

# 等离子体在任意强度的直流电场中产生电流的过程\*

翁苏明<sup>1)</sup> 盛政明<sup>1)†</sup> 张 杰<sup>1)‡</sup>

1) 中国科学院物理研究所, 北京凝聚态物理国家实验室, 北京 100190)

2) 上海交通大学物理系, 上海 200240)

(2008 年 7 月 31 日收到, 2008 年 9 月 23 日收到修改稿)

通过 Fokker-Planck 模拟, 研究了等离子体在任意强度的直流电场中产生电流的过程以及电子分布函数的演变过程. 研究发现, 不同强度的电场中等离子体的行为存在着明显的差别. 在弱电场中, 电流与电场满足 Spitzer 公式, 且电流产生的响应时间约等于撤销电场后电流衰减的弛豫时间; 在中等强度的电场中, 电子分布函数呈现为静止 Maxwell 分布和漂移 Maxwell 分布之和, 而且在中等强度或者强直流电场中弛豫时间也将远远大于响应时间. 根据电子分布函数的演变规律, 推导了一组类似于流体力学方程的公式, 这组方程像 Spitzer 公式一样简便地描述了等离子体中电流与电场的关系, 并且对电场强度没有限制. 数值模拟显示这组方程比 Spitzer 公式更适用于等离子体的混合粒子模拟中.

关键词: 等离子体电流, 电子分布函数, Fokker-Planck 模拟, Spitzer 公式

PACC: 5265, 5220, 5220F, 5225D

## 1. 引 言

作为一个基本的物理过程, 对等离子体在直流电场中的行为已开展了广泛的研究. 当外电场足够弱时, 等离子体所产生的电流与电场存在线性关系, 相应的电导率满足 Spitzer 公式<sup>[1]</sup>. 然而实际中碰到的电场并不一定都满足弱电场的限制, 此时观察到的电导率往往小于 Spitzer 公式所预测的值<sup>[2]</sup>. 虽然已有一些研究工作讨论了等离子体在任意强度直流电场中的行为, 但这些工作都基于一些未经检验的假设, 例如假设电子分布函数近似满足漂移 Maxwell 分布<sup>[3]</sup>或静止 Maxwell 分布<sup>[4]</sup>. 但是假设电子满足漂移 Maxwell 分布时, 在弱电场极限下得到的电导率只有经典 Spitzer 公式计算值的一半<sup>[5]</sup>; 反之假设电子满足静止 Maxwell 分布却会人为地引入冷却效应<sup>[6]</sup>. 因此, 这些假设都扰乱了对实际的电子分布函数以及等离子体电流与电场关系的理解.

等离子体在任意强度的直流电场中的演化过程仍然是一个有待研究的课题. 而这个问题与等离子体物理中很多研究领域都密切相关, 尤其是在惯性

约束可控核聚变的快点火方案中具有重要的应用意义<sup>[7]</sup>. 混合的粒子模拟发现当快电子束向靶丸输运时, 在背景等离子体中会激发强直流电场以及相应的回流<sup>[8]</sup>, 而激发的强直流电场和回流又对快电子束的输运有着很强的反作用<sup>[9-11]</sup>. 因此在这样的模拟中, 如何正确地处理背景等离子体在激发的强直流电场中的响应过程是一个期待解决的问题.

本文利用包含完整电子-电子碰撞项的 Fokker-Planck 程序<sup>[12]</sup>, 对等离子体在不同强度的直流电场中产生电流的过程以及电子分布函数的演化过程进行了研究. 研究发现, 等离子体在不同强度的直流电场中的行为存在明显的差别<sup>[13]</sup>. 在弱电场中, 电流与电场满足简单的线性关系, 电导率可由 Spitzer 公式计算得到, 并且产生电流的响应时间几乎等于电流衰减的弛豫时间. 在中等强度的直流电场中, 电子分布函数则可以表示为静止 Maxwell 分布和另一漂移 Maxwell 分布之和, 而在中等强度或者强直流电场中, 电流的衰减过程与产生过程不再对称, 弛豫时间将远远大于响应时间. 根据电子分布函数的具体演变规律, 我们推导了一组类流体力学方程, 这组方程像 Spitzer 公式一样可以简便地描述等离子体中的

\* 国家自然科学基金(批准号: 10425416, 10674175, 60621063)和国家重点基础研究发展计划(批准号: 2007CB815101, 2007CB815105)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: zmszheng@sjtu.edu.cn

电流与直流电场的关系, 并且对电场强度没有限制要求. 对惯性约束可控核聚变的快点火方案中快电子束运输过程的模拟显示, 这组方程比 Spitzer 公式更适合于描述此过程中激发的直流电场与其产生的回流之间的关系.

