

等离子体波背景下的光子 Berry 相位*

葛琳¹⁾ 季沛勇^{1)†}

1) 上海大学物理系, 上海 200444)

2) 上海市星系与宇宙学重点实验室, 上海 200234)

(2008 年 4 月 12 日收到, 2008 年 5 月 10 日收到修改稿)

利用光学度规将强激光脉冲激发的电子等离子体波描述为有效几何背景. 借助于广义相对论中弯曲时空下的 Maxwell 方程组得到了探针光子在等离子体中电子等离子体波背景下(被处理为有效度规)所满足的运动方程及光子的 Hamilton 表达式. 导出了电子等离子体波对光子 Berry 相位贡献的解析表达式并且对光子在真空中 Berry 相位的修正做了数值估算.

关键词: 电子等离子体波, 等离子体, Berry 相位

PACC: 5235, 5270, 5240, 0365

1. 引言

近年来, 在量子力学领域人们对几何相产生了浓厚的兴趣. Berry 于 1984 年提出^[1], 量子系统在参量空间沿闭合路径做个绝热的循环会产生一个不可积的相因子, 即 Berry 相位. 这个相位相当的普遍, 它出现在各种量子系统中^[2-9], 例如纯态的绝热循环系统^[10]; 多态绝热循环系统^[11, 12]; 单态非循环绝热系统^[13]; 被螺旋形光纤所引导的光子^[14]; 在引力场中的光子^[15]. 因此, 研究量子系统的 Berry 相位是一件很有意义的事情. 本文为 Berry 相位的研究提供了一个可实现经典系统.

在另一方面人们对大振幅电子等离子体波以及它与各种粒子的相互作用感兴趣, 源于它在等离子体加速器方面的潜在应用^[16], 例如等离子体拍频波加速^[17], 等离子体尾场加速^[18], 激光尾场加速^[19]. 本文研究电子等离子体波和光子的相互作用, 导出光子在电子等离子体波中的运动方程, 并在此基础上考虑电子等离子体波对光子 Berry 相位的影响. 这为探测电子等离子体波提供了一种新的诊断方法. 目前对电子等离子体波的测量只有少数几种方法, 比较典型的两种方法: 主频干涉仪法和光子加速法^[20], 都存在各自的局限; 并且这两种方法也仅仅处于理论研究和各种数值模拟阶段. 在这种背景下,

我们提出一种新的诊断方案是很有意义的.

在本文中, 我们利用光学度规来研究激光脉冲和电子等离子体波的相互作用^[21-23]. 基本思想是: 驱动激光脉冲进入等离子体中, 由于强光场有质动力的作用使得电子偏离了原来的平衡位置, 从而改变了电子的平衡分布, 产生了电子密度波(电子等离子体波). 我们把等离子体中由于电子密度的扰动引起的折射率的分布处理为有效几何, 即用光学度规 $g_{\mu\nu}$ 来描述. 探测脉冲在等离子体中传播可以看作光子波包在光学度规 $g_{\mu\nu}$ 决定的有效时空背景中传播. 利用广义相对论理论框架下的弯曲时空中的 Maxwell 方程^[24]获得光子在电子等离子体波中传播的运动方程, 给出了光子 Berry 相位的表达式. 并在设定的实验方案下^[14]给出电子等离子体波对光子 Berry 相位的贡献.

本文的结构如下, 第二部分: 由 Gordon 度规^[25]出发给出电子等离子体波的有效度规. 第三部分: 我们采用了 Hammi 的在弯曲时空下 Maxwell 方程组的定义^[24]和 Carini 等人对其类似 Schrödinger 方程的处理所得的结果^[26]得到了探针脉冲光子所满足的运动方程. 第四部分: 讨论强激光脉冲激发的电子等离子体波对探针脉冲光子 Berry 相位的影响. 第五部分: 对我们第四部分的结果采用^[27]中密度扰动做出数值估算和讨论.

* 国家自然科学基金(批准号: 30573012), 上海市领先学科计划(批准号: T0104)和上海市科委项目(批准号: 07dz22020)资助的课题.

