

量子环中量子比特的声子效应*

姜福仕 赵翠兰†

(内蒙古民族大学物理与电子信息学院 通辽 028043)

(2009 年 1 月 21 日收到,2009 年 4 月 26 日收到修改稿)

在量子环中电子与体纵光学声子强耦合的情况下,通过求解能量本征方程,得出了电子的基态和第一激发态的本征能量及其波函数,进而以电子-声子系的基态与第一激发态构造了一个量子比特.数值计算结果表明量子比特内电子的空间概率密度分布随时间和空间角坐标作周期性振荡,且振荡周期随耦合强度的增大而减小,说明声子将导致量子比特相干性降低,还表明振荡周期随量子环内径(或外径)的增大而增大,因此适当改变量子环的尺度,可以提高量子比特的相干性.

关键词:量子环,量子信息,量子比特

PACC:0367,7138

1. 引言

随着分子束外延(MBE)、金属有机化合物气相沉积(MOCVD)等技术的发展,人们已经能够制备出各种各样的纳米结构.量子环(QW)与同样三维受限的量子点相比,因为中心的小圆孔能对电子形成环形的限制势阱,因而具有不同于量子点的性质^[1,2]. Filikhin 等^[3,4]在能量依赖有效质量近似下,用有限元方法研究了三维量子环的电子态,并分析了量子环形状和尺寸对电子能态和有效质量的影响.李树深等^[5]用有效质量包络函数理论研究了三维 InAs/GaAs 量子环的电子态. Kim 和 Ihm^[6]研究了非均匀磁场中量子环的电子结构.

量子计算机是目前信息科学的研究热点之一,它在很多方面都可以突破现有经典信息通信的极限,将给信息科学与通信技术带来深刻的革命,为计算机科学与技术的可持续发展开辟了崭新的空间.为了实现固态量子计算,近年来人们提出了各种方案^[7-9].李树深等^[10]在量子点量子比特研究中提出利用外加电场来增加消相干时间的方案.王子武等^[11]研究了量子点量子比特中电子的振荡周期.高宽云等^[12]研究了量子环中量子比特的性质.本文在量子环中电子与体纵光学声子强耦合的情况下,研究了量子环内量子比特的性质.

2 理论模型

设电子在内径为 ρ_1 ,外径为 ρ_2 的量子环中运动,其在 z 方向比其他两个方向强受限得多,故只考虑电子在 $x-y$ 平面上的运动,则电子-声子体系的哈密顿量为

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(r) + \sum_q \hbar \omega_{10} b_q^\dagger b_q + \sum_q (V_q e^{iq \cdot r} b_q + h.c.). \quad (1)$$

为了方便计算,我们选取极化子单位 $\hbar = 2m^* = \omega_{10} = 1$,则(1)式变为

$$H = -\nabla^2 + V(r) + \sum_q b_q^\dagger b_q + \sum_q (V_q e^{iq \cdot r} b_q + h.c.), \quad (2)$$

其中 b_q^\dagger (b_q) 为波矢为 q 的体纵光学声子的产生(湮灭)算符, $r = (\rho, \varphi)$ 为电子的坐标,且

$$V(r) = \begin{cases} 0 & (\rho_1 \leq \rho \leq \rho_2), \\ \infty & (\rho < \rho_1, \rho > \rho_2), \end{cases} \quad (3)$$

$$V_q = \frac{i}{q} \left(\frac{4\pi\alpha}{V} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (4)$$

$$\alpha = \frac{e^2}{2} \left(\frac{1}{\epsilon_\infty} - \frac{1}{\epsilon_0} \right). \quad (5)$$

对哈密顿量作么正变换

$$U = \exp \left[\sum_q (f_q b_q^\dagger - f_q^* b_q) \right], \quad (6)$$

* 国家自然科学基金(批准号:10347004)和内蒙古高校科研基金(批准号:NJZY08085)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: jmfzcl@163.com

