Pekeris 波导中简正波的复声强及其应用*

余 惠俊英 赵安邦 孙国仓 滕 超

(哈尔滨工程大学水声工程学院 哈尔滨 150001) (2007年9月22日收到 2008年1月30日收到修改稿)

在 Pekeris 波导模型下,关注了简正波的矢量场,讨论了简正波水平复声强和垂直复声强的表述,并分析了其特征.单阶简正波在水平方向是行波,相应的水平复声强仅为有功的;在垂直方向为驻波,相应的垂直复声强仅为无功的.而多阶简正波相互干涉,因此总声场的复声强既有有功分量,也有无功分量,其中只有有功分量参与声能的输运,但无功分量是反映声场信息的重要组成部分.通过对垂直(交互)复声强无功分量和水平交互复声强有功分量的数值分析,对于甚低频率的点源声场,发现当声源深度变化时,上述声场分量的正负号呈有规变化,当接收传感器置于适当的位置时,通过与一临界深度比较,可以对目标的深度分类,尤其对于水平交互复声强有功分量,可以用来判断声源是在近水面处,还是在水下.最后探讨了复声强和交互复声强的相角,分析了其空间分布规律.

关键词:目标深度分类,复声强,矢量场,Pekeris 波导 PACC:4330,9210

1.引 言

近些年来 由于矢量传感器的应用受到关注 国 内外许多学者对矢量传感器和矢量信号处理技术进 行了大量的研究,与之相适应,矢量场的理论研究也 受到了特别关注,矢量声场的研究是运用矢量传感 器进行探测、估计和识别应用的基础. Pekeris 波导是 结构最简单、最基本的波导形式之一,关于 Pekeris 波导中的声传播^{1-7]}, Pekeris^[1], Brekhovskikh^[2], Eisler^[3]和国内学者^[45]等都做过较为深入地研究, 得到声压场的分解形式 简正波和侧面波 但少有人 问津其质点振速场,以测量声压为基础的声强度 / $= |p(t)|^2 / \rho c$ 称为标量声强度 , $|p(t)|^2$ 为声压 平方的时间平均, 🖉 为介质声阻抗, 既然声场强度根 据定义为一矢量 则标量情况下的测量就会损失部分 信息 而矢量强度为 $I = p(t) v^*(t)$ 其频域表示称 为复声强.复声强既有有功分量,又有无功分量.本文 分析了 Pekeris 波导中的复声强特性,并且讨论了利 用复声强对近水面目标和水下目标分类的方法,

2. 分层介质波导中的声矢量场

航行的舰船或海洋作业平台必定辐射 100 Hz 以

下的强线谱,如此的低频声场有很强的相干性,因而利用波动理论分析其声场本文采用 Pekeris 模型.

考虑有两层流体介质的情况, z = 0 为海表面, z = H 为海底,采用柱坐标系,如图 1 所示.上层介质 为声速 $c = c_1$,密度 $\rho = \rho_1$ 的均匀水层,厚度为 H; 海底介质声速为 c_2 ,密度为 ρ_2 .点源位于(0, z_0) 編 射谐和声波,时间因子为 $e^{-j\alpha t}$;接收点位置为(r,z), r 为水平距离.海面为绝对软界面,其上声压为零.



图 1 Pekeris 波导示意图

由声传播理论可知:声场为简正波和侧面波之 和,后者随距离增加急剧衰减,故在讨论远距离声场时,常忽略其影响不计。

^{*}水声技术国防科技重点实验室基金(批准号 9140C200101080C2005)和哈尔滨工程大学基础研究基金(批准号:HEUFT07072)资助的课题。

)

水层中简正波的质点速度势函数为[4]

$$\varphi(r \ z_0 \ z) = 2\pi j \sum_n \sin(\beta_{1n} z)$$
$$\times F(z_0 \ \xi_n) H_0^{(1)}(\xi_n r) \emptyset \leq z \leq H \ (1)$$

$$F(z_0 , \xi_n) = \frac{\beta_{1n} \sin(\beta_{1n} z_0)}{\beta_{1n} H - \sin(\beta_{1n} H) \cos(\beta_{1n} H) - b^2 \tan(\beta_{1n} H) \sin^2(\beta_{1n} H)}$$
(2)

