

基于最大 Lyapunov 指数的多变量 混沌时间序列预测*

张 勇† 关 伟

(北京交通大学系统工程与控制研究所, 北京 100044)

(2008 年 4 月 23 日收到, 2008 年 8 月 2 日收到修改稿)

参考基于最大 Lyapunov 指数的单变量混沌时间序列预测方法, 提出一种通过选取多个邻近重构向量, 预测多变量混沌时间序列的局域法. 采用新方法对两个完全不同的 Rössler 方程的耦合系统, Rössler 方程和 Hyper Rössler 方程的耦合系统的多变量混沌时序进行一步和多步预测, 结果表明了该方法的有效性, 且算法具有较强的抗噪能力. 讨论了参考邻近点数和预测结果的关系.

关键词: Lyapunov 指数, 混沌时间序列预测, 多变量时间序列, 最小二乘法

PACC: 0545

1. 引 言

混沌广泛存在于自然系统和社会系统之中, 它是介于确定和随机之间的不规则运动, 混沌系统最本质的特征是系统对初始条件的极端敏感性. 混沌在许多实际系统中已经得到较为广泛的应用, 如生物医学、通讯、社会经济、交通、声学、化学等等. 因此, 对混沌系统的建模、预测和控制已经成为当代研究的前沿课题.

尽管混沌现象是一种不规则现象, 但它来源于确定系统, 因此在短期范围内存在预测的可能. 按照预测思想的不同, 已有混沌时间序列的预测方法主要有局域法^[1,2], 全域法^[3]以及自适应预测法^[4-10]. 局域法是寻找若干个邻近的重构向量, 通过拟合空间点的轨迹进行预测, 全域法选择所有重构向量进行拟合预测, 自适应预测方法是将两种方法与自适应算法相结合. 另外, 近年来结合各种智能技术, 如神经网络、模糊理论和支持向量机的预测方法得到了广泛研究^[11-18]. 但是, 已有的方法几乎都是针对单变量的混沌时序, 而对多变量混沌时序的预测研究甚少.

从理论上讲多变量序列包含原动力系统的信息要多于单变量序列, 另外实际中的系统往往由多个变量描述, 并且可以通过实验和观测获取, 因此研究多变量混沌时序的预测不仅具有重要理论意义, 还具有一定的实际价值.

已有的单变量混沌时序预测的拟合方法推广到多变量情况下, 其预测结果仍然是单个变量而不是多个变量的时序^[19], 本文提出一种基于最大 Lyapunov 指数的多变量混沌时序预测方法, 该方法参考了基于最大 Lyapunov 指数的单变量混沌时序预测方法, 选取多个邻近参考点对多个变量同时进行一步或多步预测, 并且预测方法同样适合于单变量混沌时序. 通过在两个完全不同的 Rössler 方程的耦合系统, Rössler 方程和 Hyper Rössler 方程的耦合系统上进行数值实验, 仿真结果表明了该算法的有效性. 讨论了预测步数和噪声对预测结果的影响.

2. 多变量混沌时序的重构和最大 Lyapunov 指数的计算

多变量序列的重构与单变量序列的重构一样, 其理论基础为 Takens 的延迟嵌入定理, 当嵌入维数

* 国家高技术研究发展计划(批准号: 2006AA11Z212)、国家重点基础研究发展计划(批准号: 2006CB705507)、国家自然科学基金(批准号: 60874078, 60834001)和高等学校博士学科点专项科研基金项目(批准号: 20070004020)资助的课题.

† E-mail: zhenzidan1980@yahoo.cn

足够大,可以恢复出原有系统的动力学特征时,文献 [20] 提出了多变量时间序列延迟重构的思想和方法,具体做法如下:

设有 L 个变量的相互独立的时间序列 $\{x_{l,n}\}_{n=1}^N$ ($l=1, 2, \dots, L$), 其中 $x_{l,n} = x_l(t_0 + n\Delta t)$ ($n=1, 2, \dots, N; l=1, 2, \dots, L$), 其中 t_0 是起始时间, Δt 是采样间隔时间, 则多变量序列的重构方式为

$$\mathbf{X}_n = (x_{1,n}, x_{1,n-\tau_1}, \dots, x_{1,n-(m_1-1)\tau_1}; x_{2,n}, x_{2,n-\tau_2}, \dots, x_{2,n-(m_2-1)\tau_2}; \dots, x_{L,n}, x_{L,n-\tau_L}, \dots, x_{L,n-(m_L-1)\tau_L}), \quad (1)$$