## 2. 等离子体中的 Fokker-Planck 方程

完全离化且空间均匀的等离子体在外加直流电场的作用下, 其电子分布函数满足以下的 Fokker-Planck 方程<sup>[12, 13]</sup>:

$$\frac{\partial f^e}{\partial t} = \frac{e\mathbf{E}}{m} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f^e + C_{ei}(f^e) + C_{ee}(f^e), \quad (1)$$

其中  $\mathbf{E}$  为外加的直流电场, 电子-离子碰撞项  $C_{ei}(f^e)$  和电子-电子碰撞项  $C_{ee}(f^e)$  可分别表示为<sup>[12]</sup>

$$C_{ei}(f^e) = -\nabla_{\mathbf{v}} \cdot (-D_{\theta\theta}^{ei} \mathbf{e}_\theta \mathbf{e}_\theta \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f^e), \quad (2)$$

$$C_{ee}(f^e) = -\nabla_{\mathbf{v}} \cdot (-\mathbf{D}^{ee} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f^e + \mathbf{F}^{ee} f^e). \quad (3)$$

除了直流电场代替了交流电场, 方程 (1) 与我们先前求解的 Fokker-Planck 方程完全一致<sup>[12]</sup>, 所以本文省略了类似的数值求解方案的描述.

为了更好地理解直流电场与等离子体的作用过程, 我们可以把方程 (1) 右边各项根据物理意义划分为扩散项和摩擦项. 其中扩散项有自发的  $\mathbf{D}^{ee}$  和  $\mathbf{D}^{ei}$ , 它们趋向于使电子扩散分布到整个速度空间; 摩擦项有自发的  $\mathbf{F}^{ee}$  和外加的直流电场项  $-e\mathbf{E}/m$ , 它们趋向于减速或加速电子. 在没有任何外场作用时, 电子分布函数正是在其自发的扩散项和摩擦项共同作用下达到动态平衡的 Maxwell 分布. 为了精确地判断电场的强弱以及电子分布函数在这些电场强度区间的演化规律, 我们有必要大致了解这些自发的扩散项和摩擦项的大小. 在图 1 中, 我们给出 Maxwell 分布在速度空间  $v_\perp = 0$  处, 系数  $F_v^{ee}$ ,  $D_{\theta\theta}^{ee}$  和  $D_{\theta\theta}^{ei}$  与  $v_{\parallel}$  的函数关系. 注意  $F_v^{ee}$  归一化到  $eE_c/Z_i m_e$ ,  $D_{\theta\theta}^{ee}$  归一化到  $eE_c v_{d0}/Z_i m_e$ , 而  $D_{\theta\theta}^{ei}$  归一化到  $eE_c v_{d0}/m_e$ , 其中逃逸电场  $E_c = m_e v_{d0} \nu_{ei}/e$ , 电子-离子碰撞频率  $\nu_{ei} = Z_i \Gamma^{ee}/v_{d0}^3 = 1/\tau_{ei}$ ,  $v_{d0}$  为初始的电子热速度. 当  $Z_i = 1$ , 可知电子-电子碰撞项与电子-离子碰撞项大小相当, 因而此时电子-电子碰撞在电子分布函数的演化过程中极有可能发挥着重要的作用, 但是却很少有相关的研究文献对此进行讨论. 由图 1 可知,  $D_{\theta\theta}^{ei}$  在大部分速度空间都处在  $0.1eE_c v_{d0}/m_e$  量级, 所以应该取  $0.1E_c$  作为更精确

地判断电场强弱的标准, 而不是通常所采用的  $E_c$ .

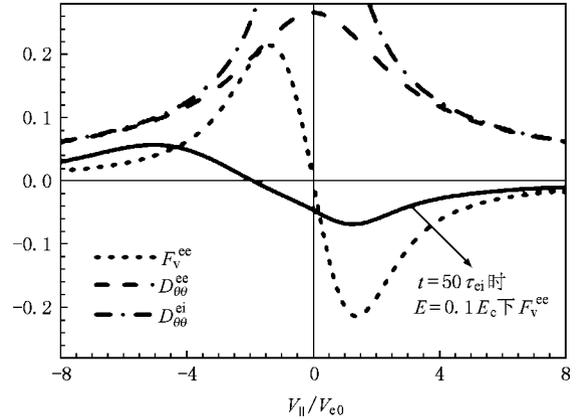


图1 Maxwell型的电子分布函数在速度空间  $v_\perp = 0$  处, 系数  $F_v^{ee}$ ,  $D_{\theta\theta}^{ee}$ ,  $D_{\theta\theta}^{ei}$ , 以及初始的 Maxwell 分布在外加直流电场  $0.1E_c$  作用  $50\tau_{ei}$  后的  $F_v^{ee}$  与  $v_{\parallel}$  的函数关系.  $F_v^{ee}$  归一化到  $eE_c/Z_i m_e$ ,  $D_{\theta\theta}^{ee}$  归一化到  $eE_c v_{d0}/Z_i m_e$ ,  $D_{\theta\theta}^{ei}$  归一化到  $eE_c v_{d0}/m_e$ .