且有 $\beta_{1n} = \sqrt{k_1^2 - \xi_n^2}$, $b = \rho_1 / \rho_2$, $k_i = \omega / c_i$ (*i* = 1,2), *n* 为简正波的序号, ξ_n 为第 *n* 阶本征值, 它是下面 的本征方程的根:

$$x\cos x - jb\sqrt{x^2 - \sigma^2}\sin x = 0, \qquad (3)$$

其中

$$x = \beta_1 H \, \sigma^2 = (k_1^2 - k_2^2) H^2. \qquad (4)$$

每一阶简正波都对应一个截止频率 f_n ,即当声波频率 $f < f_n$ 时,声源不能激发第 n 阶波导简正波.截止频率 f_n 可表示为^[4]

$$f_n = \frac{\left(n - \frac{1}{2}\right)c_1c_2}{2H\sqrt{c_2^2 - c_1^2}}.$$
 (5)

因此,分层介质中的波导可以看成以空间坐标 r,z,z₀为变量的线性滤波器,简谐点源场(1)式就 是它的频响函数.

由(1)武得声压 p 为

$$p(r, z_0, z) = 2\pi\omega\rho_1 \sum_n \sin(\beta_{1n}z)$$
$$\times F(z_0, \xi_n) H_0^{(1)}(\xi_n r)$$
$$\approx e^{-j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{8\pi}{r}} \omega \rho_1 \sum_n \sqrt{\frac{1}{\xi_n}}$$

 $\times \sin(\beta_{1n}z)F(z_0,\xi_n)e^{j\xi_n r}$, (6)

式中对 Hankel 函数作了大宗量渐近展开 取其第一项. 振速 v 与声压 p 的关系为

$$\rho \, \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = - \, \nabla p \, \, , \tag{7}$$

注意到时间因子为 e^{-jad} 所以上式为

$$\boldsymbol{v} = \frac{1}{j\omega\rho} \nabla p = \frac{1}{j\omega\rho} \left[\frac{\partial p}{\partial r} \boldsymbol{i} + \frac{\partial p}{\partial z} \boldsymbol{k} \right]. \quad (8)$$

因为声场是柱对称的,所以上式中与水平方位角有 关的项为零.

对(6)式求导数后代入(8)式得到振速水平分量 v_r 为

$$v_{\rm r} \approx {\rm e}^{-{\rm j}\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{8\pi}{r}} \sum_n \sqrt{\xi_n}$$

 $\times \sin(\beta_{1n}z)F(z_0,\xi_n)e^{j\xi_n r}. \qquad (9)$

振速的垂直分量 v_z 为

$$v_{z} = -j e^{-j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{8\pi}{r}} \sum_{n} \sqrt{\frac{1}{\xi_{n}}}$$
$$\times \beta_{1n} \cos(\beta_{1n} z) F(z_{0}, \xi_{n}) e^{j\xi_{n} r}. \quad (10)$$

3. 简正波的复声强

声强指通过垂直于声传播方向上单位面积的平 均(周期 T 中的平均)声能流⁸¹.通常声压 p 和振速 v 是时间 t 和位置 r 的函数 ,且 v 为矢量 ,则声强可 表示为

$$I(r,t) = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} p(r,t) v(r,t) dt.$$
 (11)

声强是定义在时域上的,而复声强是声强的频 域表示 利用 Fourier 变换就得到复声强 表示为

 $I_{c}(r,\omega) = p(r,\omega) \cdot v^{*}(r,\omega), \quad (12)$ 式中 ω 表示频率 ,上标 * 表示复共轭 , $p(r,\omega)$ 和 $v(r,\omega)$ 分别是 p(r,t)和v(r,t)的 Fourier 变换.

复声强还可以表示为有功声强和无功声强的 形式:

 $I_{a}(r,\omega) = I_{A}(r,\omega) + i \cdot I_{R}(r,\omega),$ (13) 式中 $I_{A}(r,\omega)$ 称为有功声强,表示向远处传播的声 能; $I_{R}(r,\omega)$ 称为无功声强,表示不传播的声能.