† E-mail: pyji@staff.shu.edu.cn

2. 电子等离子体波的有效度规

根据 Gordon 有效度规理论^[25], 电磁场在运动介质中的传播可以等效为电磁场在由光学度规 $g_{\mu\nu}$ 决定的弯曲时空中的传播. 将 Maxwell 方程建立在考虑了电子等离子体波贡献后的有效几何之上, 相当于建立了光场与等离子体介质中电子等离子体波的耦合方程. 基于这种思想我们首先计算在强激光脉冲激发电子等离子体波之后等离子体的有效度规. Gordon^[25]给出

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \left(\frac{1}{\varepsilon\mu} - 1 \right) u_\mu u_\nu, \quad (1)$$

式中 $\eta_{\mu\nu} = (1, -1, -1, -1)$ 为平直时空的 Minkowski 度规, u 为实验室坐标系的四维速度, ε 和 μ 分别是电介质常数和磁导率. 该有效度规说明光经历运动介质就好像使光经历的时空发生了弯曲, 其时空弯曲的程度取决于介质的属性和速度.

实验室坐标系下有效度规^[23]可以写成

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\varepsilon} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

在等离子体中 $w_p^2/w^2 \ll 1$, g_{00} 可以展开为

$$\begin{aligned} 1/\varepsilon &= 1/(1 - w_p^2/w^2) \simeq 1 + w_p^2/w^2 \\ &= 1 + w_{p0}^2/w^2(1 + \delta_n/n_0) \\ &= 1 + h(1 + \Delta), \end{aligned} \quad (3)$$

这里 $h = w_{p0}^2/w^2 = 4\pi\rho^2 n_0/mw^2$, $\Delta = \delta_n/n_0$, n_0 为强激光脉冲穿过前的等离子体密度, $n = n_0 + \delta_n$ 是强激光脉冲穿过之后的密度, δ_n 是电子密度扰动项, 即强激光脉冲激发的电子等离子体波的影响.

此时电子等离子体波度规的表达式为

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 + h(1 + \Delta) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

对应的逆变张量

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 - h(1 + \Delta) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

3. 在弯曲时空中的 Maxwell 方程和光子波动方程

在弯曲时空中 Maxwell 方程有多种表达方法, 在这里我们采用 Hanni 的定义^[24], 度规的空间分量写成

$$\gamma_{ij} = -g_{ij}, \quad (6)$$

$$\gamma_{ij} = -g^{ij} + \frac{g^{0i}g^{0j}}{g^{00}}, \quad (7)$$

$$g^i = -\frac{g^{i0}}{g^{00}}, \quad (8)$$

$$g_i = g_{0i}. \quad (9)$$

而 Maxwell 方程组写成非协变形式, 有

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{\sqrt{\gamma}} \frac{\partial(\sqrt{\gamma}\mathbf{B})}{\partial t},$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \frac{\partial(\sqrt{\gamma}\mathbf{D})}{\partial t},$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \quad (10)$$

和如下的基本方程

$$\mathbf{D} = (g^{00})^{1/2}(\mathbf{E} + \mathbf{g} \times \mathbf{B}), \quad (11)$$

$$\mathbf{B} = (g^{00})^{1/2}(\mathbf{H} + \mathbf{D} \times \mathbf{g}). \quad (12)$$

这里 γ 是三维空间 γ_{ij} 的行列式值. Carini 等人把光子的波动方程定义成 $|\Psi\rangle = \mathbf{D} + i\mathbf{B}$, 则方程组(10)就可以变换为类似 Schrödinger 方程的形式

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\Psi\rangle = \nabla \times (|\Psi\rangle / \sqrt{g^{00}} + i\mathbf{g} \times |\Psi\rangle) \quad (13)$$

并且满足横向条件

$$\nabla \cdot |\Psi\rangle = 0. \quad (14)$$

定义 $g = (g^{00}\gamma)^{-1/2}$, 并作 $|\Psi\rangle \rightarrow |\Psi\rangle / \sqrt{\gamma}$ 的替换, 则方程(13)变形为

$$\begin{aligned} i \frac{\partial}{\partial t} |\Psi\rangle &= g(s \cdot \hat{\kappa}) |\Psi\rangle^c + (g \cdot \hat{\kappa}) |\Psi\rangle \\ &+ \nabla g \times |\Psi\rangle^c + \{ (|\Psi\rangle \cdot \nabla) g \\ &- i(\nabla \cdot g) |\Psi\rangle, \end{aligned} \quad (15)$$

这里 $\hat{\kappa} = -i\nabla$ 是动量算符, $s = \{s^i\}$ 是光子自旋算符. 在 $SO(3)$ 表象下, 就有 $(s^i)^{jk} = -i\epsilon^{ijk}$, $|\Psi\rangle^c$ 是 $|\Psi\rangle$ 的抗变矢量, 即 $|\Psi\rangle_i^c = \gamma_{ij} |\Psi\rangle^j$. 横向条件可写成 $\hat{\kappa} \cdot |\Psi\rangle = 0$.