其中 f_q 是变分函数 则

$$H' = U^{-1} H U. \quad (7)$$

通过求解能量本征方程,量子环中电子的本征函数为^[12]

$$\Phi_{lm} = \frac{C_{lm}}{\sqrt{2\pi}} [N_m(\sqrt{\omega_{lm}\rho_1}) J_m(\sqrt{\omega_{lm}\rho}) - J_m(\sqrt{\omega_{lm}\rho_1}) N_m(\sqrt{\omega_{lm}\rho})] e^{im\phi} | \xi(z) \rangle \quad (8)$$

其中 C_{lm} 为归一化常数 J_m 和 N_m 分别为 m 阶 Bessel 函数和 Neumann 函数 因为电子在 z 方向强受限,可将其看成只在无限薄的狭层内运动,所以 $\xi(z) | \xi(z) = \delta(z)$,电子-声子系的基态波函数为

$$\Phi_{00} = \frac{C_{00}}{\sqrt{2\pi}} [N_0(\sqrt{\omega_{00}\rho_1}) J_0(\sqrt{\omega_{00}\rho}) - J_0(\sqrt{\omega_{00}\rho_1}) N_0(\sqrt{\omega_{00}\rho})] \times | \xi(z) \rangle | 0 \rangle, \quad (9)$$

其中 $| 0 \rangle$ 为无微扰零声子态 满足 $b_q | 0 \rangle = 0$,则体系的基态能量为

$$E_0 = \langle \Phi_{00} | H' | \Phi_{00} \rangle, \quad (10)$$

体系的第一激发态波函数为

$$\Phi_{01} = \frac{C_{01}}{\sqrt{2\pi}} [N_1(\sqrt{\omega_{01}\rho_1}) J_1(\sqrt{\omega_{01}\rho}) - J_1(\sqrt{\omega_{01}\rho_1}) N_1(\sqrt{\omega_{01}\rho})] e^{i\phi} \times | \xi(z) \rangle | 0 \rangle, \quad (11)$$

体系的第一激发态能量为

$$E_1 = \langle \Phi_{01} | H' | \Phi_{01} \rangle. \quad (12)$$

以基态和第一激发态为基础 构造一个量子比特

$$| \Psi_{01} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (| 0 \rangle + | 1 \rangle), \quad (13)$$

其中

$$| 0 \rangle = \varphi_0(\rho) = \frac{C_{00}}{\sqrt{2\pi}} [N_0(\sqrt{\omega_{00}\rho_1}) J_0(\sqrt{\omega_{00}\rho}) - J_0(\sqrt{\omega_{00}\rho_1}) N_0(\sqrt{\omega_{00}\rho})] | \xi(z) \rangle, \quad (14)$$

$$| 1 \rangle = \varphi_1(\rho) = \frac{C_{01}}{\sqrt{2\pi}} [N_1(\sqrt{\omega_{01}\rho_1}) J_1(\sqrt{\omega_{01}\rho}) - J_1(\sqrt{\omega_{01}\rho_1}) N_1(\sqrt{\omega_{01}\rho})] e^{i\phi} | \xi(z) \rangle \quad (15)$$

其随时间演化的规律为

$$\Psi_{01}(\rho, t) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\varphi_0(\rho) \exp\left(-\frac{E_0 t}{\hbar}\right) + \varphi_1(\rho) \exp\left(-\frac{E_1 t}{\hbar}\right)], \quad (16)$$

电子的空间概率密度分布为

$$Q = | \Psi_{01}(\rho, t) |^2 = \frac{1}{2} [| \varphi_0(\rho) |^2 + | \varphi_1(\rho) |^2 + \varphi_0(\rho) \varphi_1^*(\rho) \times \exp(i\omega_{01} t) + \varphi_0^*(\rho) \varphi_1(\rho) \times \exp(-i\omega_{01} t)], \quad (17)$$

其中

$$\omega_{01} = \frac{E_1 - E_0}{\hbar}. \quad (18)$$

3. 结果与讨论

为了更清楚地说明量子环中量子比特的性质,我们进行了数值计算 结果示于图 1—图 6 中.