复声强的相角为

 $I_{r} = pv_{r}^{*} \approx \frac{8\pi\omega\rho_{1}}{r} \sum_{n} \sin^{2}(\beta_{1n}z)F^{2}(z_{0},\xi_{n})$ + $\frac{8\pi\omega\rho_{1}}{r} \sum_{n,n\neq m} \sum_{m} \sin(\beta_{1n}z)\sin(\beta_{1m}z)$ × $F(z_{0},\xi_{n})F(z_{0},\xi_{m})$ (15)

$$\times \sqrt{\xi_m/\xi_n} \{ \cos[(\xi_n - \xi_m)r] + j\sin[(\xi_n - \xi_m)r] \}.$$

上式右边第一项为实数,它是各阶简正波自身 的水平复声强,是有功声强.这是说就每阶简正波自 身而言,它在水平方向输运能量,在水平方向是行 波.但(15)式的第二项是复数,这表明由于多阶简正 波的相互干涉,水平复声强既有有功分量又有无功 分量,说明即使就简正波声场而言,它也具有矢量声 场特性的表现.

水平复声强的有功分量 *I*_r和无功分量 *I*_r分别为

$$I_{rA} = \operatorname{Re}(pv_r^*), I_{rR} = \operatorname{Im}(pv_r^*).$$
 (16)
垂直复声强为

$$\begin{split} I_{z} &= pv_{z}^{*} \approx j \, \frac{8\pi\omega\rho_{1}}{r} \sum_{n} \frac{\beta_{1n}}{\xi_{n}} \mathrm{sinf} \, \beta_{1n}z \,) \\ &\times \cos\{\beta_{1n}z\,\}F^{2}(z_{0},\xi_{n}\,) \\ &+ j \, \frac{8\pi\omega\rho_{1}}{r} \sum_{n,n\neq m} \sum_{m} \frac{\beta_{1m}}{\sqrt{\xi_{n}\xi_{m}}} \\ &\times \mathrm{sinf} \, \beta_{1n}z\, \mathrm{locsf} \, \beta_{1m}z\,)F(z_{0},\xi_{n}\,)F(z_{0},\xi_{m}\,) \\ &\times \left\{ \mathrm{cosf} \, (\xi_{n}\,-\,\xi_{m}\,)r \, \right] \\ &+ j \mathrm{sinf} \left((\xi_{n}\,-\,\xi_{m}\,)r \, \right] \right\}. \end{split}$$

上式中的第一项为虚数,表明各阶简正波自身的垂直复声强是无功的,但上式第二项为复数,表明由于多阶简正波的交叉干涉,在 z 轴方向(垂直方向)也有有功声强,在某些距离段处声能在垂直方向也有输运现象,这加深了对简正波声场的理解.

垂直复声强的有功分量 *I_{2A}*及无功分量 *I_{2R}分*别为

$$I_{zA} = \operatorname{Ref} pv_{z}^{*}) = \frac{8\pi\omega\rho_{1}}{r} \sum_{n,n\neq m} \sum_{m} \frac{\beta_{1m}}{\sqrt{\xi_{n}\xi_{m}}}$$

$$\times \sin(\beta_{1n}z) \cos(\beta_{1m}z) F(z_{0},\xi_{n})$$

$$\times F(z_{0},\xi_{m}) \sin[(\xi_{n}-\xi_{m})r], \qquad (18)$$

$$I_{zR} = \operatorname{In}\left(pv_{z}^{*}\right) = \frac{4\pi\omega\rho_{1}}{r}\sum_{n}\frac{\beta_{1n}}{\xi_{n}}$$

$$\times \operatorname{sir}\left(2\beta_{1n}z\right)F^{2}\left(z_{0},\xi_{n}\right) + \frac{8\pi\omega\rho_{1}}{r}$$

$$\times \sum_{n,n\neq m}\sum_{m}\frac{\beta_{1m}}{\sqrt{\xi_{n}\xi_{m}}}\operatorname{sir}\left(\beta_{1n}z\right)\operatorname{cos}\left(\beta_{1m}z\right)$$

$$\times F\left(z_{0},\xi_{n}\right)F\left(z_{0},\xi_{m}\right)\operatorname{cos}\left(\xi_{n}-\xi_{m}\right)r\right](19)$$