根据强激光脉冲的性质, 可以把方程(15)作几何光学近似简化处理, 即只用考虑到第一阶项. 这是因为在几何光学近似下, 光子的波动方程 $\Psi(\mathbf{r}, t)$ 可以用 k 和 ω 表征, 由于强激光所引起的时空弯曲

是十分微弱的, 所以它的曲率半径 R 是个大数, 则 R 与 k 的乘积可以表示如下:

$$kR \sim \epsilon^{-1},$$

其中 $\epsilon \ll 1$ 是一个小量. 这样, 可以把光子的波动方程以 ϵ 展开

$$|\Psi\rangle = \sum_{n=0} \epsilon^n |\Psi_n\rangle \exp\left(\frac{i\Phi}{\epsilon}\right), \quad (16)$$

波矢量和频率可以定义成

$$k(\mathbf{r}, t) = \nabla\Phi(\mathbf{r}, t), \quad (17)$$

$$\omega(\mathbf{r}, t) = -\partial_t\Phi(\mathbf{r}, t). \quad (18)$$

把(16)式代入(15)式并取零级近似, 有

$$H_0 |\Psi_0\rangle = \omega |\Psi_0\rangle,$$

$$H_0 |\Psi_0\rangle = g(\mathbf{k} \cdot \mathbf{s}) |\Psi_0\rangle + (\mathbf{g} \cdot \mathbf{k}) |\Psi_0\rangle. \quad (19)$$

方程(19)表示了由强激光脉冲激发的电子等离子体波中光子的波动方程. 在真空背景下, 则 $g = 1, \mathbf{g} = 0$, 方程退化为光子的波动方程 $(\mathbf{k} \cdot \mathbf{s}) |\Psi_0\rangle = \omega_0 |\Psi_0\rangle$. 在等离子体中为 $(1 + \frac{1}{2} h \chi(\mathbf{k} \cdot \mathbf{s})) |\Psi_0\rangle = n_{\text{refrac}}^2(\mathbf{k} \cdot \mathbf{s}) |\Psi_0\rangle = \omega |\Psi_0\rangle$. 这个方程对应 ω 有两个本征值 $\omega = |\mathbf{k}|$ 与 $\omega = -|\mathbf{k}|$, 即光子的右旋或左旋偏振态.

设一组单位矢量 $\{e_i\}, i = 1, 2, 3$, 并且令 e_3 沿着 \mathbf{k} 的方向. 那么设 $|e_{\pm}\rangle$ 表示上述的偏振态, 就有

$$(\mathbf{e}_3 \cdot \mathbf{s}) |e_{\pm}\rangle = \pm |e_{\pm}\rangle, \quad (20)$$

这里我们假定光子波动函数的振幅是单位强度的并且 $|e_{\pm}\rangle$ 可以依据 $\{e_i\}$ 表示成如下形式:

$$|e_{\pm}\rangle = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (e_1 \pm i e_2), \quad (21)$$

而光子的波动方程则可以写成 $|e_{\pm}\rangle$ 的线性叠加

$$|\Psi_0\rangle = \xi |e_+\rangle + \eta |e_-\rangle, \quad (22)$$

其中 ξ 和 η 满足归一化条件.

4. 强激光激发的等离子体波对脉冲激光 Berry 相位的贡献

在几何光学近似下, 光的波动方程仅与其传播路径长度有关. 设 C 是 \mathbf{k} 的积分路径并且用 s 表示这一路径的长度. 引入一个相位因子 $|\Psi\rangle = \varphi(s) |\Psi_0\rangle$, 将其代入(15)式并化简有

$$g(-i\mathbf{s} \cdot \nabla) \chi |\Psi_0\rangle \varphi + (-i\mathbf{g} \cdot \nabla) \chi |\Psi_0\rangle \varphi = -H_s |\Psi_0\rangle \varphi. \quad (23)$$

