

具有 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用的 三量子比特海森伯模型中的对纠缠*

王彦辉 夏云杰†

(山东省激光偏光与信息技术重点实验室, 曲阜师范大学物理系, 曲阜 273165)

(2009 年 3 月 9 日收到, 2009 年 3 月 16 日收到修改稿)

研究了一维三量子比特海森伯模型中的对纠缠的提高和控制问题, 在该系统中引入了 Dzyaloshinskii-Moriya (DM) 相互作用, 通过求解共生来计算两量子比特之间的热纠缠, 结果表明: 对于 XXX 模型, 引入 DM 相互作用 D , 可以诱导铁磁和反铁磁自旋链产生热纠缠, 尽管它们产生热纠缠所需的 D 值大小不同. 对于 XXZ 模型, 引入 DM 相互作用后, 可以使原本不存在热纠缠的反铁磁自旋链产生纠缠, 而且对于铁磁和反铁磁这两种 XXZ 自旋链, DM 相互作用和各向异性参数 Δ 对于热纠缠具有不同的影响, 因此选择合适的 DM 相互作用参数和各向异性参数 Δ , 有利于控制和提高热纠缠. 此外, 通过比较两比特与三比特的 XXZ 模型, 可知无论是铁磁还是反铁磁链, 在相同的温度下, 三比特模型产生热纠缠需要的 DM 相互作用更大一些.

关键词: 纠缠, XXX 模型, XXZ 模型, Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用

PACC: 0367, 4250

1. 引言

量子纠缠已作为一种重要的资源应用与量子信息处理中, 利用纠缠可以实现量子隐形传态、密集编码、密钥共享、量子密码术和量子克隆等, 是实现量子计算机硬件的重要物理量. 因此, 对量子纠缠的操纵和控制就显得尤为重要. 在量子纠缠的物理实现上, 已经提出的方案有腔量子电动力学 (C-QED)^[1-4], 量子自旋系统^[5,6], 量子点、超导系统^[7]等. 一维量子自旋系统为研究纠缠提供了非常优越的理论框架, 人们研究了各种相互作用的自旋链模型, 比如两体的海森伯 XX 链^[8], XY 链^[9], XYZ 链^[10], 三体对热纠缠^[11], 有杂质的对热纠缠^[12]等. 由于自旋链具有丰富的纠缠特性, 在量子态传输等方面有着重要的应用, 海森伯模型已被用于基于量子点的量子计算研究中^[13].

早在 1958 年, Dzyaloshinskii 研究三角弱铁磁体 (例如 α - Fe_2O_3 , MnCO_3 和 CoCO_3) 时提出在反铁磁体中存在一种各向异性的相互作用使磁矩倾斜进而造成弱铁磁性^[14], 1960 年 Moriya 利用 Anderson 超交换作用的微扰方法给予了微观的理论依据, 并给出了

这种作用的具体形式^[15], $\sum_{ij} D_{ij} \cdot (S_i \times S_j)$, 其中 D_{ij} 代表 Dzyaloshinskii-Moriya (DM) 相互作用参量, DM 相互作用参量是反对称的, 即 $D_{ij} = -D_{ji}$. 具有 DM 相互作用的量子自旋系统相变^[16,17]是凝聚态和统计物理学中的研究热点问题之一, 它对系统性质产生十分重要的影响, 经常使某些系统表现出一些新的性质.

最近, 具有 DM 相互作用的两量子比特自旋链的纠缠特性受到人们的关注. Wang^[18]研究了具有 DM 相互作用的两量子位海森伯 XXZ 模型中的热纠缠, 发现 DM 相互作用可以提高临界温度, Zhang^[19]研究了具有 DM 相互作用的两量子位海森伯模型中的热纠缠和隐形传态, 发现 DM 相互作用可以提高纠缠和传送的保真度, Gurkan 等^[20]对各种类型的海森伯自旋链进行了研究, 得出 DM 相互作用是一种很有效的控制纠缠的参数. 此外, Wang 等^[21]研究了 DM 相互作用对于一个处于非均匀的磁场中的混合链热纠缠的影响, 发现 DM 相互作用能够把混合链的热纠缠增加到一个最大值, 单传家等^[22]研究了具有 DM 相互作用的一维随机 XY 模型中的纠缠特性, 发现高斯分布和 DM 相互作用对两量子位的纠

* 国家自然科学基金 (批准号: 10774088), 国家自然科学基金重点项目 (批准号: 10534030) 资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: yjxia@mail.qfnu.edu.cn

缠有重要的影响,蔡卓等^[23]研究了交错 DM 相互作用对反铁磁 Heisenberg 链纠缠的影响,发现交错 DM 相互作用导致系统在任意强场下也不会达到铁磁饱和状态,从而保持着自旋纠缠.