## 3. 等离子体电流与电场的关系

### 3.1. 弱电场与其产生的等离子体电流

任意电子分布函数均可表示为  $f^e(v, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} f_l^e(v) P_l(\cos\theta)$  的 Legendre 展开形式, 而当外电场足够弱时, 可近似认为分布函数由零阶的 Maxwell 分布和一阶的扰动项构成  $f^e(v, \theta) \simeq f_M^e(v) + f_1^e(v) \cos\theta$ . 此时 Fokker-Planck 方程 (1) 可收敛得到稳定的解, 稳定解满足如下方程,

$$0 = \frac{e\mathbf{E}}{m} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_M^e + (D_{\theta\theta}^{ee} + D_{\theta\theta}^{ei}) \frac{2f_1^e(v) \cos\theta}{v^2}. \quad (4)$$

相应的稳定电流为

$$\begin{aligned} J &\simeq -e \int v \cos\theta f_1^e(v) \cos\theta dv \\ &= \frac{4\pi e v_e E}{3E_c} \int_0^{\infty} \frac{D_{\theta\theta}^{ei}}{D_{\theta\theta}^{ee} + D_{\theta\theta}^{ei}} \frac{v^7}{v_e^5} f_M^e(v) dv. \end{aligned} \quad (5)$$

当电离度  $Z_i \gg 1$  时, 可采用 Lorentz 近似认为  $D_{\theta\theta}^{ee} \ll D_{\theta\theta}^{ei}$ , 此时由方程 (5) 可解析求得相应的电导率

$$\begin{aligned} \sigma_L &= J/E \\ &= \frac{32}{\sqrt{2\pi}} \frac{n_e e^2}{m_e \nu_{ei}} \\ &\simeq 12.77 \frac{n_e e^2}{m_e \nu_{ei}}. \end{aligned} \quad (6)$$

而对于任意的电离度  $Z_i$ , 电导率则可以表示为

$$\sigma_Z = \gamma_Z \sigma_L, \quad (7)$$

其中系数  $\gamma_Z$  可由如下数值积分得到:

$$\gamma_Z = \frac{(2\pi)^{3/2}}{48n_e} \int_0^\infty \frac{D_{\theta\theta}^{el}}{D_{\theta\theta}^{el} + D_{\theta\theta}^{ei}} \frac{v^7}{v_e^5} f_M^e(v) dv. \quad (8)$$

根据 Fokker-Planck 模拟, 在图 2 中我们给出了电离度不同的等离子体在足够小的直流电场中产生电流的过程以及撤除电场后电流的衰减过程.

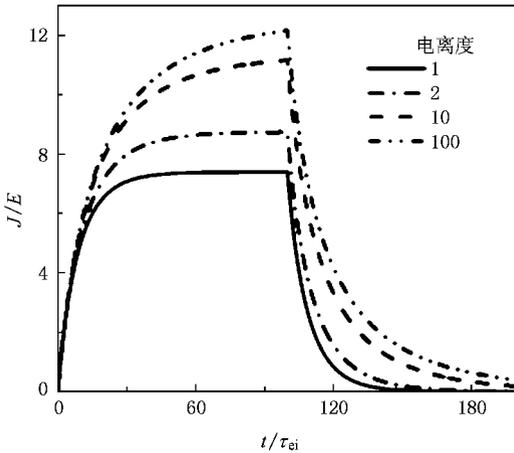


图 2 电离度不同的等离子体在极弱的外电场  $E = 1 \times 10^{-8} E_c$  中产生的电流随时间的演化以及  $t > 100\tau_{ei}$  撤除电场后电流的衰减过程  $J/E$  归一化到  $n_e e^2 / m_e v_{ie}$

从图 2 可知, 随着  $Z_i$  的增大, 电流稳定时计算得到的电导率逐渐趋近于 Lorentz 近似下得到的电导率. 表 1 列出了计算得到的电导率  $\sigma_Z$  以及相应的系数  $\gamma_Z$ , 这些值与 Spitzer 预测的值<sup>[1]</sup>非常接近. 我们还发现, 因为初始的电子分布函数为各向同性的 Maxwell 分布, 由方程 (5) 积分得到的电流为零, 所以等离子体系统需要一段响应时间来产生电流; 对应的撤除电场后, 电子分布在各种碰撞的作用下回到 Maxwell 分布也需要一段时间, 因此电流的衰减过程需要一段弛豫时间. 定义加电场后电流增加到稳定值的  $1 - 1/e$  所需要的时间为响应时间  $\tau_{r1}$ , 撤销电场后电流减小为稳定值的  $1/e$  所需要的时间为弛豫时间  $\tau_{r2}$  (其中这里  $e$  为自然对数). 在表 1 中给出了不同电离度下响应时间  $\tau_{r1}$  和弛豫时间  $\tau_{r2}$  的值, 可知弛豫过程作为响应过程的逆过程, 在弱电场的情况下两者几乎具有相同的时间尺度.

