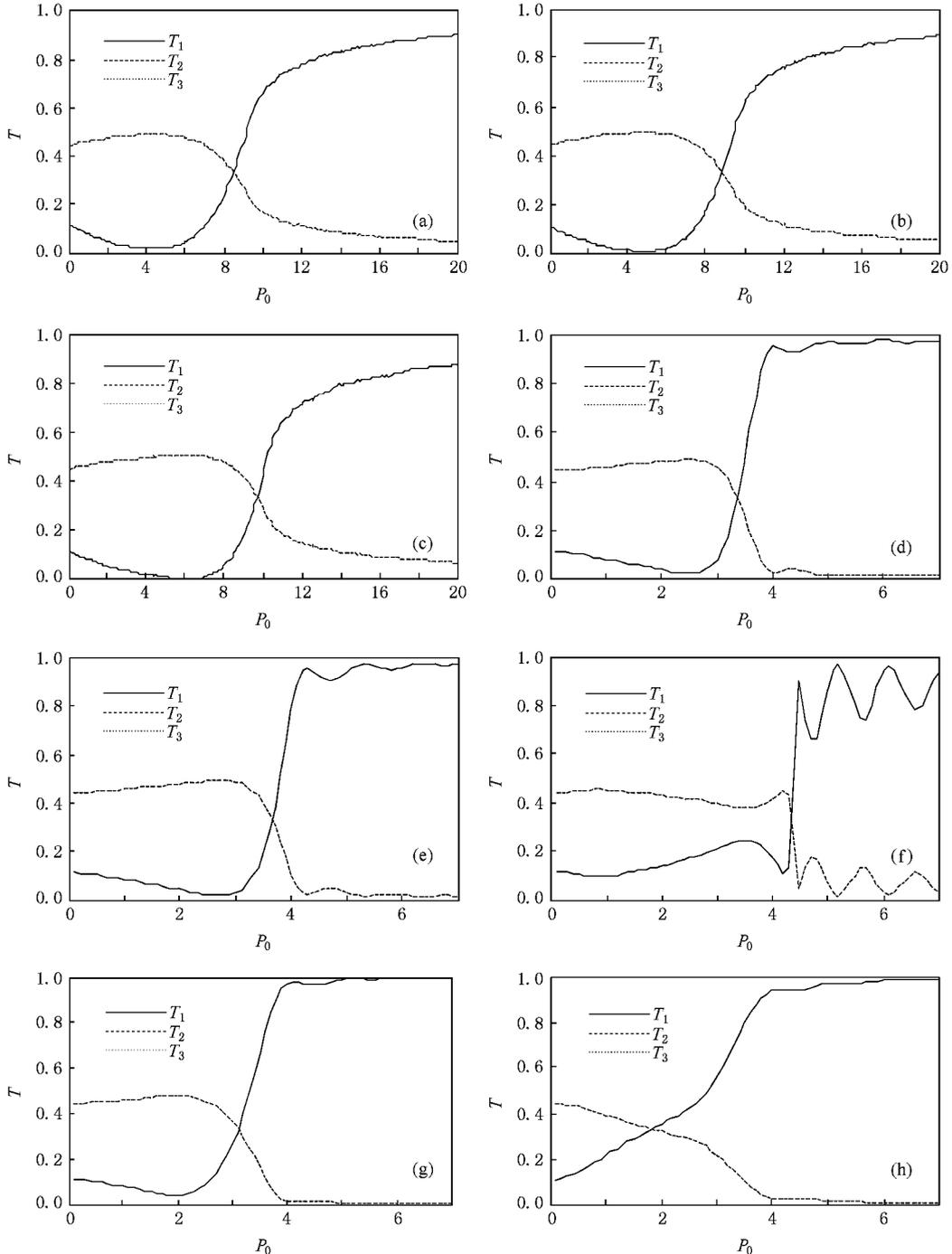


图 2 在不同的高阶耦合系数下,等边三角形结构的三芯光纤耦合器三纤芯开关特性随输入功率 P_0 的变化($L_C = 1.05$) (实线表示纤芯 1 的转换系数,虚线表示纤芯 2 的转换系数,点线表示纤芯 3 的转换系数,其中纤芯 2 和纤芯 3 的图形完全重叠) (a)变分法中 $K_2 = 0$ (b)变分法中 $K_2 = 0.2$ (c)变分法中 $K_2 = 0.2, q = -0.5$ (d)数值法中 $K_2 = 0.2$ (e)数值法中 $K_2 = 0.2, \sigma = 0.1$ (f)数值法中 $K_2 = 0.4$ (g)数值法中 $K_1 = 0.1$ (h)数值法中 $K_1 = 0.5$

芯解析的和数值的开关特性.