受上述文献的启发,我们在一维三量子比特海森伯模型中引入 DM 相互作用,通过计算 Concurrence 的解析表达式来研究自旋链的对纠缠特性.结果表明:对于 XXX 模型,引入 DM 相互作用 D 较小的 D 值可以使反铁磁系统中产生热纠缠,较大的 D 值可以使铁磁系统和反铁磁系统都产生热纠缠.对于 XXZ 模型,引入 DM 相互作用后,可以诱导原本不存在热纠缠的反铁磁模型产生纠缠,而且对于铁磁模型和反铁磁这两种 XXZ 模型,DM 相互作用和各向异性参数 Δ 对于热纠缠具有不同的影响.

2. 理论模型

具有 DM 相互作用的三量子比特海森伯模型系统的哈密顿量为

$$H = \frac{J}{2} \sum_{n=1}^3 [\sigma_n^x \sigma_{n+1}^x + \sigma_n^y \sigma_{n+1}^y + \Delta \sigma_n^z \sigma_{n+1}^z + D(\sigma_n^x \sigma_{n+1}^y - \sigma_n^y \sigma_{n+1}^x)], \quad (1)$$

其中假定 DM 相互作用方向沿着 z 轴,且每两个量子比特之间的 DM 相互作用大小相同. σ_n^α ($\alpha = x, y, z$) 为格点 n 上的自旋分量算符, Δ 为 z 方向各向异性参数,表征各向异性的强度. $J > 0, \Delta > 0$ 对应反铁磁模型, $J < 0, \Delta > 0$ 对应铁磁模型.

哈密顿量(1)的本征值为

$$\begin{aligned} E_0 &= E_7 = \frac{3J\Delta}{2}, \\ E_1 &= E_5 = \frac{J}{2}(-2 - \Delta + 2\sqrt{3}D), \\ E_2 &= E_4 = \frac{J}{2}(-2 - \Delta - 2\sqrt{3}D), \\ E_3 &= E_6 = 2J - \frac{J\Delta}{2}. \end{aligned} \quad (2)$$

相应的本征矢为

$$\begin{aligned} |\psi_0\rangle &= |000\rangle, \\ |\psi_1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(q|001\rangle + q^2|010\rangle + |100\rangle), \\ |\psi_2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(q^2|001\rangle + q|010\rangle + |100\rangle), \\ |\psi_3\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(|001\rangle + |010\rangle + |100\rangle), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |\psi_4\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(q|110\rangle + q^2|101\rangle + |011\rangle), \\ |\psi_5\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(q^2|110\rangle + q|101\rangle + |011\rangle), \end{aligned} \quad (3)$$

$$|\psi_6\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|110\rangle + |101\rangle + |011\rangle),$$

$$|\psi_7\rangle = |111\rangle,$$

其中 $q = e^{i\frac{2}{3}\pi}$.

由以上的本征值和本征矢,可以求出温度为 T 时, 1 2 量子比特的约化密度矩阵

$$\rho_{12}(T) = \frac{1}{z} \begin{pmatrix} v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w & y & 0 \\ 0 & y^* & w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v \end{pmatrix}, \quad (4)$$

其中

$$y = \frac{2}{3}e^{-\beta E_1}e^{-i\frac{2}{3}\pi} + \frac{2}{3}e^{-\beta E_2}e^{i\frac{2}{3}\pi} + \frac{2}{3}e^{-\beta E_3},$$

$$v = e^{-\beta E_0} + \frac{1}{3}(e^{-\beta E_1} + e^{-\beta E_2} + e^{-\beta E_3}),$$

$$w = e^{-\beta E_0} + \frac{2}{3}(e^{-\beta E_1} + e^{-\beta E_2} + e^{-\beta E_3})$$

$$z = \mathcal{X} e^{-\beta E_0} + e^{-\beta E_1} + e^{-\beta E_2} + e^{-\beta E_3}.$$