复声强的无功分量虽然不输运能量,却是声场的重要特性之一.从信号处理的角度看,它仍然携带

了声场的重要信息.以下两节进行水平复声强和垂 直复声强的无功分量和有功分量在低频时的定量 分析.

4. 垂直复声强无功分量数值分析

从矢量信号处理的角度来看,垂直复声强可以 被用来检测目标和对目标分类,这一节将对垂直复 声强的无功分量进行数值分析.

计算条件 :点源辐射单频谐和声波 均匀水层的 厚度 H = 100 m ,声速 $c_1 = 1480 \text{ m/s}$,密度 $\rho_1 = 1.026 \text{ g/cm}^3$,海底介质声速 $c_2 = 1550 \text{ m/s}$,其密度 $\rho_2 = 1.769 \text{ g/cm}^3$.

根据上述条件和(5)式,计算出前5阶简正波的 截止频率,示于表1.

表1 浅海水层中前5阶简正波的截止频率

n	1	2	3	4	5
$f_n/{\rm Hz}$	12.5	37.4	62.3	87.2	112.1

当声源辐射声波频率 37.4 Hz < *f* < 62.3 Hz 时, 只需考虑两阶简正波,以 40 Hz 的辐射声波为例,改 变声源的深度,当接收矢量传感器分别位于 *z* = 89 m 90 m 91 m 处时,垂直复声强无功分量的计算 结果如图 2 所示,横坐标为声源和接收点的水平距 离,纵坐标为源的深度.白色区域表示无功分量为正 值,而黑色区域表示无功分量为负值.

从计算结果可以看出,当源深度变化时,垂直复 声强的无功分量呈有规变化.无功分量几乎不随水 平距离变化,而沿深度方向在40m附近正负的变 化.目标不会沿海底航行,则可以40m为判别界限 对目标深度进行分类.

5. 双传感器声压和垂直振速互谱分析

当波导中存在三阶简正波时,声场相干结构变 得较为复杂,以 70 Hz的声波为例,计算垂直复声强 无功分量,从图 <u>3</u>(a)可以看出,此时,用单个矢量传 感器接收声波的计算结果不再如图 2 那样简单,可 用于双择判决,即不能对目标深度进行分类.为此采 用双传感器声压和垂直振速互谱进行分析.

双传感器声压和垂直振速互谱形式上与垂直复 声强类似,可以称为垂直交互复声强,表示为



图 2 声源频率为 40 Hz 时垂直复声强无功分量正负的变化规律 (a)接收深度 89 m (b) 接收深度 90 m (c) 接收深度 91 m



声压传感器的深度为 z₁,振速传感器的深度为 z₂. 取垂直交互复声强的虚部即得其无功分量.

垂直交互复声强并不描写物理意义上的复声 强,实际上是矢量声场结构经双传感器复声强运算 后的映射,以便于运用.研究低频声场相干结构及其 某种映射以适合工程应用是近代声传播研究值得关 注的趋势^[9].



图 3 声源频率为 70 Hz 时的垂直交互复声强无功分量正负的变化规律

垂直交互复声强无功分量的计算结果如图 3 (b)和(c)所示,其中(b)的声压接收深度为 38 m,振 速接收深度为 97 m(c)的声压接收深度为 37 m,振 速接收深度为 96 m.可以看出:分点测量声压和振 速后计算得到的垂直交互复声强无功分量仍可以对 源深度分类,并且使工作频率提高.