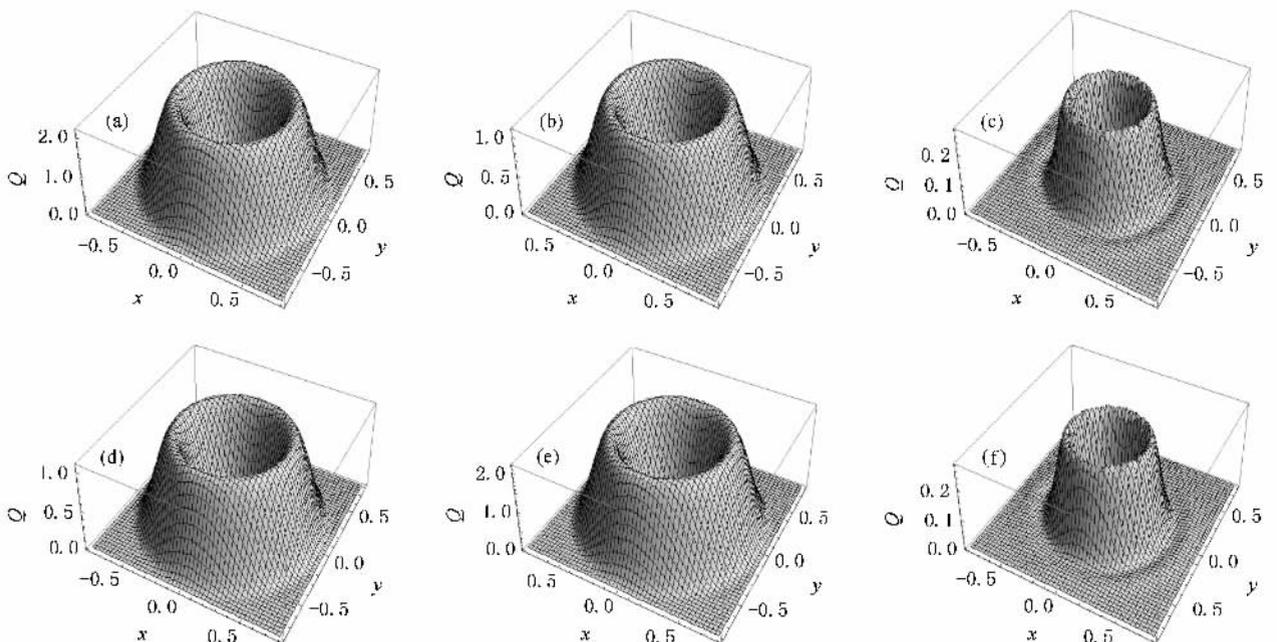


图 1 量子比特的时间演化规律 (a)(b)(c)(d)(e)和(f)中时间分别为 $0T_0$ $0.25T_0$ $0.5T_0$ $0.75T_0$ $1T_0$ 和 $1T_0$

图 1 描绘了在耦合强度 $\alpha = 6$, 量子环内径 $\rho_1 = 0.2$ 外径 $\rho_2 = 0.8$ 时, 电子的概率密度 Q 随时间的演化. 在图 1(a)–(e) 中, $\phi = 2\pi$, 可以看出, 当坐标 ϕ 给定时, 电子的概率密度随坐标 ρ ($\rho_1 < \rho < \rho_2$) 的变化而变化, 而不同 ρ 值的空间点均以 $T_0 = \frac{2\pi\hbar}{E_1 - E_0}$ 为周期随时间做周期性振荡. 在环内中心位置处电子的概率密度最大, 在环界面处概率密度为零. 在图 1(f) 中, $\phi = \pi$, 将图 1(a) 与 (f) 比较还可以看出, 当坐标 ρ 给定时, 电子的概率密度随角坐标 ϕ 的变化而变化, 结合图 2 可知, 随 ϕ 做周期性振荡, 振荡周期为 2π .