3. 数值计算与理论分析

因为系统的哈密顿量具有置换对称性,所以对纠缠 C_{12}, C_{23}, C_{31} 具有相同的表达式,不失一般性,以 C_{12} 为例讨论对纠缠的性质.现在,计算 1 2 量子比特的热纠缠,这里采用的是 Concurrence 的方法.对于一个混态的密度矩阵 ρ ,它的 Concurrence 可以表示为^[24]

$$\mathcal{C}(\rho) = \max(0, \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4), \quad (5)$$

其中 λ_i ($i = 1, 2, 3, 4$) 为算符 R 按降序排列的算术平方根,

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{\sqrt{\rho} \tilde{\rho} \sqrt{\rho} \tilde{\rho}} \\ &= (\sigma_y \otimes \sigma_y) \rho^* (\sigma_y \otimes \sigma_y), \end{aligned} \quad (6)$$

ρ^* 为 ρ 的复共轭, Concurrence 从 0 到 1 变化, $C = 0$ 表示两量子比特完全分离, $C = 1$ 表示两量子比特处于最大纠缠, $0 < C < 1$ 表示两量子比特处于部分纠缠.

利用(4),(5),(6)式,计算出 1 2 量子比特 ρ_{12} 的共生表达式

$$C_{12} = \frac{2}{z} \max(|y| - v, 0), \quad (7)$$

其中

$$|y| = \frac{1}{3} \sqrt{(e^{-\beta E_1} + e^{-\beta E_2} - 2e^{-\beta E_3})^2 + 3(e^{-\beta E_1} - e^{-\beta E_2})^2}$$

由(7)式以及(2)式可知,当 $D \rightarrow -D$ 时, C_{12} 的表达式保持不变,因此在以下的讨论中,令 $D > 0$ 。但是当 $J \rightarrow -J$ 时, C_{12} 的表达式发生改变,这与两比特 XXZ 模型不同,在两比特模型中,铁磁链与反铁磁链具有相同的热纠缠,所以讨论三比特自旋链,应该对铁磁模型和反铁磁模型分别作出分析。

3.1. XXX 模型中, D 对两比特纠缠的影响

图 1 描述的是当 DM 相互作用取不同值时,纠缠随 J 与 T 的变化情况。由图可以看出, D 取值较小时,比如 $D = 1$,反铁磁系统产生热纠缠而铁磁系统中不存在热纠缠; D 取值较大时,比如 $D = 3$,铁磁系统与反铁磁系统均存在热纠缠。

这可以从基态纠缠来理解: 1) $0 < D < \sqrt{3}$ 时,对于反铁磁模型来说,基态为 $|\psi_2\rangle, |\psi_4\rangle$ 组成的等量混态,相应的共生为 $1/3$; 而对于铁磁模型,基态为

$|\psi_0\rangle, |\psi_3\rangle, |\psi_6\rangle, |\psi_7\rangle$ 组成的混态,共生为 0 ; 2) $D > \sqrt{3}$ 时,反铁磁模型的基态不变,而铁磁模型的基态发生变化,为 $|\psi_1\rangle, |\psi_5\rangle$ 组成的混态,纠缠共生为 $1/3$ 。而且无论是铁磁模型还是反铁磁模型,热纠缠均随温度的升高而减小,因为共生 C 是温度 T 的减函数,因此当 $D = 1$ 3 时,对纠缠随 J 与 T 的变化关系如图 1 所示,下面看两个特例: 3) 未引入相互作用,也就是 $D = 0$ 时,对于铁磁模型来说,基态为 $|\psi_0\rangle, |\psi_3\rangle, |\psi_6\rangle, |\psi_7\rangle$ 组成的等量混态,而对于反铁磁模型来说,基态为 $|\psi_1\rangle, |\psi_2\rangle, |\psi_4\rangle, |\psi_5\rangle$ 的混态,可以求得这两种情况对应的纠缠都为 0 ; 4) $D = \sqrt{3}$ 时,对于反铁磁模型,基态与 1) 中的结果相同; 对于铁磁模型,基态为 $|\psi_0\rangle, |\psi_1\rangle, |\psi_3\rangle, |\psi_5\rangle, |\psi_6\rangle, |\psi_7\rangle$ 组成的混态,纠缠仍为 0 。因此可以得出以下结论: 引入 DM 相互作用,可以诱导 XXX 模型产生对纠缠,当 $0 < D \leq \sqrt{3}$ 时,只有反铁磁模型存在热纠缠,而当 $D > \sqrt{3}$ 时,铁磁模型和反铁磁模型均存在热纠缠。