6. 双传感器声压和水平振速互谱分析

上面的计算结果表明,低频声场中垂直复声强 无功分量可以对目标深度分类,但 40 m 左右的临界 深度不够理想,比如,当目标为一正在下潜的潜艇 时,可能仍然判断其为水面目标,而非水下目标,因 此,进而研究了双传感器声压和水平振速的互谱,又 称为水平交互复声强,其定义与垂直交互复声强类 似,在此不再赘述.取水平交互复声强的实部为有功 分量,本节采用水平交互复声强有功分量进行分析.

条件同上节,计算发现同点测量声压和振速得 到的水平复声强有功分量均为正值,因此采用深度 不同的双传感器测量声压和振速,其中一个为水听 器,另一个为振速传感器.数值分析流程如图4 所示.

当辐射声波频率为 40 Hz 时,计算结果示于图 5 同样白色区域表示有功分量为正值,黑色区域表 示负值.其中(a)的声压接收深度为 52 m 振速接收 深度为 77 m (b)的声压接收深度为 51 m 振速接收 深度为 78 m (c)的声压接收深度为 50 m ,振速接收 深度为 79 m.



图 4 水平交互复声强有功分量计算流程





比较图 2 和图 5,可以得出以下结论:后者的结 果明显优于前者,后者只把声场分成了两个区域,改 变声压和振速接收深度可以改变临界深度的大小, 15 m 或 20 m 左右的有功分量正负变号深度比较 理想.

7. 复声强的相角分布

按(14)式计算复声强的相角,并把主值延拓到 (- π , π)区间.计算结果如图 6 所示,图 (a)为声源 频率为 40 Hz,矢量换能器深度为 90 m 时的垂直复 声强的相位角分布 (b)为声源频率为 70 Hz,水听器 深度 38 m,振速传感器深度 97 m 时的垂直交互复声 强的相位角分布 (c)为声源频率为 40 Hz,水听器深 度 51 m,振速传感器深度 78 m 时的水平交互复声强 的相位角分布 (d)(e)(f)分别为与其对应的复声 强的象限变化规律,四种颜色的区域由深到浅分别 表示一、二、三、四象限;而图 7(a)(b)分别为图 6 (a)(c)水平距离从 2800 m 到 4200 m 的局部放大等 高线图,要说明的是,图 6(a)上的粗线是由于仿真 软件中的等高线函数自动内插产生,由黑方点的标 注可知,可以把粗线看作 180°的等高线.

由图 6 可知,在垂直方向复声强与交互复声强 的相位角变化规律类似,在此只分析前者,固定一水 平距离,其相角在深度方向经过四个象限,从海面到 海底依次经过二、三、四、一象限或一、四、三、二象 限,并在水平方向以这两种顺序交替出现;而固定一 深度(除临界深度和大约64m的深度外),水平方向 在两个象限(一、二象限或三、四象限)交替变化;在 临界深度(大约44m)相位角以0°或180°交替变化, 而在64m附近相位角均为-90°.

对于水平交互复声强,固定一水平距离,深度方向经过三个象限,从海面到海底依次经过三、四、一象限或二、一、四象限,并在水平方向以这两种顺序 交替出现;而固定一深度(除临界深度和大约 64 m 的深度外),水平方向在两个象限(三、二象限或一、四 象限)交替变化;在临界深度(大约 20 m),相位角以 -90°或 90°交替变化,而在 64 m 附近,相位角均为 0°.

海洋中低频声场的相干性很强,点源声场有较稳定的空间干涉结构.尽管频率很低时波导简正波数目较少,声场的干涉结构仍然在距离和深度两方面均有依赖关系.图(6)和图(7)指出,采用双传感器及交互复声强分析方法可以使复声强流的相角的空间分布更加简明,从而得到更加清晰的复声强流空间结构形式,可据此得到声源的深度信息及距变率信息.图(6)指出复声强的相角随距离是周期变化的,因而只须测量复声强流相角的变化周期就可以测量匀速运动声源的距变率.

这些规律使我们对 Pekeris 波导中的简正波矢量 场有了更深入地理解 对矢量信号处理有指导意义.