式中 $n = N_0, N_0 + 1, \dots, N, N_0 = \max_{1 \leq l \leq L} ((m_l - 1)\tau_l + 1)$, 其中 τ_l ($l=1, 2, \dots, L$) 和 m_l ($l=1, 2, \dots, L$) 分别表示延迟时间间隔和嵌入维数, 总的嵌入维数为

$$m = \sum_{l=1}^L m_l.$$

延迟时间间隔 τ_l ($l=1, 2, \dots, L$) 的确定与单变量时间序列重构采用相同的方法, 可以采用自相关函数法和平均互信息最小法, 嵌入维的确定用预测误差最小法和虚假邻近点法, 其思想与单变量重构的一致. 例如, 采用虚假邻近点法确定嵌入维时, 对

实测时间序列 (m_1, m_2, \dots, m_L) 从 $(1, 1, \dots, 1)$ 开始, 每次 m_l 增加 1, 统计虚假邻近点的比例, 直到小于某个值, 或者不再随 $m = \sum_{l=1}^L m_l$ 的增加而减少, 此时 (m_1, m_2, \dots, m_L) 即为嵌入维^[21].

在得到重构向量后, 计算多变量混沌时序的最大 Lyapunov 指数与计算单变量混沌时序的最大 Lyapunov 指数的方法一样, 文献 [22] 采用了小数据量方法计算多变量混沌时序的最大 Lyapunov 指数, 结果表明采用多个变量序列计算最大 Lyapunov 指数, 计算需要的步长较短, 精度也高于单变量时序的计算结果.

3. 本文算法

在预测单变量混沌时序, 即 (1) 式中 $L=1$ 时, 设 \mathbf{X}_T 为最后一个时刻的重构向量, \mathbf{X}_t 为参考邻近向量, 则有

$$\|\mathbf{X}_{T+p} - \mathbf{X}_{t+p}\| = e^{\lambda p \Delta t} \|\mathbf{X}_T - \mathbf{X}_t\|. \quad (2)$$

当 $p \leq \tau_1$ 时, 基于最大 Lyapunov 指数的 p 步预测值为

$$\hat{x}_{1,T+p} = x_{1,t+p} \pm \sqrt{e^{2\lambda p \Delta t} \|\mathbf{X}_T - \mathbf{X}_t\|^2 - \sum_{i=1}^{m_1-1} (x_{1,T-i\tau_1+p} - x_{1,t-i\tau_1+p})^2}, \quad (3)$$

(3) 式右边均为已知项.

在预测多变量混沌时序, 即 $L > 1$ 时, 即预测 $x_{1,T+p}, x_{2,T+p}, \dots, x_{L,T+p}$ 的值, 由 (1) 式, 有

$$\mathbf{X}_{T+p} = (x_{1,T+p}, x_{1,T-\tau_1+p}, \dots, x_{1,T-(m_1-1)\tau_1+p}; x_{2,T+p}, x_{2,T-\tau_2+p}, \dots, x_{2,T-(m_2-1)\tau_2+p}; \dots, x_{L,T+p}, x_{L,T-\tau_L+p}, \dots, x_{L,T-(m_L-1)\tau_L+p}). \quad (4)$$

当 $p \leq \min\{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_L\}$ 时, \mathbf{X}_{T+p} 的分量中只有 $x_{1,T+p}, x_{2,T+p}, \dots, x_{L,T+p}$ 未知. 由于最大 Lyapunov 指数是定量描述相空间中邻近轨道的指数发散或收敛的平均速率的量, 因此, 对多变量的混沌序列 (2) 式仍然满足, 由 (1) 式, 有

$$\|\mathbf{X}_{T+p} - \mathbf{X}_{t+p}\|^2 = \sum_{l=1}^L \sum_{i=0}^{m_l-1} (x_{l,T-i\tau_l+p} - x_{l,t-i\tau_l+p})^2. \quad (5)$$

将 (5) 式代入 (2) 式, 可以得到 $x_{1,T+p}, x_{2,T+p}, \dots, x_{L,T+p}$ 满足方程

$$\sum_{l=1}^L \sum_{i=0}^{m_l-1} (x_{l,T-i\tau_l+p} - x_{l,t-i\tau_l+p})^2 = e^{2\lambda p \Delta t} \|\mathbf{X}_T - \mathbf{X}_t\|^2. \quad (6)$$

由 (6) 式可得

$$\sum_{l=1}^L (x_{l,T+p} - x_{l,t+p})^2 = e^{2\lambda p \Delta t} \|\mathbf{X}_T - \mathbf{X}_t\|^2 - \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^{m_l-1} (x_{l,T-i\tau_l+p} - x_{l,t-i\tau_l+p})^2. \quad (7)$$