其中图 χ (a) (b) 和 (c) 是在一阶模间色散系数 $K_1 = 1$, 交叉相位调制系数 $\sigma = 0$ 时, 由方程 (21) 和 (24) — (26) 形式的解析法得到.

图 χ (a) (b) 忽略初始啁啾的影响 ($q = 0$), 它们的阈值功率分别为 $P_{th} = 8.5$ 和 $P_{th} = 8.8$, 图 χ (c) 考虑了初始啁啾的影响 ($q = -0.5$), 它的阈值功率为 $P_{th} = 9.7$. 从这三个图和图 1 可以看出, 在低功率输入时 ($P_0 < P_{th}$), 脉冲能量在三纤芯之间周期性耦合, 在高功率输入时 ($P_0 > P_{th}$), 脉冲能量锁定在初始输入的纤芯 1 中, 只有很小一部分耦合到其他纤芯. 另外, 我们也可以看到二阶非线性系数 K_2 和初始啁啾 q 使开关阈值功率增加.

图 χ (d) (e) (f) (g) 和 (h) 是在 $K_1 = 1, q = 0$ 的条件下, 由方程 (37) 式的初始输入脉冲通过分布傅

里叶法数值模拟得到的. 其中图 χ (d) 和 (f) 是在 $\sigma = 0$ 的条件下得到, 反映了 K_2 的变化对开关特性的影响, 图 χ (d) 的阈值功率 $P_{th} = 3.4$, 图 χ (f) 的阈值功率 $P_{th} = 4.34$. 而图 χ (e) 在 $K_2 = 0.2, \sigma = 0.1$ 的情况下得到, 其阈值功率 $P_{th} = 3.65$. 由此可见, 二阶非线性系数 K_2 的增加和交叉相位调制系数 σ 的加入也会使开关阈值功率增加. 图 χ (g) 和 (h) 是在 $\sigma = 0, q = 0$ 的条件下得到, 反映了模间色散系数 K_1 的变化对开关特性的影响. 随着 K_1 的增加, 脉冲陡峭的开关特性遭到破坏, 开关性能急剧变差. 比较图 χ (b) 和图 χ (d) 可以看出, 解析法和数值法在 $K_2 = 0.2$ 时开关图形比较一致, 但是阈值功率却有很大差别. 造成这种不一致的原因: 因为我们假定的解析法的解 (方程 χ (a) — χ (c)) 的幅度 $|u_i|$ 是随 ξ 变化的, 而数值法的解 (方程 (36)) 的幅度 $|u_i|$ 是与 ξ 无关的.