表 1 不同电离度下的电导率  $\sigma_Z$ 、系数  $\gamma_Z$ 、响应时间  $\tau_{r1}$  和弛豫时间  $\tau_{r2}$

$Z_i$	$\sigma_Z (n_e e^2 / m_e v_{ie})$	$\gamma_Z$	$\tau_{r1} (\tau_{ei})$	$\tau_{r2} (\tau_{ei})$
1	7.39	0.579	8.7	8.6
2	8.74	0.684	10.9	10.8
10	11.20	0.877	15.7	15.7
100	12.20	0.955	17.9	18.3

### 3.2. 任意强度的电场与其产生的等离子体电流

如上所述, 我们可以取  $0.01E_c$ ,  $0.1E_c$  和  $1.0E_c$  分别代表弱电场、中等强度的电场和强电场, 图 3 给出了电子分布函数在这些电场中的演化规律. 为了便于比较, 我们在不同的强度下取相应的不同时刻, 使得  $Et$  在所有情况下都相等. 为了揭示电子-电子碰撞的作用, 我们还比较了电离度  $Z_i = 1$  和  $Z_i = \infty$  这两种情况的电子分布函数的演化过程. 我们注意到电子分布函数的演化过程在不同的电场强度下存在着明显的差别. 在弱电场中, 所有电离度下的电子分布函数都几乎没有漂移. 这说明在弱电场中电子-离子碰撞单独就可以阻止电子被电场加速带走. 而在强电场下, 所有电离度下的电子分布函数都有一个明显的漂移, 所有的电子像是被集体自由加速了似的.

在中等强度的电场中, 电子的行为则表现得更为奇特而值得关注. 在  $Z_i = 1$  的等离子体中, 电子-电子碰撞与外电场大小相当, 如图 3(c) 所示在它们的共同作用下电子分布函数发生了严重的变形. 此时可以将电子近似地划分为两个部分, 第一部分满足静止 Maxwell 分布, 另一部分满足漂移 Maxwell 分布, 并且这两种分布可以共存相当长的时间. 事实上, 静止 Maxwell 分布与漂移 Maxwell 分布也共存于强电场的情况下, 只是漂移 Maxwell 分布所占的份额与漂移速度增加得很快, 在极短时间之后漂移 Maxwell 分布就占据了主导地位. 这两种电子分布函数共存的根本原因如下: 电子-离子碰撞总是试图使得电子分布在  $v = 0$  附近且满足各向同性, 而电子-电子碰撞则将随着电子分布函数的改变而改变, 当电子被电场加速后, 电子-电子碰撞会使得这些被加速的电子聚集在新的漂移中心且使其满足 Maxwell 分布. 如图 1 所示, 在电场  $0.1E_c$  作用了  $50\tau_{ei}$  后,  $F_v^{ele}$  的对称中心将移动到变形了的新的分布函数的中心  $v_{//} = -2v_{e0}$ ; 而对于  $v_{//} > -2v_{e0}$  的电子  $F_v^{ele}$  可

以看作是一个减速的力,对于  $v_{\parallel} < -2v_{e0}$  的电子则是一个加速的力.因此漂移的电子会被  $F_v^{e/e}$  聚集到漂移中心,而不会像图 3(d)所示那样因为没有电子-电子碰撞而散开.事实上,电子-电子碰撞可以看作是使电子回到 Maxwell 分布的回复力,但并不限制这个 Maxwell 分布是否漂移.而离子则总是试图通过库仑力来俘获电子,所以电子-离子碰撞可以看作使电子

分布在  $v = 0$  附近的力,并且因为电子-离子碰撞的发射项  $D_{\theta\theta}^{e/i} \propto 1/v$  在  $v = 0$  附近非常强,所以如图 3(f)所示即使在强电场中它也总能将部分电子俘获在  $v = 0$  附近.但是如图 3(e)所示,这种电子-离子碰撞在  $v = 0$  附近对电子的俘获能力却会明显地被电子-电子碰撞削弱,因为电子-电子碰撞会试图将这些被俘获的电子带回到漂移 Maxwell 分布这个集体中.