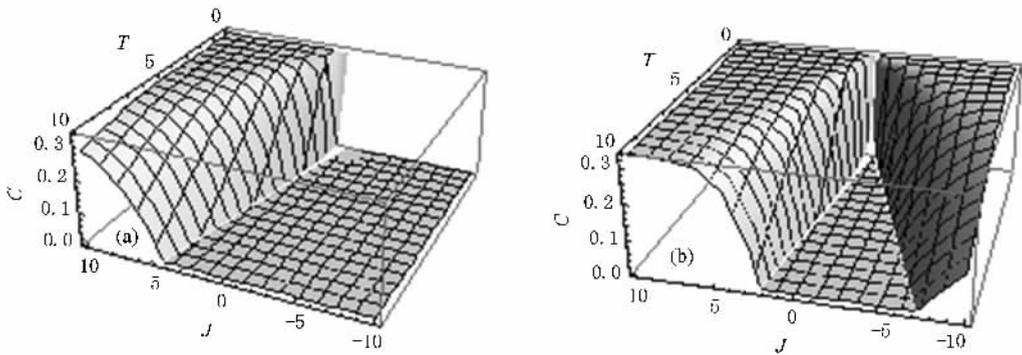


图 1 XXX 模型中,对纠缠 C 在不同的 DM 相互作用下随 J 与 T 的变化关系图 (a) $D = 1$; (b) $D = 3$

3.2. XXZ 模型中的对纠缠

3.2.1. 温度 T 确定, DM 相互作用对系统热纠缠的影响

图 2 描述的温度 $T = 1$, D 取不同的值时,热纠缠关于 J 与 Δ 的函数关系图。由图可以看出,不存在 DM 相互作用时,只有铁磁系统存在热纠缠,而且存在一个关于 J 与 Δ 的区域,在该区域内,热纠缠取稳定值 $1/3$,我们称该区域为纠缠稳定区; 引入 DM 相互作用后,在反铁磁模型中也出现了热纠缠,与铁磁模型类似,也出现了纠缠稳定区; 且纠缠稳定区的面积随着 DM 相互作用的增大而增大。由以上的分析可以得出结论: 引入 DM 相互作用可以诱导

反铁磁三量子比特海森伯 XXZ 自旋链产生热纠缠,同时拓展了产生纠缠的范围。

3.2.2. 反铁磁模型中, D, Δ, T 对于纠缠的影响

图 3 描述的是 $J = 1, \Delta$ 取不同值时,热纠缠关于 D 与 T 的函数关系图。由图可以看出,未引入 DM 相互作用时,热纠缠为 0 ,引入 DM 相互作用后,产生热纠缠,这可以从基态纠缠来理解: $D = 0$ 时,基态为 $|\psi_1\rangle, |\psi_2\rangle, |\psi_4\rangle, |\psi_5\rangle$ 组成的混态,纠缠共生为 0 ; $D > 0$ 时,系统的基态为 $|\psi_2\rangle, |\psi_4\rangle$ 组成的混态,纠缠共生为 $1/3$,而且热纠缠随着温度的升高而降低直至减小为 0 。此外,从图中还可以看出,对于确定的温度,只有当 DM 相互作用参数大于某一临界值 D_c 时,才会产生热纠缠,而且临界值随着温度的升