其中

$$H_s |\Psi_0\rangle \varphi = \nabla g \times (\chi |\Psi_0\rangle \varphi) + \chi |\Psi_0\rangle \varphi \cdot \nabla g$$

$$- i(\nabla \cdot \mathbf{g}) \chi |\Psi_0\rangle \varphi.$$

设 \mathbf{n}_k 为单位波矢量, 则有 $\nabla = \mathbf{n}_k \partial_s$, 因此(23)式改写为

$$i\mathbf{g} \mathbf{n}_k \cdot \mathbf{s} \frac{\partial}{\partial s} (\chi |\Psi_0\rangle \varphi) + i\mathbf{g} \cdot \mathbf{n}_k \frac{\partial}{\partial s} (\chi |\Psi_0\rangle \varphi) = H_s (\chi |\Psi_0\rangle \varphi). \quad (24)$$

如果忽略考虑小量 $h(\mathbf{r}, t)$ 的因素, 那么近似可得 $|\Psi_0\rangle \varphi = |\Psi_0\rangle$, 并且在(23)式两边都乘以波数 k , 则(24)式可以写成

$$iH_0 \frac{\partial}{\partial s} (\chi |\Psi_0\rangle \varphi) = kH_s (\chi |\Psi_0\rangle \varphi), \quad (25)$$

两边左乘 $\langle \Psi_0 |$, 有

$$\frac{d\varphi}{ds} = - \frac{\langle \Psi_0 | H_0 | \Psi_0 \rangle}{\langle \Psi_0 | H_0 | \Psi_0 \rangle} \varphi - ik \frac{\langle \Psi_0 | H_s | \Psi_0 \rangle}{\langle \Psi_0 | H_0 | \Psi_0 \rangle} \varphi, \quad (26)$$

其中 $H_s |\Psi_0\rangle = \nabla g \times |\Psi_0\rangle \varphi + i(\chi |\Psi_0\rangle \cdot \nabla) \mathbf{g} - i(\nabla \cdot \mathbf{g}) \chi |\Psi_0\rangle$. 如设相位因子 φ 具有指数形式 $\varphi = \exp(i\gamma_p)$, 并代入(26)式并积分, 有

$$\gamma_p = \gamma_{p1} + \gamma_{p2}, \quad (27)$$

这里

$$\gamma_{p1} = i \int_0^s ds \frac{\langle \Psi_0 | H_0 | \Psi_0 \rangle}{\langle \Psi_0 | H_0 | \Psi_0 \rangle} \frac{d}{ds} \Psi_0, \quad (28)$$

和

$$\gamma_{p2} = - \int_0^s ds \frac{\langle \Psi_0 | H_s | \Psi_0 \rangle}{\langle \Psi_0 | H_0 | \Psi_0 \rangle} k. \quad (29)$$

从以上两式中可以看出, γ_{p1} 就是没有电子等离子体波产生时等离子体的 Berry 相位, 代表一种背景传播, 而 γ_{p2} 就是由 H_s 所引起的相位变化. 先讨论由 γ_{p1} 项所引起的可观测效应. 我们采用与 Chiao 和 Wu^[14] 相同的实验方案: 光迂以一定的角度 θ 均匀缠绕圆柱轴一周, 并使强激光脉冲从缠绕光迂的螺旋中心穿过, 如图 1 所示. 由于在这种等离子体波下的 $\mathbf{g} = \{g^i\} = 0$, 因此, 根据(19)式可得其 Hamilton 量为

$$H_0 = \left(1 + \frac{1}{2} h\right) \mathbf{k} \cdot \mathbf{s} + \frac{1}{2} h \nabla \mathbf{k} \cdot \mathbf{s}, \quad (30)$$

其中 k_z 是波矢量 \mathbf{k} 在 z 方向的分量. 从(30)式中的可以看出, H_0 可以分解为 $H_0 = H_0^{(1)} + H_0^{(2)}$ 两个部分, 其中 $H_0^{(1)} = (1 + \frac{1}{2} h) \mathbf{k} \cdot \mathbf{s}$, $H_0^{(2)} = \frac{1}{2} h \Delta \mathbf{k} \cdot \mathbf{s}$. 这里 $H_0^{(1)} = (1 + \frac{1}{2} h) \mathbf{k} \cdot \mathbf{s}$ 就是没有电子等离子体波产生下等离子体中的光子 Hamilton, 其满足的方程