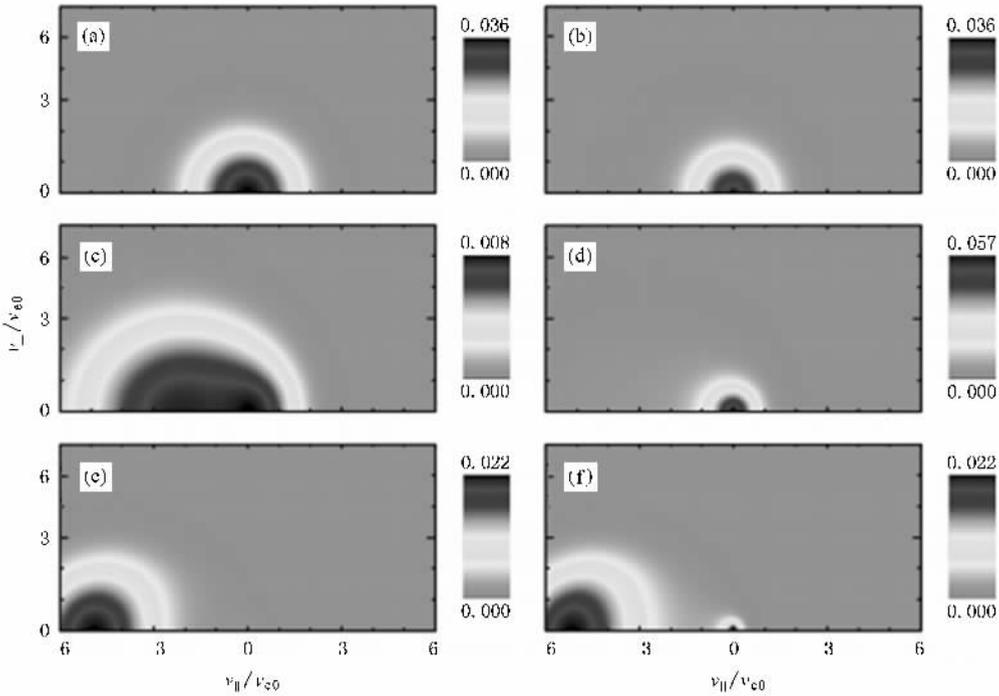


图3 不同电场强度下的电子分布函数 (a)和(b)0.01  $E_c$  作用  $500\tau_{ei}$  后 (c)和(d)0.1  $E_c$  作用  $50\tau_{ei}$  后 (e)和(f)1.0  $E_c$  作用  $5\tau_{ei}$  后 (a)(c)和(e)电离度  $Z_i = 1$ , (b)(d)和(f)电离度  $Z_i = \infty$ . 分布函数归一化到  $n_e/v_{e0}^3$

如上所述,在电子-电子碰撞、电子-离子碰撞、中等电场的共同作用下,电子分布函数可表示为静止 Maxwell 分布与漂移 Maxwell 分布之和,即

$$f(\mathbf{v}) = \delta f_M(\mathbf{v}) + (1 - \delta) f_d(\mathbf{v}), \quad (9)$$

其中  $\delta$  为静止 Maxwell 分布所占份额,静止 Maxwell 分布  $f_M(\mathbf{v})$  和漂移 Maxwell 分布  $f_d(\mathbf{v})$  分别满足

$$f_M(\mathbf{v}) = \frac{n_e}{(2\pi v_{te1}^2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{v^2}{2v_{te1}^2}\right), \quad (10)$$

$$f_d(\mathbf{v}) = \frac{n_e}{(2\pi v_{te2}^2)^{3/2}} \exp\left[-\frac{(\mathbf{v} - \mathbf{v}_d)^2}{2v_{te1}^2}\right]. \quad (11)$$

静止 Maxwell 分布所对应的电流为

$$J_M = \delta [1 - \exp(-t/\tau_{ei})] \sigma_0 (v_{te1}/v_0)^3 E. \quad (12)$$

$\sigma_0 = \gamma_{Z\sigma_L}$  是(7)式定义的与初始温度  $v_0$  对应的 Spitzer 电导率.而漂移 Maxwell 分布所对应的电流为

$$J_d = -(1 - \delta) e \int \mathbf{v} f_d(\mathbf{v}) d\mathbf{v}$$

$$= -(1 - \delta) en_e \mathbf{v}_d. \quad (13)$$

定义平行温度

$$T_{\parallel} = m_e \int f(\mathbf{v}) v_{\parallel}^2 d\mathbf{v}$$

和垂直温度

$$T_{\perp} = m_e \int f(\mathbf{v}) v_{\perp}^2 d\mathbf{v} / 2,$$

则根据(9)式可以求得

$$T_{\parallel} / m_e = \delta v_{te1}^2 + (1 - \delta) (v_{te2}^2 + v_d^2), \quad (14)$$