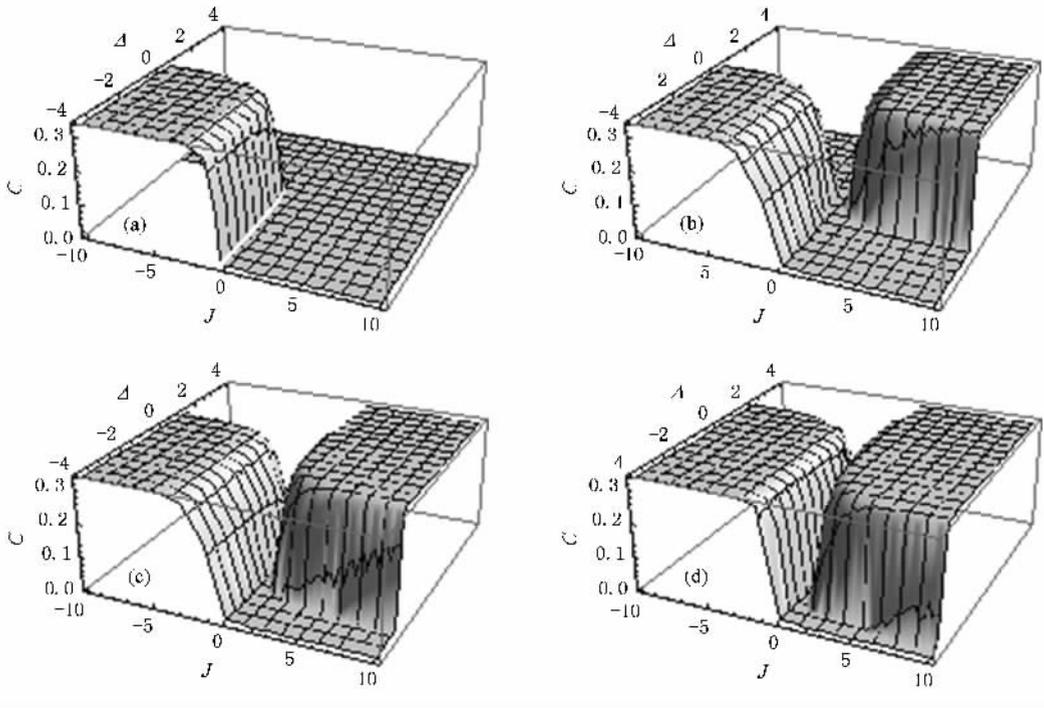


图2 XXZ 模型中,对纠缠在不同的 DM 相互作用下随 J 与 Δ 的变化关系图(取温度 $T=1$) (a) $D=0$; (b) $D=1$; (c) $D=2.5$; (d) $D=3.5$

高而增大,也就是说,温度越高,产生热纠缠所需要的 DM 相互作用就越强;对于确定的 DM 相互作用参数 D ,存在一临界温度 T_c ,当 $T > T_c$ 时,热纠缠为 0,而 T_c 随着 D 的增大而增大.由以上的分析可知,DM 相互作用诱导了反铁磁模型产生热纠缠,对纠缠起到了加强作用.与两比特模型^[25]图 1 相比较,可以看出在相同的温度 T 及相同的各向异性参数 Δ 下,三比特反铁磁自旋链产生热纠缠需要的临界

值比两比特模型相应的临界值要高.

由图 3(a)与(b)对比可知,随着 Δ 的增大,纠缠区与非纠缠区之间的分界线向着 D 减小 T 增大的方向移动,因此, Δ 越大,产生纠缠需要的 DM 相互作用越小,临界温度也越高,也就是说产生热纠缠更容易,这说明在反铁磁模型中 Δ 的增大对纠缠起到了促进作用.

3.2.3. 铁磁模型中, D, Δ, T 对于纠缠的影响

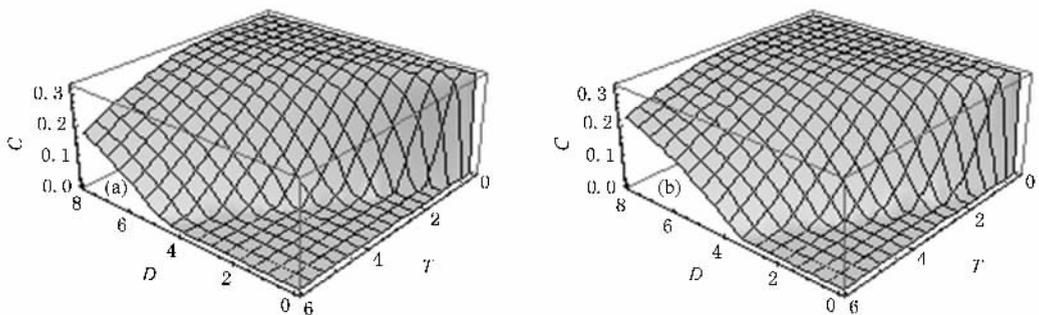


图3 反铁磁 XXZ 模型中,对纠缠在 Δ 取不同的值时随 D 与 T 的变化关系图(取 $J=1$) (a) $\Delta=0.2$ (b) $\Delta=3$