是 $H_0^{(I)}|\Psi_0 = \omega|\Psi_0$,它代表的是一种探针脉冲光的背景传播(等离子体本身对探测脉冲的影响在本实验中由于无法测量,也作为背景考虑). $H_0^{(II)}$ 则是由强激光激发的电子等离子体波与探针脉冲光的相互作用对于光子 Hamilton 所产生的贡献.如果入射的探针脉冲光是线偏振光,即光子态是左旋偏振态与右旋偏振态的等量叠加,那么在这种情况下 $|\Psi_0$ 随时间的演化就可以表示为

$$|\Psi_0(t') = \frac{1}{\sqrt{2}}\exp\left[-i\left(\omega t' + \frac{1}{2}\int_0^{t'} h\Delta\omega dt - \gamma_+\right)\right]|e_+ + \frac{1}{\sqrt{2}}\exp\left[-i\left(\omega t' - \frac{1}{2}\int_0^{t'} h\Delta\omega dt + \gamma_-\right)\right]|e_- \quad (31)$$

其中 ω 是探针脉冲光子的频率, $\gamma_+ = \gamma_- = \chi(C)$ 表示在平直时空下对应由右旋或左旋偏振光所引起的 Berry 相位.对于右旋偏振态 $|e_+$,我们用 $\gamma_{\rho 1}^+$ 表示它的 $\gamma_{\rho 1}$ 项效应,因此就有

$$\gamma_{\rho 1}^+ = i\int_0^a e_+ \cdot \frac{d}{ds}e_+ ds \quad (32)$$

根据已设定的路径方式,这里光学路径长度 s 是与时间 t 相关的,因此积分元 ds 可以相应变换为 dt , (32) 式就可以变换为

$$\gamma_{\rho 1}^+ = i\int_0^{t'} e_+ \cdot \frac{d}{dt}e_+ dt = \omega t' + \frac{1}{2}\int_0^{t'} h\Delta\omega dt - \gamma_+ \quad (33)$$

对于左旋偏振态 $|e_-$ 相应地用 $\gamma_{\rho 1}^-$ 表示它的 $\gamma_{\rho 1}$ 项效应,同样地,有

$$\gamma_{\rho 1}^- = i\int_0^{t'} e_- \cdot \frac{d}{dt}e_- dt = \omega t' - \frac{1}{2}\int_0^{t'} h\Delta\omega dt + \gamma_- \quad (34)$$

这里 $\gamma_{\rho 1}^+$ 与 $\gamma_{\rho 1}^-$ 都是实数,因此它们作用到探针脉冲光子波函数的相位因子 φ 上后只会对光的极化面产生影响.当光循环一周后,在出射方向的偏振检测

器中就会出现右旋偏振态与左旋偏振态重新叠加后而产生的极化面的偏转,即

$$\gamma_B = \frac{1}{2}(\gamma_{\rho 1}^+ - \gamma_{\rho 1}^-) = \varphi(t') + \chi(C) \quad (35)$$

其中 $\chi(C)$ 就是平直时空中光子的 Berry 相位,而

$$\varphi(t') = \frac{1}{2}\int_0^{t'} h\Delta\omega dt \quad (36)$$

就是由强激光激发的电子等离子体波对于光子 Berry 相位的贡献.

在如图 1 所示的路径方式下,并设 p 与 s 分别是圆柱长度和探测光行走一周后的长度,则 p 与 s 的几何关系就如图 2 所示,其中 θ 是探测光入射方向与等离子体波传播方向间的夹角,如果保证强激光脉冲和探针脉冲同时入射的话,那么根据图 2,在相同的时间 t 内,强激光脉冲在 z 方向的位移为 ct ,探针脉冲光在 s 方向上的位移也是 ct ,但其在 z 方向上的投影则是 $z = ct\cos\theta$.因此,探针脉冲光与强激光脉冲的位移差 $z - ct$ 可以表示 $z - ct = (\cos\theta - 1)ct$,这里采用文献 [27] 中的密度扰动:

$$\begin{aligned} \Delta &= \delta_{\kappa(r,\xi)}/n_0 \\ &= -\frac{\pi}{4} a_{10}^2 \left[1 + \frac{8}{k_{\rho 0}^2 r_L^2} \left(1 - \frac{2r^2}{r_L^2} \right) \right] \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{2r^2}{r_L^2}\right) \sin(k_{\rho 0}\xi), \\ \xi &= z - ct < 0, \end{aligned} \quad (37)$$

这个密度扰动是如下强激光产生的.强激光的归一化矢势

$$a_L(r,\xi) = \begin{cases} a_{10}\exp(-r^2/r_L^2)\sin(\pi\xi/l_L) & 0 \leq \xi \leq l_L \\ 0 & \xi < 0 \end{cases} \quad (38)$$