$$T_{\perp} / m_e = \delta v_{te1}^2 + (1 - \delta) v_{te2}^2, \quad (15)$$

进一步可得到

$$(1 - \delta) v_d^2 = (T_{\parallel} - T_{\perp}) / m_e. \quad (16)$$

虽然由(16)式不能精确地求解  $v_d$ ,但是当  $T_{\parallel} \gg T_{\perp}$  时漂移 Maxwell 分布的份额将远远大于静止 Maxwell 分布即  $1 - \delta \gg \delta$ ,此时可近似得到  $v_d \approx [(T_{\parallel} - T_{\perp}) / m_e]^{1/2}$ ;反之当漂移 Maxwell 分布的份额较小

时,近似认为漂移速度  $v_d \approx [(T_{//} - T_{\perp})/m_e]^{1/2}$  所造成的总电流的误差也较小.另外,当假设漂移 Maxwell 分布与静止 Maxwell 分布具有相同的电子热速度时,由(15)式可以求得  $v_{te1} = v_{te2} = (T_{\perp}/m_e)^{1/2}$ .为了进一步简化问题,我们根据数值模拟结果假定静止 Maxwell 分布的份额  $\delta \approx \exp[-(m_e v_d^2/T_{\perp})]$ .最终可以得到电流表达式为

$$J = \sigma_0 E \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{rl}}\right) \right] \exp\left(-\frac{T_{//} - T_{\perp}}{T_{\perp}}\right) \left(\frac{T_{\perp}}{T_0}\right)^{3/2} + n_e e \left[ 1 - \exp\left(-\frac{T_{//} - T_{\perp}}{T_{\perp}}\right) \right] \left(\frac{T_{//} - T_{\perp}}{m_e}\right)^{1/2} \quad (17)$$

根据欧姆加热定律<sup>[3]</sup>以及各向异性分布函数的同化过程<sup>[14]</sup>,平行温度与垂直温度可近似表示为

$$dT_{//} / dt = 2JE - 2\nu_{ei}(v_{eff}) (T_{//} - T_{\perp}), \quad (18)$$

$$dT_{\perp} / dt = \nu_{ei}(v_{eff}) (T_{//} - T_{\perp}), \quad (19)$$

其中  $\nu_{ei}(v_{eff}) = Z_i \Gamma^{ele}/v_{eff}^3$  为电子-离子有效碰撞频率,  $v_{eff} = \sqrt{(T_{//} + 2T_{\perp})/m_e}$  为有效速度.弱电场中满足  $T_{//} = T_{\perp} = T$ ,方程组(17)–(19)可简化为如下 Spitzer 模型:

$$J = \sigma_0 E \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{rl}}\right) \right] \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2}, \quad (20)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{2}{3} JE. \quad (21)$$

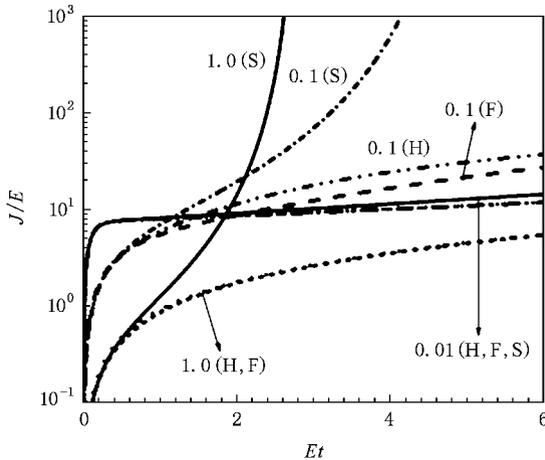


图4  $Z_i = 1$  的等离子体在不同直流电场  $0.01E_c, 0.1E_c, 1.0E_c$  中由不同模型计算得到的电流.类流体力学方程(17)–(19)的结果记为 0.1(H)等,Spitzer 模型的结果记为 0.1(S)等,Fokker-Planck 程序的结果记为 0.1(F)等.  $Et$  归一化到  $E_c \tau_{ei}$ ,  $J/E$  归一化到  $n_e e^2 \tau_{ie}/m_e$

体力学方程(17)–(19),我们可以在不借助具体的电子分布函数的情况下方便地计算等离子体在直流电场中所产生的电流.虽然这组方程是在中等强度的电场下推导出来的,但是它在任意的电场强度下都能很好适用,如图4所示.而当弱电场条件不满足时,Spitzer 模型计算得到的电流却明显地偏大.这说明,我们推导得到的这组方程不受电场强度的限制而更适用于混合粒子模拟等研究方法中.