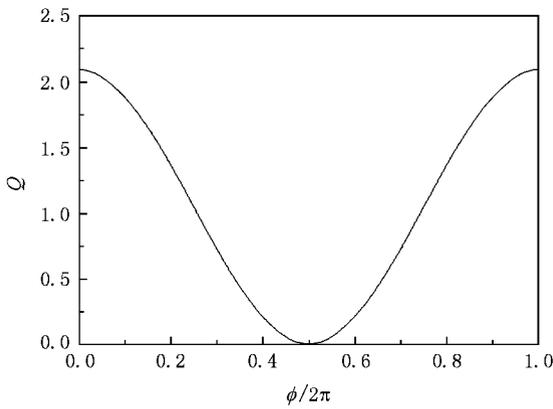


图 2 电子的概率密度随 ϕ 的变化关系

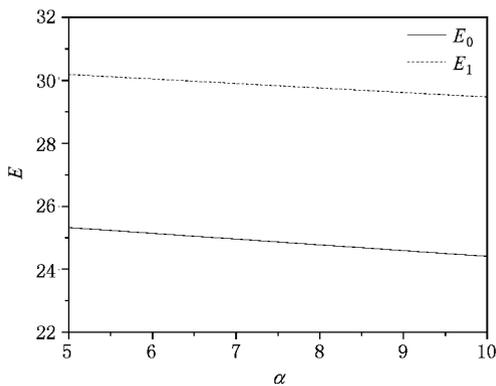


图 3 能量随耦合强度的变化关系

图 3 和图 4 描绘了在量子环内径 $\rho_1 = 0.2$, 外径 $\rho_2 = 0.8$ 时, 能量和振荡周期随耦合强度的变化关系. 从图 3 可以看出, 基态和第一激发态能量均随着耦合强度的增大而减小, 而基态能量减小得稍快些, 导致两能级差增大, 结果导致振荡周期随着耦合强度的增大而减小, 如图 4 所示. 由于随着耦合强度的增加, 电子-声子之间的相互作用增强, 故说明随着耦合强度的增大, 声子对量子比特性质的影响增大, 导致相干性减弱.

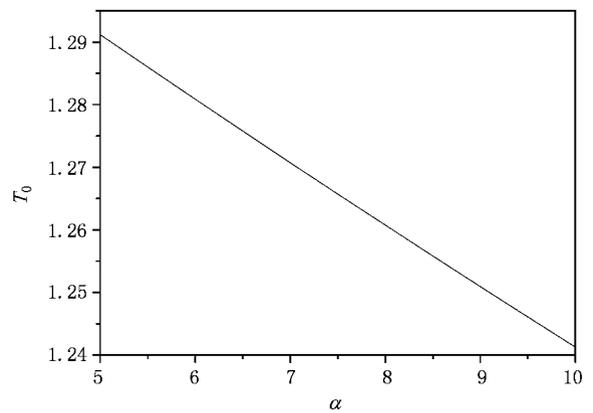


图 4 振荡周期随耦合强度的变化关系

图 5 和图 6 描绘了耦合强度 $\alpha = 6$, 振荡周期随量子环内径、外径的变化关系. 由图 5 可见, 当外径 $\rho_2 = 0.8$ 时, 振荡周期随着内径的增大而增大, 这是由于内径增大时, 尺度限制增强, 基态和第一激发态能量均随之增大, 而二能级差减小, 因此振荡周期随着内径的增大而增大. 图 6 中内径 $\rho_1 = 0.2$, 振荡周期随量子环外径增大时的变化规律与环内径增大时的规律相同, 原因是由于外径增大时, 尺度限制减弱, 电子的基态和第一激发态能量均随之减小, 且二能级差也减小, 因此振荡周期随着外径的增大而增大.