这里 $a_L = (Amc^2)A_L$, $k_{\rho 0} = \omega_{\rho 0}/c$, l_L 是脉冲长度, r_L 是光斑大小,则

$$\varphi(t') = \frac{1}{2}\int_0^{t'} h\Delta\omega dt$$

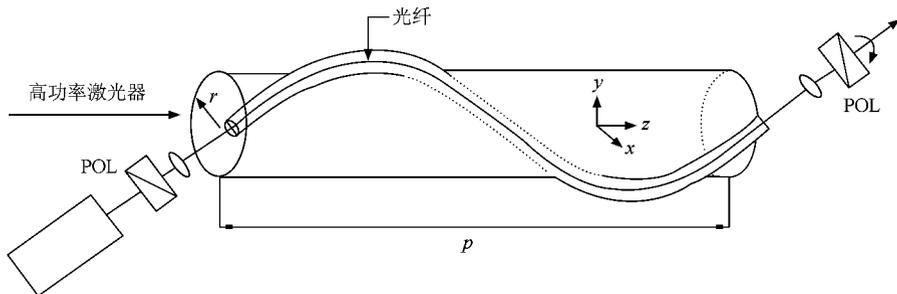
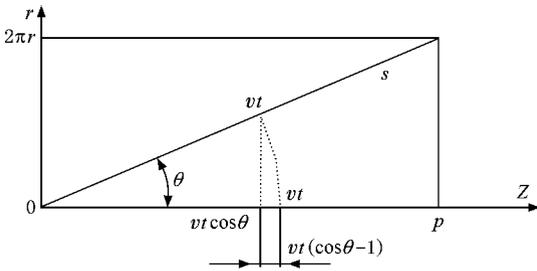


图 1 单模光纤的绕制方式(强激光脉冲沿 z 方向在圆柱中传播,探针脉冲光在光纤中传播, POL 为检偏器)

图 2 p 与 s 关系图

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{1}{2} \int_0^{r'} \frac{\pi}{4} h a_{10}^2 \left[1 + \frac{8}{k_{\rho 0}^2 r_L^2} \left(1 - \frac{2r^2}{r_L^2} \right) \right] \\
 &\quad \times \exp\left(-\frac{2r^2}{r_L^2}\right) \sin(k_{\rho 0} \xi) \omega dt \\
 &= \frac{\pi}{8} h \omega a_{10}^2 \left[1 + \frac{8}{k_{\rho 0}^2 r_L^2} \left(1 - \frac{2r^2}{r_L^2} \right) \right] \\
 &\quad \times \exp\left(-\frac{2r^2}{r_L^2}\right) \frac{1}{k_{\rho 0} (1 - \cos\theta) c} \\
 &\quad \times \{1 - \cos[k_{\rho 0} ct'(\cos\theta - 1)]\}. \quad (39)
 \end{aligned}$$

从上式中可以看出, 在由强激光脉冲激发等离子体形成的电子等离子体波中的探针脉冲光子 Berry 相位的贡献 $\varphi(t)$ 是与探测光的路径方式有关的, 这是因为 $\varphi(t)$ 取决于时间 t , 即与探针脉冲光的路径长度 s 是相关的, 由于对于不同的路径方式, 即不同的入射角 θ 就对应有不同的 s 值, 因此在这里的 Berry 相位贡献 $\varphi(t)$ 就是与探测光的路径相关了.

在平直时空下, 光子的 Berry 相位是 $\gamma(C) = -2\pi s_k (1 - \cos\theta)^{21}$, s_k 是光子的自旋 s 在波矢量 k 上的投影, 其值为 $+1$ 或 -1 . 因为 $\Omega(C) = 2\pi(1 - \cos\theta)$ 是 k 空间中的代表矢量在球面上描出一个圆所张的立体角, 所以光子的 Berry 相位又可以表示为 $\gamma(C) = -s_k \Omega(C)$. 由于线偏振光是 $s_k = +1$ 与 $s_k = -1$ 的等量叠加, 所以探针脉冲光完成一个封闭路径后最终形成的偏转角即 Berry 相位就是 $\gamma(C) = \Omega(C)$, 由此可以看出 $\gamma(C)$ 与 $\Omega(C)$ 是成等比例的, 对应于不同的 k 空间立体角 $\Omega(C)$ 就有一个与之相对应的 $\gamma(C)$. 我们现在把 Berry 相位的贡献项 $\varphi(t)$ 也改写成 k 空间立体角 $\Omega(C)$ 的函数, 那么就可以得到 Berry 相位的贡献 $\varphi(t)$ 与各种不同的传播路径 C 之间的对应关系了. 因为 $\Omega(C) = 2\pi(1 - \cos\theta)$ 即 $\cos\theta = 1 - \Omega/2\pi$ 并且 $s = ct = 2\pi r/\sin\theta$, 则 $\varphi(C)$ 就是