图 4 描述的是 $J = -1$, Δ 取不同值时,热纠缠关于 D 与 T 的函数关系图.

1) 基态纠缠.

由(2)式可知,基态的选择依赖于 Δ 与 D 的取值,因此,基态的纠缠共生也依赖于 Δ 与 T ,具体表达式如下:

$\Delta < 1$ 时,

$$C = \begin{cases} 1/3, & D \neq \sqrt{3}, \\ 0, & D = \sqrt{3}. \end{cases}$$

$\Delta > 1$ 时,

$$C = \begin{cases} 1/3, & D > \frac{2\Delta + 1}{\sqrt{3}}, \\ 0, & 0 < D \leq \frac{2\Delta + 1}{\sqrt{3}}. \end{cases}$$

因此,从图 4 可以看出,对于不同的 Δ 与 D ,基态的纠缠行为也不同,同时可以看到,对于不同的 Δ ,当 D 取值足够大时,基态共生都可以达到 $1/3$.

2) 热纠缠.

由图 4 和图 3 相比较,可以看出,与反铁磁模型相比,铁磁模型中, D 对纠缠的影响要复杂得多,我们分以下两种情况讨论.

$\Delta < 1$ 时,由图 4(a)与(b)可以看出:未引入 DM 相互作用时,存在热纠缠,它随着 T 的升高而减小,因此,存在一临界温度 T_c ,当 $T > T_c$ 时,纠缠共生为 0.此外,还可以看到,引入 DM 相互作用后,若 $T < T_c$,纠缠共生随着 D 的增大先减小至 0,然后再逐渐增加到稳定值 $1/3$;若 $T \geq T_c$,与反铁磁情况类似,只有当 DM 相互作用参数大于某一临界值时,才会产

生热纠缠,并逐渐增大到 $1/3$.

$\Delta > 1$ 时,由图 4(c)与(d)可以看出:未引入 DM 相互作用时,不存在热纠缠.对于确定的温度 ($T > 0$),可以通过引入 DM 相互作用来产生纠缠,DM 相互作用参数对纠缠的影响也与反铁磁情况类似.同时由图 4(d)与图 3(b)作对比可以看出,对于相同的温度 T ,铁磁模型产生纠缠需要的 D 值要大得多.综合 3.2.2 中对反铁磁自旋链的分析可知,三比特 XXZ 模型与两比特模型相比较,无论是铁磁还是反铁磁自旋链,在相同的温度下,产生热纠缠需要的 DM 相互作用要强得多.

由以上的分析,可以得出以下结论:无论 Δ 值多大,对于确定的温度,只要 DM 相互作用参数足够大,都可以使三比特铁磁自旋链热纠缠达到 $1/3$.

由图 4(a)与(b)以及(c)与(d)相比较,可以看出对于确定的 D ,临界温度随着 Δ 的增加而减小;由图 4(c)与(d)相比较,可以看出纠缠区与非纠缠区的分界线向着 D 增加 T 减小的方向移动,因此, Δ 越大,产生纠缠需要的 DM 相互作用越大,临界温度也越低,也就是说产生热纠缠越困难.这说明在铁磁模型中 Δ 对于纠缠起到的是抑制作用,这与反铁磁模型相反.