将 (7) 式左边平方项展开, 即

$$\sum_{l=1}^L (x_{l,T+p}^2 - 2x_{l,T+p}x_{l,t+p} + x_{l,t+p}^2) = e^{2\lambda p \Delta t} \|\mathbf{X}_T - \mathbf{X}_t\|^2 - \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^{m_l-1} (x_{l,T-i\tau_l+p} - x_{l,t-i\tau_l+p})^2. \quad (8)$$

将 (8) 式中等式左边的平方项 $x_{l,t+p}^2$ ($l=1, 2, \dots, L$) 移到右边得到

$$\begin{aligned}
& \sum_{l=1}^L (x_{l,T+p}^2 - 2x_{l,T+p}x_{l,t+p}) \\
&= e^{2\lambda p\Delta t} \|X_T - X_t\|^2 \\
&\quad - \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^{m_l-1} (x_{l,T-i\tau_l+p} - x_{l,t-i\tau_l+p})^2 \\
&\quad - \sum_{l=1}^L x_{l,t+p}^2, \quad (9)
\end{aligned}$$

(9)式右边均为已知项.

如果选取 K 个邻近参考向量 X_k ($k=1, 2, \dots, K$) 则有

$$\begin{aligned}
& \sum_{l=1}^L (x_{l,T+p}^2 - 2x_{l,T+p}x_{l,t_k+p}) \\
&= e^{2\lambda p\Delta t} \|X_T - X_t\|^2 \\
&\quad - \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^{m_l-1} (x_{l,T-i\tau_l+p} - x_{l,t_k-i\tau_l+p})^2 \\
&\quad - \sum_{l=1}^L x_{l,t_k+p}^2 \quad (k=1, 2, \dots, K). \quad (10)
\end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned}
b_k &= e^{2\lambda p\Delta t} \|X_T - X_{t_k}\|^2 - \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^{m_l-1} (x_{l,T-i\tau_l+p} - x_{l,t_k-i\tau_l+p})^2 \\
&\quad - \sum_{l=1}^L x_{l,t_k+p}^2, \quad (11)
\end{aligned}$$

代入(10)式 则有

$$\begin{aligned}
& \sum_{l=1}^L (x_{l,T+p}^2 - 2x_{l,T+p}x_{l,t_1+p}) = b_1, \\
& \sum_{l=1}^L (x_{l,T+p}^2 - 2x_{l,T+p}x_{l,t_2+p}) = b_2, \quad (12)
\end{aligned}$$

在(12)式中从第二行开始各行减去上一行, 消除左边各平方项 $x_{l,T+p}^2$ ($l=1, 2, \dots, L$) 得到

$$\begin{aligned}
& \sum_{l=1}^L [(-2x_{l,t_2+p} + 2x_{l,t_1+p})x_{l,T+p}] \\
&= b_2 - b_1, \\
& \sum_{l=1}^L [(-2x_{l,t_3+p} + 2x_{l,t_2+p})x_{l,T+p}] \\
&= b_3 - b_2, \quad (13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{l=1}^L [(-2x_{l,t_K+p} + 2x_{l,t_{K-1}+p})x_{l,T+p}] \\
&= b_K - b_{K-1}.
\end{aligned}$$

(13)式为需要预测的未知项 $x_{1,T+p}, x_{2,T+p}, \dots, x_{L,T+p}$ 满足的线性方程组, 令

$$X = -2 \begin{bmatrix} x_{1,t_2+p} - x_{1,t_1+p} & \cdots & x_{L,t_2+p} - x_{L,t_1+p} \\ x_{1,t_3+p} - x_{1,t_2+p} & \cdots & x_{L,t_3+p} - x_{L,t_2+p} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{1,t_K+p} - x_{1,t_{K-1}+p} & \cdots & x_{L,t_K+p} - x_{L,t_{K-1}+p} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$B = \begin{bmatrix} b_2 - b_1 \\ b_3 - b_2 \\ \vdots \\ b_K - b_{K-1} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$Y = \begin{bmatrix} \hat{x}_{1,T+p} \\ \hat{x}_{2,T+p} \\ \vdots \\ \hat{x}_{L,T+p} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

(13)式可以写成

$$XY = B. \quad (17)$$

(17)式中, Y 为预测值组成向量, 当 $p \leq \min\{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_L\}$ 时, 由(11)式, B 已知, X 也已知. 当 $K-1 \geq L$ 时, 方程组(17)中方程个数 $K-1$ 大于等于未知数个数 L , 通过最小二乘拟合得到预测值 Y , 有

$$Y = (X^T X)^{-1} X^T B. \quad (18)$$

由以上推导, 与基于最大 Lyapunov 指数的单变量混沌时序预测方法不同, 在多变量情况下必须选取多个参考点才能进行. 应该指出本文方法同样适用于单变量的混沌时序预测, 此时 $L=1$, 而且预测结果唯一, 而(3)式中在预测时有两个预测值. 因此, 采用新方法消除了预测时, 在(3)式中预测结果不唯一的问题.