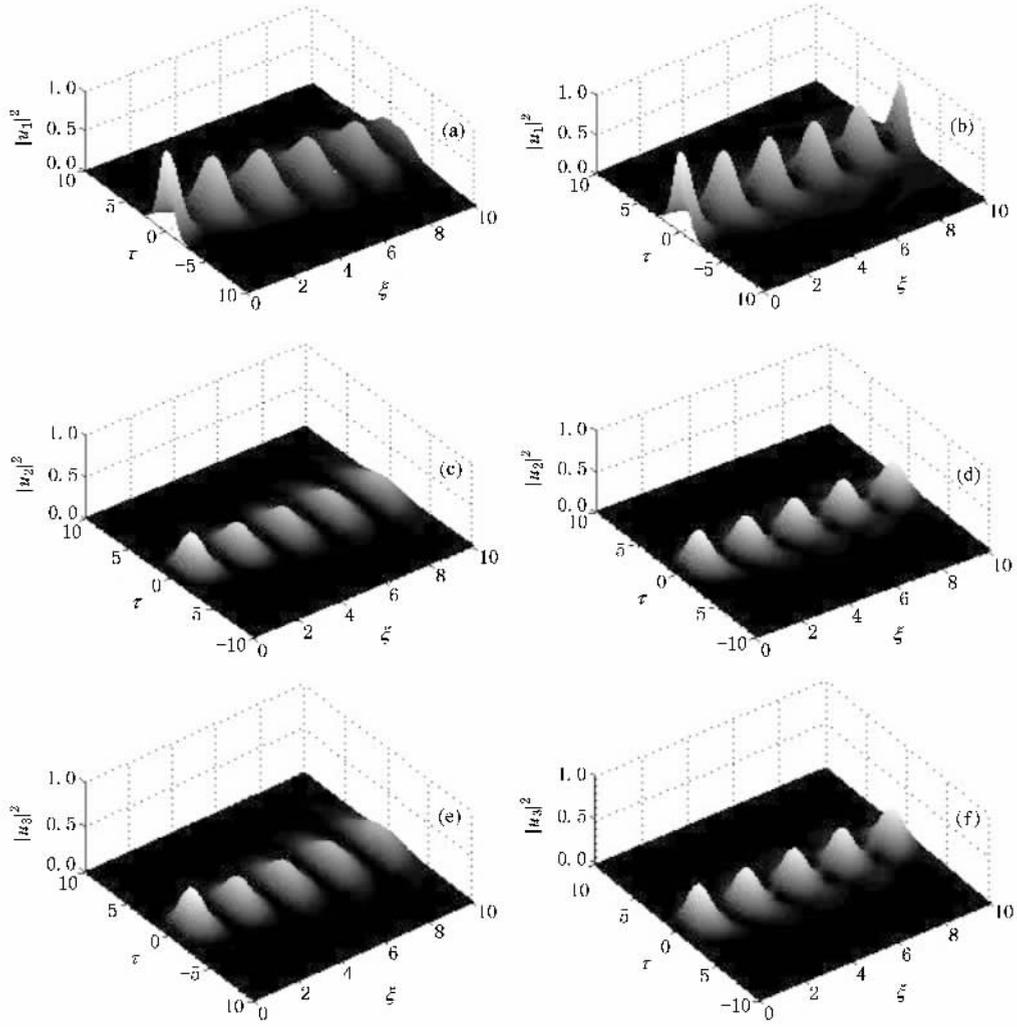


图 3 在不同的 K_2 值下, 光脉冲在等边三角形排列结构的三芯光纤耦合器中传输情况. (a) (c) (e) 对应在 $K_2 = 0.2$ 时, 纤芯 1, 2, 3 中的传输特性; (b) (d) (f) 对应在 $K_2 = 0.4$ 时, 纤芯 1, 2, 3 中的传输特性.