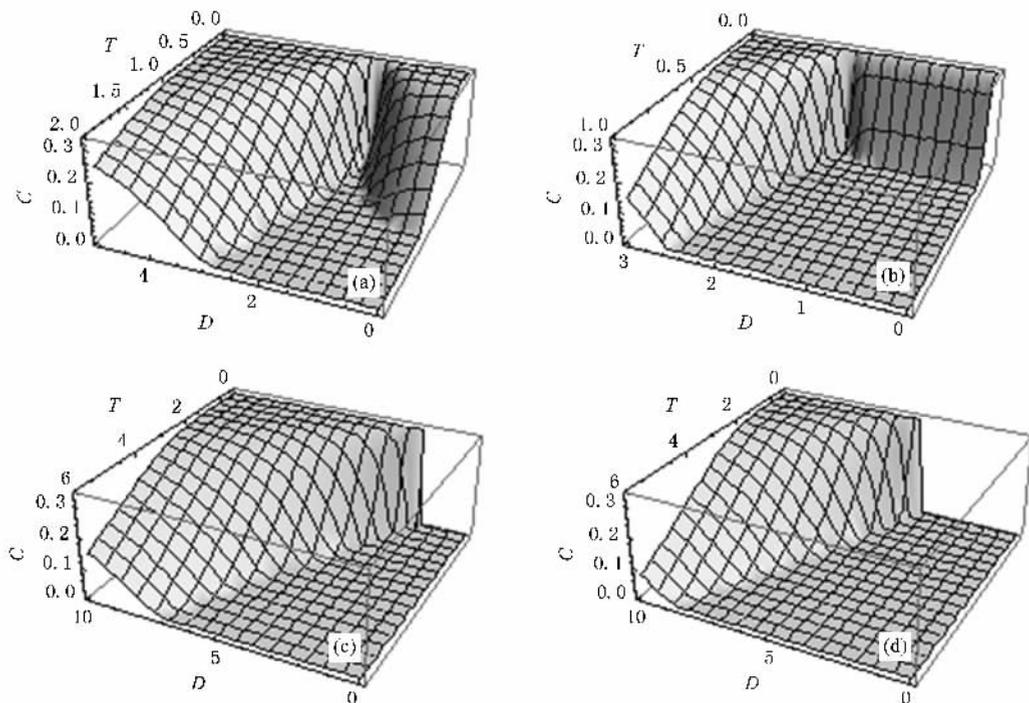


图 4 铁磁 XXZ 模型中,对纠缠在 Δ 取不同的值时随 D 与 T 的变化关系图(取 $J = -1$) (a) $\Delta = 0.2$; (b) $\Delta = 0.9$; (c) $\Delta = 1.2$; (d) $\Delta = 3$

4. 结 论

本文通过求解共生,研究了具有 DM 相互作用的三比特海森伯模型的对纠缠性质,得出了一些有意义的结论.对于 XXX 模型,引入 DM 相互作用 D ,可以使铁磁和反铁磁自旋链都产生热纠缠.当 $0 < D \leq \sqrt{3}$ 时,只有铁磁链存在热纠缠,当 $D > \sqrt{3}$,两种自旋链都存在热纠缠.对于 XXZ 模型,引入 DM 相互作用后,可以诱导原本不存在热纠缠的反铁磁自旋

链产生纠缠.在确定的温度下,若 DM 相互作用参数足够大,可以使铁磁和反铁磁链的热纠缠都达到 $1/3$.对于铁磁和反铁磁 XXZ 模型,各向异性参数 Δ 对于热纠缠具有不同的影响,选择合适的 DM 相互作用参数和各向异性参数 Δ ,可以有效地控制和提高热纠缠.此外,我们还将两比特 XXZ 模型与三比特 XXZ 模型进行比较,发现无论是铁磁还是反铁磁链,在相同的温度下,三比特模型产生热纠缠需要的 DM 相互作用更大一些.本文对于热纠缠的控制和提高具有一定的参考价值.