算法流程如下:

1) 确定多变量混沌时序重构的嵌入维数和延迟时间 (τ_l, m_l) ($l=1, 2, \dots, L$);

2) 采用(1)式重构向量, 用小数据量方法计算最大 Lyapunov 指数;

3) 确定参考点数 K ($K \geq L+1$), 对最后一个时刻的重构向量 X_T , 计算 X_T 与参考样本的 X_t 的距离 d_t . 对 d_t 排序, 选取最近的 K 个向量 X_{t_k} ($k=1, 2, \dots, K$);

4) 按照(11)(14)-(16)(18)式计算 p 步后的预测值 ($p \leq \min\{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_L\}$).

4. 数值实验

为了说明本文提出的预测方法的有效性, 本文采用文献 [22] 中的两个耦合混沌系统和重构参数进行预测实验. 误差评价体系采用平均绝对误差 e_{AAE} , 正规化均方误差 e_{NMSE} [19] 和相关系数 R , 有

$$e_{AAE} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |\hat{x}_{l,n} - x_{l,n}|, \quad (19)$$

$$e_{NMSE} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\hat{x}_{l,n} - x_{l,n})^2}{\sigma^2}, \quad (20)$$

$$R = \frac{\sum_{n=1}^N \hat{x}_{l,n} x_{l,n} - \sum_{n=1}^N \hat{x}_{l,n} \sum_{n=1}^N x_{l,n}}{\sqrt{\sum_{n=1}^N (\hat{x}_{l,n} - \overline{\hat{x}_{l,n}})^2} \cdot \sqrt{\sum_{n=1}^N (x_{l,n} - \overline{x_{l,n}})^2}} \quad (21)$$

(20) 式中 σ^2 是 $x_{l,n}$ 的方差, $\hat{x}_{l,n}$ 和 $x_{l,n}$ 为预测值和实际值.

4.1. 实验模型

系统 1 考虑两个完全不同的 Rössler 方程的耦

合系统,

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\omega_1 y_1 - z_1 + \epsilon(x_2 - x_1), \\ \dot{y}_1 &= \omega_1 x_1 + 0.15 y_1, \\ \dot{z}_1 &= 0.2 + z_1(x_1 - 10), \\ \dot{x}_2 &= -\omega_2 y_2 - z_2 + \epsilon(x_1 - x_2), \\ \dot{y}_2 &= \omega_2 x_2 + 0.15 y_2, \\ \dot{z}_2 &= 0.2 + z_2(x_2 - 10), \end{aligned} \quad (22)$$

其中 $\omega_1 = 0.99, \omega_2 = 0.95$ 系统的初始状态为 $x_{1,0} = 0.1, y_{1,0} = 0.2, z_{1,0} = 0.3, x_{2,0} = 0, y_{2,0} = 0, z_{2,0} = 15$, 耦合参数 $\epsilon = 0.05$, 系统最大的 Lyapunov 指数 $\lambda = 0.07804$.

系统 2

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\omega_1 y_1 - z_1 + \epsilon(x_2 - x_1), \\ \dot{y}_1 &= \omega x_1 + 0.15 y_1, \\ \dot{z}_1 &= 0.2 + z_1(x_1 - 10), \\ \dot{x}_2 &= \omega_2 + 0.25 x_2 + z_2 + \epsilon(x_1 - x_2), \\ \dot{y}_2 &= 3 + y_2 \omega_2, \\ \dot{z}_2 &= -0.5 y_2 + 0.05 z_2, \\ \dot{\omega}_2 &= -x_2 - y_2, \end{aligned} \quad (23)$$