$$\varphi(C) = \frac{\pi}{8} h \omega a_{10}^2 \exp\left(-\frac{2r^2}{r_L^2}\right)$$

$$\begin{aligned}
 &\times \left[1 + \frac{8}{k_{\rho 0}^2 r_L^2} \left(1 - \frac{2r^2}{r_L^2} \right) \right] \\
 &\times \frac{2\pi}{k_{\rho 0} \Omega_C c} \{1 - \cos[k_{\rho 0} ct'(\Omega_C)/2\pi]\}. \quad (40)
 \end{aligned}$$

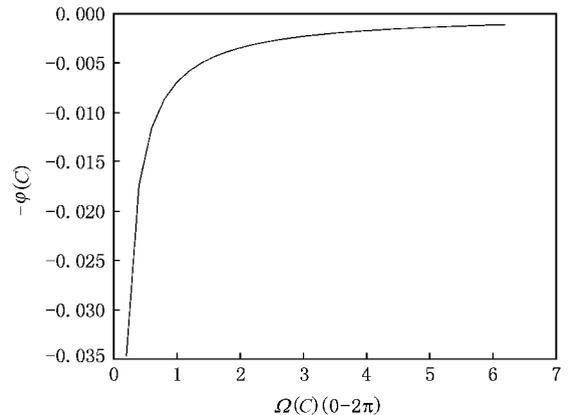
我们可以看出, $\varphi(C) > 0$ 即在这种电子等离子体波背景下的 Berry 相位贡献会始终增加由平直时空下的 Berry 相所形成的偏转角, 并且 $\Omega(C)$ 越大, $\varphi(C)$ 就越大, 这是因为 $\Omega(C)$ 大则说明探测光传播在 z 方向上的长度 p 就大, 即电子等离子体波与探针脉冲光的位移差 $z - ct$ 也较大, 因此探针脉冲光所受到的由电子等离子体波的作用就相对较大, 所产生的效应就更为明显.

5. 分析与讨论

从以上的结论可以看到由强激光脉冲所引起的电子等离子体波会对探针脉冲光 Berry 相位的产生贡献. 下面我们对以上的结果作数值上的分析和进一步的讨论.

在如图 1 所示的路径中, 我们应该可以对其过程进行控制, 使得强激光脉冲和探针脉冲同时发射出来, 这样就可以满足论证中所需的条件了. 设 r 是圆柱轴的半径, 在当前这样的路径条件下就有 $r^2 = x^2 + y^2$. (39) 式中假定探针脉冲光是 $\omega = 2.84 \times 10^{15}$ rad/s, $a_{10} = 0.5$, $n_0 = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, $r_L \sim 20 \mu\text{m}$, $r \sim 10 \mu\text{m}$. 那么这束探针脉冲光在完成一个封闭路径之后, $\varphi(C)$ 与立体角 $\Omega(C)$ 的关系如图 3 所示. 如在 $\Omega(C) = 3.14$ rad 即 $\theta \approx 60^\circ$ 的情况下, 根据 (40) 式则可知其探针脉冲光的 Berry 相位的贡献约为

$$\varphi(C) \approx 2.04 \times 10^{-2} \text{ rad}, \quad (41)$$

图 3 $\Omega(C)$ 与 $\varphi(C)$ 的关系

这说明在探测光与等离子体波传播方向成 60° 角时的条件下探针脉冲光的 Berry 相位引起的偏转角是 3.14 rad , 而此时由电子等离子体波的对探针光的 Berry 相位贡献则是 $2.04 \times 10^{-2} \text{ rad}$.

通过以上的分析, 我们可以看出由强激光脉冲所引起的电子等离子体波对探针脉冲光的 Berry 相位的贡献随着时间的积累会变得比较明显, 此效应可以在实验室中实现并被观测到. 另一方面, 如果我们测得极化光的偏转角, 也就意味着我们得到了光

子 Berry 相位的变化, 由(39)式, 可以得到 $\frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{1}{2} h \Delta \omega$, 探针脉冲光完成一个封闭路径之后, 测得极化光的偏转角为 $\varphi(C)$ 则有

$$\delta_n = \frac{\varphi(C) m \omega}{2\pi \rho^2}, \quad (42)$$

由此可以看出, 电子密度的扰动和极化光的偏转角成简单的线性关系. 这为我们测量电子等离子体波提供了一个更简洁的方法.