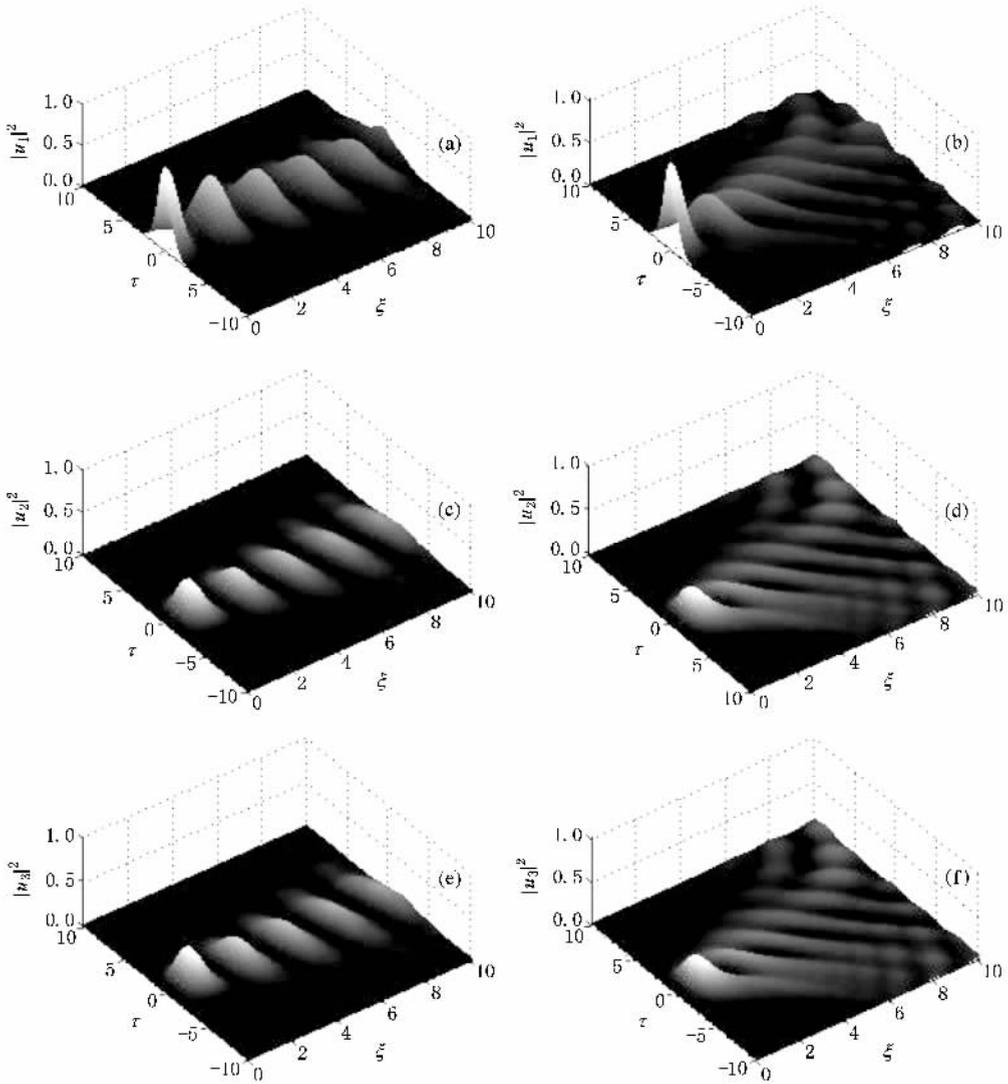


图4 在不同的 K_1 值下,光脉冲在等边三角形排列结构的三芯光纤耦合器中的演化 (a)(c)(e)对应在 $K_1 = 0.1$ 时,纤芯 1,2,3 中的传输特性 (b)(d)(f)对应在 $K_1 = 0.5$ 时,纤芯 1,2,3 中的传输特性

图3和图4由对称分布傅里叶法数值模拟得到,它显示了在 $a^2 = 1, r = 1, q = 0, \sigma = 0, K_0 = 1$ 的条件下,模间色散系数变化时等边三角形排列结构的三芯光纤耦合器的传输特性。

图3显示了在 $K_1 = 0$ 时,三纤芯的传输特性随二阶模间色散系数 K_2 的变化,从中可以明显地看到,随着 K_2 的增大,色散作用增强,并且光脉冲在三芯之间能量转换的周期变小。数值模拟的结果和变分法得到的结果符合得相当好。

图4显示了在 $K_2 = 0$ 时,三纤芯的传输特性随模间色散系数 K_1 的变化。可以看到:当 K_1 较小时,虽然有色散作用的影响,但是三纤芯之间还可以周期性的耦合传输,但是随着 K_1 的增大,光脉冲在三

芯之间耦合传输的周期性遭到破坏,脉冲随着传输距离的增加分裂成多个脉冲,表现出明显的模间色散效应。

5. 结 论

本文运用变分方法和对称分裂步长傅里叶方法研究了超短光脉冲在等边三角形排列结构的非线性三芯定向光纤耦合器中的传输特性和开关特性。重点研究了三个耦合系数对光脉冲传输和开关特性的影响,指出了在超短光脉冲传输时,只考虑线性耦合系数时,在低能量输入时,脉冲能量在三纤芯间周期性耦合传输,而高能量输入时,脉冲能量绝大部分保

留在初始输入的纤芯中,只有很小一部分耦合到其他纤芯,因此耦合器在耦合长度处表现出良好的开关特性.

具有一阶模间色散系数时,当模间色散系数较小时,光脉冲仍能在三芯之间周期性耦合传输,并且表现出良好的开关特性.但是随着一阶模间色散系数的增大,脉冲耦合传输的周期性和陡峭的开关特性都遭到破坏,此时光脉冲在传输中发生分裂,并且随着传输距离的增加,分裂的子脉冲间的距离逐渐

增大.

二阶模间色散系数和初始啁啾一起影响光脉冲传输和开关特性.二阶模间色散系数和初始啁啾的加入使光脉冲传输时的耦合长度减小.而且研究表明二阶模间色散系数、初始啁啾和交叉相位调制系数都能使耦合器的开关阈值功率增加.同时数值模拟也显示,随着二阶模间色散系数的增大,光脉冲在三纤芯之间能量转换的周期变小,这与变分法得到的结果符合得相当好.