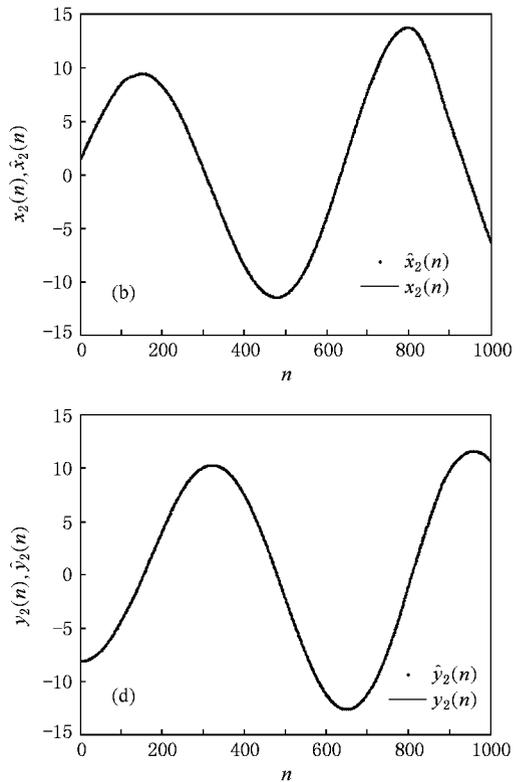
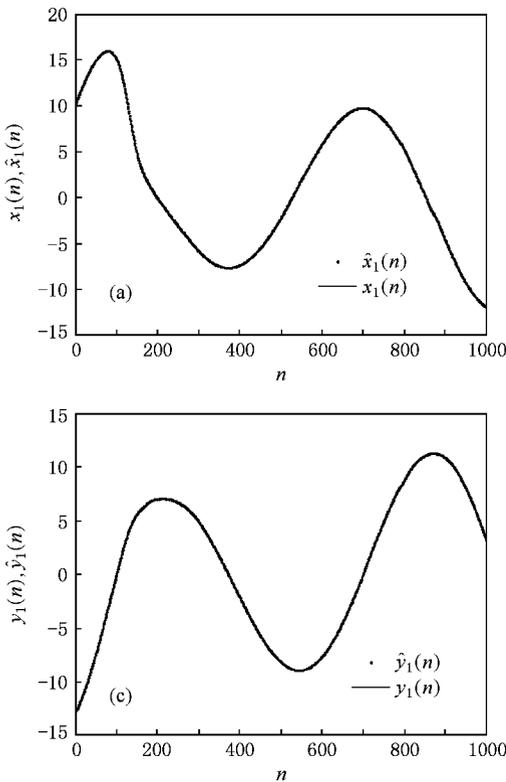


图 1 系统 1 的一步预测结果对比图 $x_1(n), x_2(n), y_1(n), y_2(n)$ 为实际值 $\hat{x}_1(n), \hat{x}_2(n), \hat{y}_1(n), \hat{y}_2(n)$ 为预测值. (a) 预测 x_1 (b) 预测 x_2 (c) 预测 y_1 (d) 预测 y_2

其中 $\omega = 0.925$, 系统初始状态为 $x_{1,0} = 0.1, y_{1,0} = 0.2, z_{1,0} = 0.3, x_{2,0} = 0, y_{2,0} = 0, z_{2,0} = 15, \omega_2 = -20$, 耦合参数取 $\varepsilon = 0.008$, 系统的最大 Lyapunov 指数 $\lambda = 0.104558$.

本文预测实验中, 先由模型产生各个变量的时间序列, 计算方法采用龙格-库塔积分法, 积分步长取 $\Delta t = 0.01$, 时间序列步长为 17000, 舍弃前 10000 个步长的序列. 在预测时, 由前 5000 步的时序重构向量为参考向量, 对后 1000 步的变量值进行预测.

4.2. 一步预测实验

对系统 1, 分别对变量 x_1 作单变量时序重构, 对变量 x_1, x_2 进行两变量时序重构, 对变量 x_1, x_2, y_1 进行三变量时序重构, 对变量 x_1, x_2, y_1, y_2 进行四变量时序重构. 采用本文所提出的方法进行一步预测实验, 即 $p = 1$, 预测结果如表 1 所示. 图 1 为重构变量取 x_1, x_2, y_1, y_2 时的一步预测值与实际值的对比图, 由图 1 的对比结果可见采用本文方法在一步预测情况下, 各变量的预测值均能很好地符合实际值, 说明了本文提出的算法的有效性.

表 1 系统 1 的一步预测结果

K	重构变量	重构参数 (m_l/τ_l)	e_{AAE}	e_{NMSE}	R
100	x_1	6/17	0.0198	0.5354×10^{-5}	1.0000
100	x_1	4/17	0.0488	0.1241×10^{-3}	0.9999
	x_2	3/14	0.0706	0.2675×10^{-3}	0.9999
300	x_1	1/17	0.0497	0.0716×10^{-3}	1.0000
	x_2	4/14	0.0762	0.1951×10^{-3}	0.9999
	y_1	2/11	0.0384	0.0564×10^{-3}	1.0000
300	x_1	1/17	0.0662	0.1575×10^{-3}	1.0000
	x_2	4/14	0.0709	0.1712×10^{-3}	0.9999
	y_1	2/11	0.0562	0.1215×10^{-3}	1.0000
	y_2	1/16	0.0600	0.1008×10^{-3}	1.0000

4.3. 多步预测实验

对系统 2 的 x_1, x_2, ω_2, y_1 进行四变量时序重构, 采用本文所提出的方法进行 $p = 1, 2, 3$ 步预测, 预测结果如表 2 所示. 图 2 为预测值与实际值的对比图, 由图 2 的对比结果可见预测随着步长的增加预测效果减小, 因此采用本文提出的方法进行预测 p 不宜取值太大.