图5中我们进一步比较了等离子体在不同强度的电场中电流的产生过程以及撤去电场后电流的衰减过程.从图5可知,在弱电场  $0.01E_c$  中,等离子体电流的产生有一个清晰而短暂的响应过程,经过这个响应过程后等离子体电流达到一个相对的稳定值,此后等离子体温度因欧姆加热而缓慢增大,因为电导率  $\sigma \propto T_e^{3/2}$ ,所以相应的电流也会缓慢增大.但是在中等强度的电场和强电场中,电流的产生却不存在清晰的响应过程,尤其是在强电场中,电流几乎是随时间呈线性增加,这说明了此时电子几乎是不受碰撞的束缚而被电场自由加速.当  $Et > 5\tau_{ei} E_c$  撤去电场后,在弱电场中电流的衰减具有一个清晰的弛豫过程,此过程和响应过程大致还是对称的,这说明此时等离子体的电子分布函数在碰撞的有效作用下可以很快恢复到静止 Maxwell 分布;但是在中等强度的电场和强电场中,电流的衰减过程和电流的产生过程却极不对称.尤其是在强电场中,由图3可知此时  $T_{//}$  和初始的  $T_{//}$  相比有了明显的增加,因此电子-离子碰撞的有效频率非常低,由(18)–(19)式可知  $T_{//}$  与  $T_{\perp}$  之间的同化过程变得非常缓慢,自然此时电流的衰减将比电流的产生要经过一个更漫

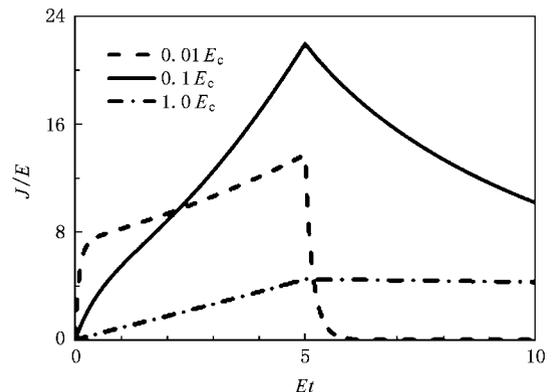


图5  $Z_i = 1$  的等离子体在不同直流电场  $0.01E_c, 0.1E_c, 1.0E_c$  中电流的产生过程以及  $Et > 5\tau_{ei} E_c$  撤除电场后电流的衰减过程.  $Et$  归一化到  $E_c \tau_{ei}$ ,  $J/E$  归一化到  $n_e e^2 \tau_{ie}/m_e$

根据初始的等离子体参数与电场强度,由类流

长的过程.

### 3.3. 混合粒子模拟中的应用

下面对惯性约束核聚变的快点火方案中快电子束输运时产生回流的过程进行模拟. 取模拟条件为一束半径为  $20 \mu\text{m}$ 、总电流  $J_f = 3.5 \text{ GA}$  的快电子束注入到均匀的 DT 等离子体中, 等离子体初始温度为  $500 \text{ eV}$ 、密度为  $10 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ , 此模拟条件对应于文献 [8] 中的低密度区域. 对于初始的等离子体温度, 需要强度为  $3.21 \times 10^{10} \text{ V/m}$  的直流电场来产生相应的回流, 这个电场约等于  $0.1048 E_c$ . 如图 4 所示,

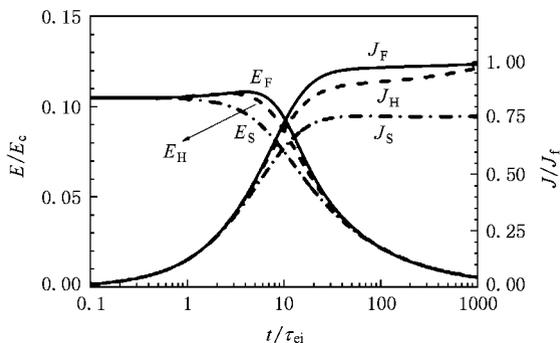


图 6 当一束半径为  $20 \mu\text{m}$ 、电流  $J_f = 3.5 \text{ GA}$  的快电子束注入到初始温度为  $500 \text{ eV}$ 、密度为  $10 \text{ g/cm}^3$  的 DT 等离子体中时, 由 Fokker-Planck 程序输出的温度再根据 (17) 式计算得到的电场  $E_F$ 、完全由方程组 (17)–(19) 计算得到的电场  $E_H$ 、由 Spitzer 模型计算得到的电场  $E_S$  以及这些电场所产生的回流比较

Spitzer 模型已不再适用于描述此中等强度的电场与其产生的回流之间的关系. 图 6 给出了由三种模型估计得到的电场以及这些电场所产生的回流. 从图 6 可以看出, 因为 Spitzer 模型高估了电导率, 所以由其计算得到的电场明显偏小, 相应产生的回流也比注入电子束的电流明显偏小. 而根据我们的类流体力学方程组 (17)–(19) 估计得到的电场, 却可以很好地产生与注入电子束的电流相当的回流.