- [1] Berry M V 1984 *Proc. Roy. Soc. A* **392** 45
- [2] Corichi A, Pierri M 1995 *Phys. Rev. D* **51** 5870
- [3] Tycho R 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 2281
- [4] Bitter T, Dubbers D 1987 *Phys. Rev. Lett.* **59** 251
- [5] Cai Y Q, Papini G 1989 *Mod. Phys. Lett. A* **12** 1143
- [6] Ben-Aryeh Y 2003 *Optics and Spectroscopy* **94** 724
- [7] deAssis J G, Furtado C, Bezerra V B 2000 *Phys. Rev. D* **62** 045003
- [8] Harris E G 1996 *Am. J. Phys.* **64** 378
- [9] Novoselov K S, McCann E, Morozov S V, Fal'Ko V I, Katsnelson M I, Zeitler U, Jiang D, Schedin F, Geim A K 2006 *Nature Physics* **2** 177
- [10] Aharonov Y, Anandan J 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 1593
- [11] Uhlmann A 1986 *Rep. Math. Phys.* **24** 229
Uhlmann A 1991 *Lett. Math. Phys.* **21** 229
- [12] Sjoqvist E, Pati A K, Ekert A, Anandan J S, Ericsson M, Qi D K L, Vedral V 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 2845
- [13] Samuel J, Bhandari R 1988 *Phys. Rev. Lett.* **60** 2339
- [14] Chiao Raymond Y, Wu Y S 1986 *Phys. Rev. Lett.* **57** 937
- [15] Ji P Y, Bai Y, Wang L 2007 *Phys. Rev. D* **75** 024010
- [16] Marques J R, Geindre J P, Amiranoff F 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 3566
Siders C W, LeBlanc S P, Babine A 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 3570
- [17] Tajima T, Dawson J M 1979 *Phys. Rev. Lett.* **43** 267
- [18] Chen P, Dawson J M, Ituff R W, Katsoulous T 1985 *Phys. Rev. Lett.* **54** 693
- [19] Tang C M, Sprangle P, Sudan R N 1984 *Appl. Phys. Lett.* **45** 375
- [20] Dias J M, Oliveira E Silva L, Mendonca J T 1998 *Phys. Rev. S. T - Accel. Beams* **1** 031301
- [21] De Lorenci V A, Klippert R, Obukhov Yu N 2003 *Phys. Rev. D* **65** 061502
- [22] Novello M, deLorenci V A, Salim J M, Klippert R 2002 *Phys. Rev. D* **61** 045001
- [23] Ji P Y 2001 *Phys. Rev. E* **64** 036501
- [24] Hanni R S 1977 *Phys. Rev. D* **16** 933
- [25] Gordon W 1923 *Ann. Phys.* **72** 421
- [26] Carini P, Li Feng, Ruffini R 1992 *Phys. Rev. D* **46** 5407
- [27] Esarey E, Sprangle P, Krall J, Ting A 1996 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **24** 252

Photon's Berry phase under background of plasma waves^{*}

Ge Lin¹⁾ Ji Pei-Yong^{1) 2) †}

1) *Department of Physics, Shanghai University, Shanghai 200444, China*

2) *The Shanghai Key Lab of Astrophysics, Shanghai 200234, China*

(Received 12 April 2008 ; revised manuscript received 10 May 2008)

Abstract

Electron plasma waves driven by high-power laser pulses are described as an effective geometric background by means of optical metrics. The motion equations of probe photons and Hamilton expression for photons under the background of electron plasma waves are derived via Maxwell equations in the curved spacetime. The contribution of electron plasma wave to photon's Berry phase is obtained and the corresponding modification to photon's Berry phase in vacuum spacetime is estimated under the conditions of the present experimental facility.

Keywords : electron plasma wave , plasma , Berry phase

PACC : 5235 , 5270 , 5240 , 0365

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10573012), the Shanghai Leading Academic Discipline Program (Grant No. T0104) and Shanghai Research Foundation (Grant No. 07dz22020).

[†] E-mail : pyji@staff.shu.edu.cn