4.4. 噪声影响

为了分析噪声对本文预测方法的影响, 本文选

表 2 系统 2 的多步预测结果

K	重构变量	重构参数 (m_l/τ_l)	p	e_{AAE}	e_{NMSE}	R
500	x_1	3/15	1	0.0775	0.4749×10^{-3}	0.9998
	x_2	5/12		0.1522	0.8856×10^{-3}	0.9997
	ω_2	1/15		0.0432	0.0506×10^{-3}	1.0000
	y_1	1/15		0.0610	0.2344×10^{-3}	0.9999
500	x_1	3/15	2	0.1546	0.0019	0.9991
	x_2	5/12		0.3029	0.0035	0.9988
	ω_2	1/15		0.0849	0.0002	0.9999
	y_1	1/15		0.1211	0.0009	0.9996
500	x_1	3/15	3	0.2312	0.0042	0.9980
	x_2	5/12		0.4520	0.0078	0.9972
	ω_2	1/15		0.1257	0.0004	0.9998
	y_1	1/15		0.1806	0.0020	0.9991

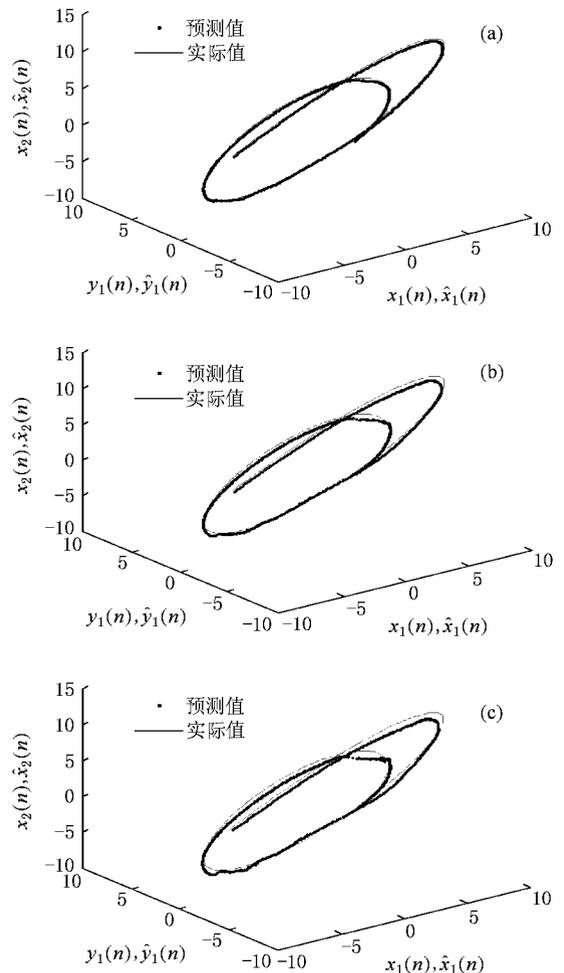


图 2 系统 2 的多步预测结果对比图 $x_1(n), x_2(n), y_1(n)$ 为实际值, $\hat{x}_1(n), \hat{x}_2(n), \hat{y}_1(n)$ 为预测值. (a) $p = 1$ (b) $p = 2$ (c) $p = 3$

取系统 2 $x_1(n), x_2(n)$ 两个变量在加入噪声的情况下进行预测, 结果如表 3 所示. 从表 3 可以看出随着加入噪声的方差增加, 预测的 e_{AAE} 和 e_{NMSE} 增大, R 但是在噪声服从分布 $N(0, 1 \times 10^{-1})$ 的情况

下, 相比没有噪声的预测结果, e_{AAE} 只增大到 8 倍左右, R 均在 0.9900 以上, 说明该预测方法具有较强的抗噪能力.

表 3 系统 2 时间序列加入白噪声后的预测结果

K	重构变量	重构参数 (m_l/τ_l)	噪声分布	e_{AAE}	e_{NMSE}	R
300	x_1	5/15	无	0.0786	0.1851×10^{-3}	0.9999
	x_2	3/12	无	0.0841	0.2185×10^{-3}	0.9999
300	x_1	5/15	$N(0, 1 \times 10^{-3})$	0.1001	0.2797×10^{-3}	0.9999
	x_2	3/12	$N(0, 1 \times 10^{-3})$	0.1111	0.3484×10^{-3}	0.9998
300	x_1	5/15	$N(0, 1 \times 10^{-2})$	0.2080	0.0012	0.9994
	x_2	3/12	$N(0, 1 \times 10^{-2})$	0.1154	0.0013	0.9993
300	x_1	5/15	$N(0, 1 \times 10^{-1})$	0.5998	0.0097	0.9952
	x_2	3/12	$N(0, 1 \times 10^{-1})$	0.6573	0.0115	0.9943