-
- [1] Yu Z Y , Zhang X G , Liu X M 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 904 (in Chinese) [俞重远、张晓光、刘秀敏 2001 物理学报 **50** 904]
- [2] Liu X Z , Wu J L , Liu G J , Li Y , Jin G L 2004 *Acta Opt. Sin.* **24** 1320 (in Chinese) [刘宪周、吴晋龙、刘刚军、李 幼、金国良 2004 光学学报 **24** 1320]
- [3] Menezes J W M , Da Fraga W B , Guimaraes G F , Ferreira A C , Rocha H H B , Da Silva M G , Sombra A S B 2007 *Opt. Commun.* **276** 107
- [4] Costa J R , Ramos P M , Paiva C R *et al* 2001 *IEEE J. Quantum Electron.* **37** 1553
- [5] Wang Y , Wang W 2004 *IEEE Photon. Tech. Lett.* **16** 1077
- [6] Jensen S M 1982 *IEEE J. Quantum Electron.* QE-**18** 1580
- [7] Agrawal G P 2001 *Applications of Nonlinear Fiber Optics* (New York : Academic) p36
- [8] Chu P L , Malomed B A , Peng G D 1993 *J. Opt. Soc. Am. B* **10** 1379
- [9] Droulias S , Manousakis M , Hizanidis K 2004 *Opt. Commun.* **240** 209
- [10] Tsang S C , Chiang K S , Chow K W 2004 *Opt. Commun.* **229** 431
- [11] Shum P , Liu M 2002 *IEEE Photon. Tech. Lett.* **14** 1106
- [12] Valkering T P , Honschoten van J , Hoekstra H J W M 1999 *Opt. Commun.* **159** 215
- [13] Da Silva M G , Sombra A S B 1998 *Opt. Commun.* **145** 281
- [14] Da Silva M G , Bastos A M , Sobrinho C S *et al* 2006 *Opt. Fiber Technol.* **12** 148
- [15] Trillo S , Wabnitz S , Wright E M 1988 *Opt. Lett.* **13** 672
- [16] Trillo S , Wabnitz S 1991 *Opt. Lett.* **16** 1
- [17] Li Q L , Chen J L , Sun L L , Yu S Y , Qian S 2007 *Chin. Phys.* **16** 1545
- [18] Costa J R , C R Paiva , Barbosa A M 2001 *IEEE J. Quantum. Ref. Electron.* **37** 145
- [19] Francia C 1999 *IEEE Photon. Technol. Lett.* **11** 69
- [20] Agrawal G P 2001 *Nonlinear Fiber Optics* (New York : Academic)

Switching in three-core nonlinear fiber coupler with second order coupling dispersion coefficient *

Li Qi-Liang^{1)†} Xie Yu-Yong¹⁾ Zhu Yin-Fang¹⁾ Zhao Zhi-Jing¹⁾
Wang Tian-Shu¹⁾ Qian Sheng¹⁾ Lin Li-Bin²⁾

¹⁾ *Institute of Communication and Information System, College of Telecommunication,
Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China*

²⁾ *Institute of Physics, Sichuan University, Chengdu 610064, China*

(Received 20 November 2007 ; revised manuscript received 22 February 2008)

Abstract

The propagation and switching of fundamental solitons in three-core fiber nonlinear directional coupler with three cores in an equilateral-triangle arrangement have been investigated with two methods. Firstly, by using variational method, we obtained the equation of transmission coefficient with respect to distance. Secondly, we used the split-step Fourier method (SSFM) to solve the nonlinear Schrödinger equations. The results of both variational method and SSFM indicate that the energy of optical pulses transfer periodically between the three cores and have sharp switching characteristics when the first order intermodal dispersion coefficient is small. Otherwise, the periodicity of the coupling transmission characteristics of optical solitons in fiber coupler and the sharpness of switching are destroyed. The second order intermodal dispersion coefficient and initiative chirp reduce the coupling length, shorten the periods of the energy transfer of optical pulses between the three cores, and increase the threshold switching power. Though the cross phase modulation coefficient has weaker impact on transmission characteristics, it increases the threshold switching power of couplers.

Keywords : three-core fiber coupler, intermodal dispersion coefficient, coupling length, threshold switching power

PACC : 4265, 4265S, 4255N, 4225B

* Project supported by the Science and Technology Foundation of Zhejiang Province, China (Grant No. 2008C31010).

† E-mail : liqiliang2@yahoo.com.cn