## 4. 结 论

我们模拟了在不同强度的直流电场中电子所呈现不同的行为特征, 并对此给出了合理的解释. 研究发现, 在弱电场中, 电流与电场满足 Spitzer 公式, 且电流产生的响应时间几乎等于电流衰减的弛豫时间. 在中等强度的电场作用下, 电子可以近似地分成两部分, 其中一部分满足静止 Maxwell 分布, 另一部分满足漂移 Maxwell 分布, 而且在中等强度或者强直流电场中弛豫时间也将远远大于响应时间. 根据电子分布函数的变化规律, 我们推导出的一组类流体力学方程用于描述等离子体中的电流与电场的关系, 这组方程像 Spitzer 模型一样简便并且不受电场强度的限制. 对快点火方案的快电子输运过程中产生回流的模拟表明, 由这组方程估计得到的电场可以产生与注入电子束电流相当的回流, 而 Spitzer 模型则明显地高估了电导率而低估了电场.

[1] Spitzer L, Härm R 1953 *Phys. Rev.* **89** 977  
 [2] Benage J F, Shanahan W R, Murillo M S 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 2953  
 [3] Dreicer H 1959 *Phys. Rev.* **115** 238  
 [4] Singh N 1978 *Plasma Phys.* **20** 927  
 [5] Kulsrud R M, Sun Y C, Winsor N K, Fallon H A 1973 *Phys. Rev. Lett.* **31** 690  
 [6] Shkarofsky I P, Shoucri M M, Fuchs V 1992 *Comput. Phys. Commun.* **71** 269  
 [7] Tabak M, Hammer J, Glinsky M E, Kruer W L, Wilks S C, Woodworth J, Campbell E M, Perry M D, Mason R J 1994 *Phys. Plasmas* **1** 1626

[8] Honrubia J J, Meyer-ter-Vehn J 2006 *Nucl. Fusion* **46** L25  
 [9] Bell A R, Kingham R J 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 035003  
 [10] Dong Y L, Zhao B, Zheng J 2007 *Chin. Phys.* **16** 3742  
 [11] Luo Z M, Teng L J 1982 *Acta Phys. Sin.* **31** 1166 (in Chinese)  
 [罗正明、滕礼坚 1982 物理学报 **31** 1166]  
 [12] Weng S M, Sheng Z M, He M Q, Wu H C, Dong Q L, Zhang J 2006 *Phys. Plasmas* **13** 113302  
 [13] Weng S M, Sheng Z M, He M Q, Zhang J, Norreys P A, Sherlock M, Robinson A P L 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 185001  
 [14] Goldston R J, Rutherford P H 1995 *Introduction to Plasma Physics* (Bristol: Institute of Physics Publishing) p147

# Generation of plasma current under arbitrary strong direct current electric field<sup>\*</sup>

Weng Su-Ming<sup>1)</sup> Sheng Zheng-Ming<sup>1)†</sup> Zhang Jie<sup>1)2)</sup>

<sup>1)</sup> *Beijing National Laboratory of Condensed Matter Physics, Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*

<sup>2)</sup> *Department of Physics, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China*

(Received 31 July 2008; revised manuscript received 23 September 2008)

## Abstract

The generation of plasma current and the evolution of electron distribution under arbitrarily strong direct current electric fields have been studied by Fokker-Planck simulation. It is found that the behaviors of plasma are different under different fields: in the weak field, Spitzer's law is suitable for describing the relationship between plasma current and electric field, and the response time to generate current is approximately equal to the relaxation time to reduce current after switching off the electric field; in the moderate field, the electron distribution is well represented by the sum of a stationary and drifting Maxwellian, and the relaxation time is much longer than the response time. According to the detailed knowledge of electron distributions, a set of hydrodynamic-like equations, similar to Spitzer's but without the weak-field limit, is given for calculating the current. It is more suitable for application in hybrid particle-in-cell simulations.

**Keywords**: plasma current, electron distribution function, Fokker-Planck simulation, Spitzer's law

**PACC**: 5265, 5220, 5220F, 5225D

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grand Nos. 10425416, 10674175, 60621063), and the State Key Development Program for Basic Research of China (Grand Nos. 2007CB815101, 2007CB815105).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: zmsheng@sjtu.edu.cn