4.5. 参数 K 选择

本文提出的预测方法是一种局域预测法, 其中参考邻近点的个数 K 的选取对结果至关重要, 邻近点数太少则不能很好地拟合出实际的曲线轨迹, K 太大时, 会出现过度拟合现象. 对系统 1, 选取 $x_1,$

x_2, y_1 三个重构变量, 不同的 K 值下的预测平均绝对误差如图 3 所示, 在 $K = 100$ 时, e_{AAE} 较大, 当 $K = 250$ 时, 三个变量的预测的 e_{AAE} 均比较小, 随着 K 的增大, x_2 预测的 e_{AAE} 开始增大, 说明参考了非邻近点.

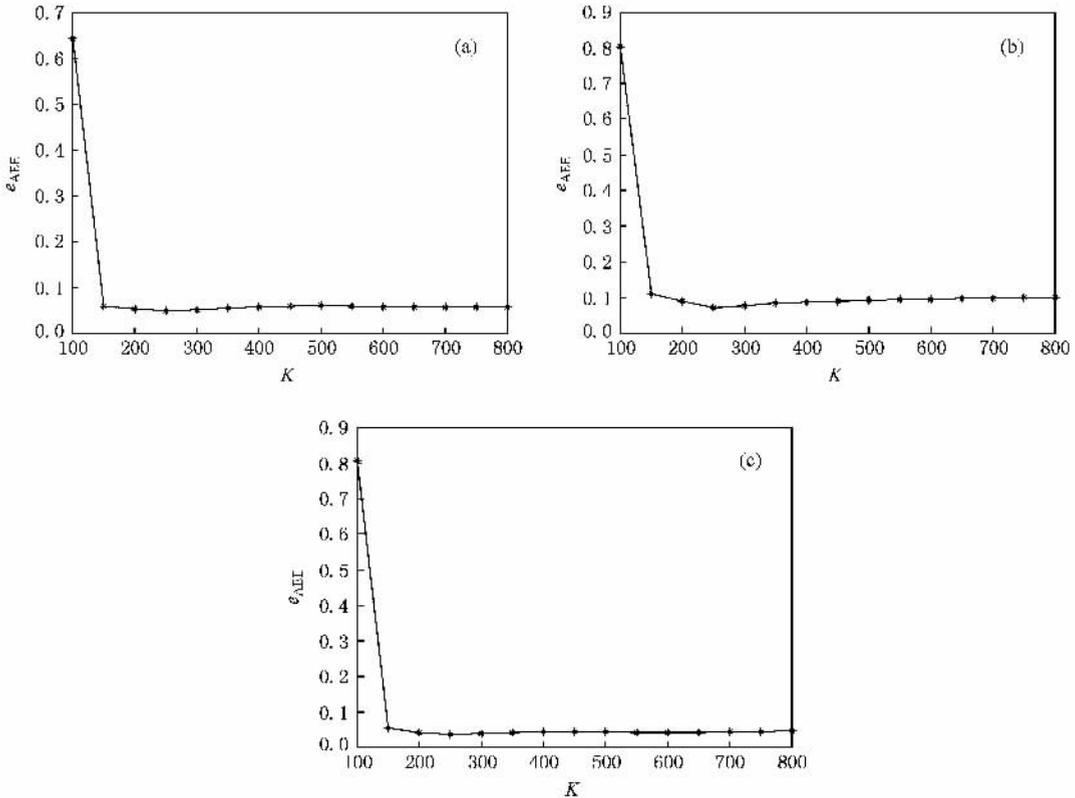


图 3 系统 1 采用不同参考点数 K 时 x_1, x_2, y_1 三个重构变量的预测评价绝对误差 e_{AAE} (a) 预测 x_1 (b) 预测 x_2 (c) 预测 y_1

5. 结 论

混沌预测是研究混沌运动的主要内容之一,已有的混沌时序预测方法均是基于单个变量的混沌预测.本文提出一种基于最大 Lyapunov 指数的多变量

混沌时序预测方法,该方法拓展了单变量最大 Lyapunov 指数的混沌时序预测,通过选取多个邻近参考点同时预测多个变量,对两个耦合的混沌系统产生的时序进行了预测,结果表明该方法的精度较高,并且可以进行多步预测,且具有较强的抗噪能力.