图 6 复声强的相位角和象限分布 (a)(d)声源频率为 40 Hz ,矢量换能器深度为 90 m (b)(e)声源频率为 70 Hz ,声压传感器深度 38 m 振 速传感器深度 97 m (c)(f)声源频率为 40 Hz ,声压传感器深度 51 m ,振速传感器深度 78 m



图 7 复声强相位角分布的局部放大等高线图 (a)矢量传感器深度为 90 m (b)声压传感器深度 51 m 振速传感器深度 78 m

8.结 论

本文探讨了浅海分层介质中波导简正波声场复 声强的表述及其特征,定量分析了垂直(交互)复声 强无功分量和水平交互复声强有功分量,并对复声 强和交互复声强的相位角分布进行了数值分析.数 值计算表明:垂直(交互)复声强无功分量和水平交 互复声强有功分量可以按深度把目标分成两类,尤 其对于后者,这种特征更加明显,可以用来判断目标 是近水面目标还是水下目标;复声强和交互复声强 的相位角随距离是周期变化的,有望利用复声强流 相角的变化周期测量匀速运动声源的距变率.该算 法有简单和易于实现的优点,要在工程中应用,须进 一步作深入的实验研究.

- [1] Pekeris C L 1948 Geol. Soc. Am. Mem. 27 1
- [2] Brekhovskikh L M 1960 Waves in layered media (New York: Academic) p211
- [3] New R ,Eisler T J 1972 J. S. and Vib. 22 1
- [4] Yang S E 1994 Theory of underwater sound propagation (Harbin: Harbin Engineering University)p6(in Chinese)[杨士莪 1994 水 声传播原理(哈尔滨 哈尔滨工程大学出版社)第6页]
- [5] Wang D Z, Shang E C 1981 Underwater acoustic theory (Beijing: Science Press) p185 (in Chinses)[汪德昭、尚尔昌 1981 水声学

(北京 科学出版社)第185页]

- [6] Tolstay I ,Clay C S 1966 Ocean acoustics (New York : McGraw-Hill Book Company)
- [7] Boyles C A 1984 Acoustic waveguides (John Wiley & Sons)
- [8] He Z Y Zhao Y F 1981 Foundnational theory of acoustics (Beijing: National Defense Industry Press)(in Chinese)[何祚镛、赵玉芳 1981 声学理论基础(北京:国防工业出版社)]
- [9] Kuperman W A, Spain G L D 2002 Ocean Acoustic Interference Phenomena and Signal Processing. AIP

Complex acoustic intensity of normal modes in Pekeris waveguide and its application *

Yu Yun Hui Jun-Ying Zhao An-Bang Sun Guo-Cang Teng Chao

(College of Underwater Acoustic Engineering ,Harbin Engineering University ,Harbin 150001 ,China)

(Received 22 September 2007; revised manuscript received 30 January 2008)

Abstract

The vector field of normal modes in Pekeris waveguide is studied and the expression of horizontal and vertical complex acoustic intensity are proposed especially their characteristics are analyzed in this paper. For the single order mode the form in the horizontal direction is traveling wave the corresponding complex acoustic intensity is active and the vertical form is standing wave the corresponding complex acoustic intensity is reactive. But for the multi-order mode either the horizontal or vertical complex acoustic intensity has both active and reactive component because of the interference between the normal modes. Only the active component can transport energy ,but the reactive component also carries important information of sound field. The numerical analysis shows that for the very low frequency sound field of point source the sign of the active component of horizontal complex acoustic intensity and the reactive component of vertical complex acoustic intensity changed regularly with the change of the depth of acoustic source ,so the target depths can be classified by comparing with a critical depth when the receiving transducer is placed in appropriate depths especially the active component of horizontal complex acoustic intensity can be used to tell whether the sound source is near the surface or underwater. Further more ,the phase angle of complex acoustic intensity is discussed and its distribution regularities are analyzed.

Keywords : classification of target depth , complex acoustic intensity , vector field , Pekeris waveguide PACC : 4330 , 9210

^{*} Project supported by the Science and Technology Foundation of State Key Laboratory of Underwater Acoustic Technology (Grant No. 9140C200101080C2005) and the Foundation for Basic Research of Harbin Engineering University (Grant No. HEUFT07072).