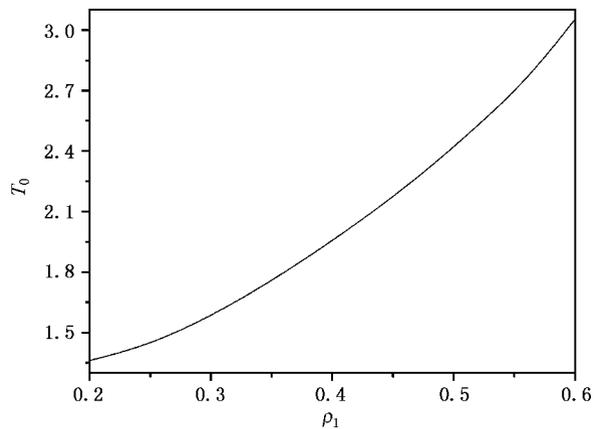


图 5 振荡周期随量子环内径的变化关系

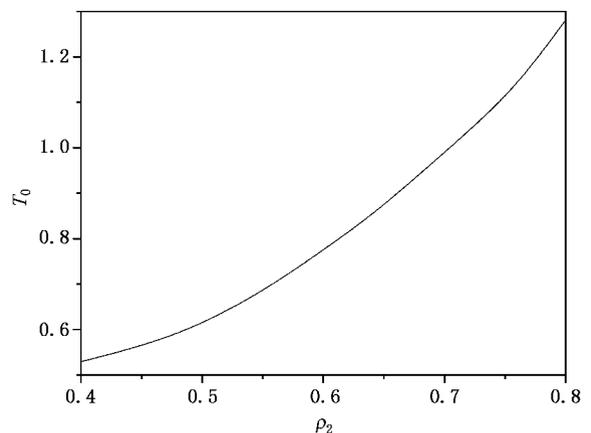


图 6 振荡周期随量子环外径的变化关系

4. 结 论

在电子与体纵光学声子强耦合的条件下,通过求解能量本征方程,得出了量子环中电子的基态能量和第一激发态能量及其相应的本征波函数.以电子-声子体系基态和第一激发态为基础构造了一个

量子比特.量子比特内电子的概率密度随时间和空间角坐标作周期性振荡,且振荡周期随耦合强度的增大而减小,说明声子将导致量子比特相干性降低;而振荡周期随量子环内径(或外径)的增大而增大,因此适当改变量子环的尺度,可以提高量子比特的相干性.

-
- [1] Lee B C , Voskoboynikov O , Lee C P 2004 *Physica E* **24** 87
- [2] Neder I , Heiblum M , Levinson Y , Mahalu D , Umansky V 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 016804
- [3] Filikhin I , Deyneka E , Vlahovic B 2004 *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.* **12** 1121
- [4] Filikhin I , Suslov V M , Vlahovic B 2006 *Physica E* **33** 349
- [5] Li S S , Xia J B 2001 *J. Appl. Phys.* **89** 3434
- [6] Kim N , Ihm G 1999 *Phys. Rev. B* **60** 8767
- [7] Cirac J I , Zoller P 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 4091
- [8] Chuang I L , Gershenfeld N , Kubinec M 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 3408
- [9] Turchette Q A , Hood C J , Lange W , Mabuchi H , Kimble H J 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 4710
- [10] Li S S , Long G L , Bai F S , Feng S L , Zheng H Z 2001 *Proc. Natl. Acad. Sci.* **98** 11847
- [11] Wang Z W , Xiao J L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 0678 (in Chinese)
[王子武、肖景林 2007 物理学报 **56** 0678]
- [12] Gao K Y , Zhao C L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4446 (in Chinese)
[高宽云、赵翠兰 2008 物理学报 **57** 4446]

The phonon effect of qubit in quantum ring^{*}

Jiang Fu-Shi Zhao Cui-Lan[†]

(College of Physics and Electronic Information , Inner Mongolia University for Nationalities , Tongliao 028043 , China)

(Received 21 January 2009 ; revised manuscript received 26 April 2009)

Abstract

Under the condition of electron-LO photon strong coupling , the eigenfunction and the eigenenergy of the ground state and the first excited state of the electron in quantum ring , are obtained by solving precisely the Schrödinger equation . A qubit is formed by overlaying both the ground state and the first excited state of the electron-LO phonon system . Numerical calculations indicate that the distribution of the probability density of electrons in quantum ring oscillates periodically with time and angle coordinate . The oscillating period decreases with the increase of the electron-LO phonon coupling strength , which shows that the existence of phonon can reduce the coherence of qubit , and that the oscillating period increases with the increasing inner (or outer) radius of quantum ring . Therefore , the coherence of qubit can be improved by choosing proper size of quantum ring .

Keywords : quantum ring , quantum information , qubit

PACC : 0367 , 7138

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10347004) and the Science Research Foundation of Higher Education of Inner Mongolia , China (Grant No. NJzy08085) .

[†] Corresponding author . E-mail : nmdzcl@163 . com