- [1] Zhou Y D , Ma H , Lü W Y , Wang H Q 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6809 (in Chinese) [周永道、马 洪、吕王勇、王会琦 2007 物理学报 **56** 6809]
- [2] Zhang J S , Dang J L , Li H C 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 67 (in Chinese) [张家树、党建亮、李恒超 2007 物理学报 **56** 67]
- [3] Zhang S , Xiao X C 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5062 (in Chinese) [张 森、肖先赐 2005 物理学报 **54** 5062]
- [4] Yan H , Wei P , Xiao X C 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5111 (in Chinese) [闫 华、魏 平、肖先赐 2007 物理学报 **56** 5111]
- [5] Gan J C , Xiao X C 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2995 (in Chinese) [甘建超、肖先赐 2003 物理学报 **52** 2995]
- [6] Meng Q F , Zhang Q , Mu W Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1666 (in Chinese) [孟庆芳、张 强、牟文英 2006 物理学报 **55** 1666]
- [7] Zhang S , Xiao X C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1221 (in Chinese) [张 森、肖先赐 2000 物理学报 **49** 1221]
- [8] Zhang S , Xiao X C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 403 (in Chinese) [张 森、肖先赐 2000 物理学报 **49** 403]
- [9] Zhang S , Xiao X C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 2333 (in Chinese) [张 森、肖先赐 2000 物理学报 **49** 2333]
- [10] Zhang S , Xiao X C 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1248 (in Chinese) [张 森、肖先赐 2001 物理学报 **50** 1248]
- [11] Ren R , Xu J , Zhu S H 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 555 (in Chinese) [任 韧、徐 进、朱世华 2006 物理学报 **55** 555]
- [12] Cui W Z , Zhu C C , Bao W X , Liu J H 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3303 (in Chinese) [崔万照、朱长纯、保文星、刘君华 2004 物理学报 **53** 3303]
- [13] Ye M Y , Wang X D , Zhang H R 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2568 (in Chinese) [叶美盈、汪晓东、张浩然 2005 物理学报 **54** 2568]
- [14] Yu Z H , Cai Y L 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1659 (in Chinese) [于 振华、蔡远利 2006 物理学报 **55** 1659]
- [15] Liu F C , Sun L P , Liang X M 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3302 (in Chinese) [刘福才、孙立萍、梁晓明 2006 物理学报 **55** 3302]
- [16] Wang H W , Ma G F 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3293 (in Chinese) [王宏伟、马广富 2004 物理学报 **53** 3293]
- [17] Hu Y X , Gao J F 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5034 (in Chinese) [胡 玉霞、高金峰 2005 物理学报 **54** 5034]
- [18] Li J , Liu J H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4569 (in Chinese) [李 军、刘君华 2005 物理学报 **54** 4569]
- [19] Wang H Y , Lu S 2006 *Nonlinear Time Series Analysis and Application* (Beijing : Science Press) p102 (in Chinese) [王海燕、卢 山 2006 非线性时间序列分析及其应用(北京 科学出版社)第 102 页]
- [20] Cao L Y , Mees A , Judd K 1998 *Physics D* **121** 75
- [21] Wang H Y , Sheng Z H , Zhang J 2003 *J. South. Univ. (Natural Science Edition)* **33** 115 (in Chinese) [王海燕、盛昭瀚、张 进 2003 东南大学学报(自然科学版) **33** 115]
- [22] Lu S , Wang H Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 572 (in Chinese) [卢 山、王海燕 2006 物理学报 **55** 572]

Predication of multivariable chaotic time series based on maximal Lyapunov exponent^{*}

Zhang Yong[†] Guan Wei

(*Institute of Systems Engineering and Control , Beijing Jiaotong University , Beijing 100044 , China*)

(Received 23 April 2008 ; revised manuscript received 2 August 2008)

Abstract

A method for prediction of multivariable chaotic time series through selecting many neighboring reconstructed vectors is proposed with reference to the method for prediction of single-variable chaotic time series based on maximal Lyapunov exponent. The new method is used to forecast the chaotic time series of two Rössler equations coupled system , Rössler equation and Hyper Rössler equations coupled system for onestep and multistep. Results show that the algorithm can forecast multivariable chaotic time series precisely and has strong anti-chirp ability. The relation between the result and the number of neighbor points is discussed.

Keywords : Lyapunov exponent , prediction of chaotic time series , multivariable time series , least squares method

PACC : 0545

^{*} Project supported by the National High Technology Research and Development Program of China(Grant No. 2006AA11Z212) , the State Key Development Program for Basic Research of China(Grant No. 2006CB705507) , the National Natural Science Foundation of China(Grant Nos. 60874078 , 60834001) , and the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China(Grant No. 20070004020) .

[†] E-mail : zhenzidan1980@yahoo.cn