- [1] Zheng S B , Guo G C 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 2392
- [2] Shan C J , Xia Y J 2006 *Acta. Phys. Sin.* **55** 1585 (in Chinese)
[单传家、夏云杰 2006 物理学报 **55** 1585]
- [3] Song J , Cao Z L 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 696 (in Chinese) [宋军、曹卓良 2005 物理学报 **54** 696]
- [4] Liu T K 2006 *Chin. Phys.* **15** 0542
- [5] Wang X G 2001 *Phys. Rev. A* **64** 012313
- [6] Zhang G F , Li S S 2005 *Phys. Rev. A* **72** 023302
- [7] Loss D , Divincenzo D P 1998 *Phys. Rev. A* **57** 120
- [8] Xi X Q , Chen W X , Liu Q , Yue R H 2006 *Acta. Phys. Sin.* **55** 3026 (in Chinese) [惠小强、陈文学、刘起、岳瑞宏 2006 物理学报 **55** 3026]
- [9] Li S B , Xu J B 2003 *Phys. Lett. A* **311** 313
- [10] Zhou L , Song H S , Guo Y Q , Li C 2003 *Phys. Rev. A* **68** 024301
- [11] Cheng W W , Huang Y X , Liu T K , Liu H 2007 *Physica E* **39** 150
- [12] Fu H C , Solomon A I , Wang X G 2002 *J. Phys. A* **35** 4293
Zhang T , Xi X Q , Yue R H 2004 *Acta. Phys. Sin.* **53** 2755 (in Chinese) [张涛、惠小强、岳瑞宏 2006 物理学报 **53** 2755]
- [13] Verstraete F , Martin-Dilgado M A , Cirac J I 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 087201
- [14] Dzyaloshkii I , Thermodynamic A 1958 *J. Phys. Chem , Solids* **4** 241
- [15] Moriya T 1960 *Phys. Rev. Lett.* **4** 228
- [16] Xu L , Yan S L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1691 (in Chinese) [许玲、晏世雷 2007 物理学报 **56** 1691]
- [17] Shao Y Z , Zhong W R , Lin G M , Li J C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3157 (in Chinese) [邵元智、钟伟荣、林光明、李坚灿 2004 物理学报 **53** 3157]
- [18] Wang X G 2001 *Phys. Lett. A* **281** 101
- [19] Zhang G F 2007 *Phys. Rev. A* **75** 034304
- [20] Gurkan Z N , Pashaev O K 2007 Preprint quant-ph 07050679
- [21] Wang A M , Ma X S , Zhang J Y , Cong H L 2009 *Science In China (Series G)* **39** 181
- [22] Shan C J , Cheng W W , Liu T K , Huang Y X , Li H 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2687 (in Chinese) [单传家、程维文、刘堂昆、黄燕霞、李宏 2008 物理学报 **57** 2687]
- [23] Cai Z , Lu W B , Liu Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7267 (in Chinese) [蔡卓、陆文彬、刘拥军 2008 物理学报 **57** 7267]
- [24] Lieb E , Schultz T , Mattis D 1961 *Ann. Phys.* **16** 407
- [25] Li D C , Wang X P , Cao Z L 2008 arXiv : quant-ph 0804 4820v4

Pairwise entanglement in three-qubit Heisenberg model with Dzyaloshinskii-Moriya interaction *

Wang Yan-Hui Xia Yun-Jie[†]

(Shandong Provincial Key Laboratory of Laser Polarization and Information Technology ,

Department of Physics , Qufu Normal University , Qufu 273165 , China)

(Received 9 March 2009 ; revised manuscript received 16 March 2009)

Abstract

In this paper , we study the improvement and manipulation of pairwise thermal entanglement in one-dimensional three-qubit Heisenberg model , where Dzyaloshinskii-Moriya (DM) interaction is considered and concurrence is calculated to research this entanglements property. The results show that for XXX model , DM interaction can induce entanglement in the antiferromagnetic and ferromagnetic spin chains although the required critical values are different for these cases. For XXZ model , by introducing DM interaction D , antiferromagnetic spin chain has entanglement which is absent when $D = 0$, and in addition , for antiferromagnetic and ferromagnetic cases , DM interaction D and the anisotropy parameter Δ have different effects on entanglement. As a result , the entanglement can be controlled and enhanced by choosing appropriate DM interaction and anisotropy parameter. Furthermore , we find that at the same temperature , no matter for antiferromagnetic or ferromagnetic spin chains , the critical DM interaction inducing entanglement should be greater in a three-qubit XXZ model than that in a two-qubit XXZ model.

Keywords : entanglement , XXX model , XXZ model , Dzyaloshinskii-Moriya interaction

PACC : 0367 , 4250

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10774088) , the State Key Program of National Natural Science of China (Grant No. 10534030).

[†] Corresponding author. E-mail : yjxia@mail.qfnu.edu.cn