第 58 卷 第 3 期 2009 年 3 月
1000-3290/2009/58(03)/1420-12
物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA
Vol.58, No.3, March, 2009

含指数项广义平方映射的分岔和吸引子

包伯成[1)2)] 康祝圣[3)] 许建平[4)] 胡 文[1)]

1)(南京理工大学电子工程系,南京 210094)
2)(江苏技术师范学院电气信息工程学院,常州 213001)
3)(电子科技大学电子工程学院,成都 610054)
4)(西南交通大学电气工程学院,成都 610031)

(2008 年 1 月 21 日收到;2008 年 2 月 12 日收到修改稿)

由平方映射延伸构造出了一类含指数项的广义平方映射,并由一维映射通过一次耦合项得到了二维映射.利用一参数分岔图、二参数动力学行为分布图、映射迭代曲线和吸引子相图等方法对这类广义平方映射进行了分析和仿真.研究结果表明:一维广义平方映射分布在一个单位区域内的,有着与单峰平方映射相类似的非线性动力学现象;而二维广义平方映射则存在 Hopf 分岔和锁频等现象,有着复杂多变、形状奇异的极限环和混沌吸引子.

关键词:广义平方映射,分岔,迭代曲线,吸引子

PACC:0545

1. 引 言

分岔和混沌等非线性现象广泛存在于电子学、物理学、化学、生物学以及技术科学、社会科学等各个领域[1,2].混沌及其混沌控制在电子系统、保密通信、数据加密、故障诊断等众多领域中得到了广泛的应用[3].近年来,Hayes 和 Corron 等人通过加载随机信号,从线性系统中获得了反时间的混沌信号[4,5],说明了混沌不仅是非线性动力学系统所特有的现象.

自从 Logistic 映射、Hénon 映射和 Lorenz 方程等提出以来,人们不断发现新的混沌系统[6—10],或者从已有的映射和方程等作延伸构造出新的混沌系统[11—13],在对这些系统深入研究的基础上,建立相应的理论体系[14—16],并不断发现新的非线性物理现象[17,18].平方映射与 Logistic 映射互为拓扑共轭,是非线性映射分岔和混沌现象的理论研究和应用实践的通用范例[12,13,18].

本文重点研究一类含指数项的广义平方映射的动力学特征.首先构造含指数项的广义平方映射,其一维映射可以从平方映射中直接延伸出来,而二维映射则由一维广义平方映射通过一次耦合项得到.然后对它们非线性动力学现象进行详细的分析讨论和数值仿真,给出二维广义平分映射所具有的复杂多变、形状奇异的极限环和混沌吸引子的仿真结果.

2. 一维广义平方映射

从平方映射

$$x_{n+1} = b[1 - x_n^2] \tag{1}$$

出发,我们首先定义本文提出的含指数项的一维广义平方映射

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= f(x_n) = b[\exp(ax_n^2) - x_n^2]; \\ a &\in [5, +\infty], \\ b &\in [-1, 1], \\ x(0) &\in [-1, 1], \end{aligned} \tag{2}$$

式中有两个控制参数 a 和 b.

显然,当 $a = 0$ 时,(2)式变成(1)式,即平方映射是上述定义的一维广义平方映射的特例.换句话说,一维广义平方映射应具有平方映射的所有特征,而它是否表现出其他新的特征将是本节讨论的重点.

2.1. 函数曲线特征和不动点

由(2)式可求出

$$f'(x) = -2bx[a\exp(-ax^2) + 1], \tag{3}$$

故此映射的临界点 x 为 0.当 $x = 0$ 时,在 $b \in [-1, 0)$ 区间内,(2)式具有极小值 b;在 $b \in (0, 1]$ 区间内,(2)式具有极大值 b;若设 $b \in [-1, 1]$,则满足 f:$[-1, 1] \to [-1, 1]$.

图 1(a)为 $b = 1$ 时,$a = 5, 10, 50, 500$ 对应的函

数曲线;图 1(b)为 $a=10$ 时，$b=1,0.7,0.4,-0.4,-0.7,-1$ 对应的函数曲线. 可见曲线的结构与上述分析的结果相符.

从图 1 中可以看出，当 $a\geqslant 5$，x 渐近 ± 1 边界时，广义平方映射函数的指数项部分迅速衰减并无限趋近 0. 在 $b\in(-1,1)$ 区间内，广义平方映射有一个不动点(与对角线的交点)，随着参数 b 的变化，不动点历经稳定点和不稳定点之间变化. 当 b 接近 ± 1 边界时，广义平方映射将产生另一个新的不动点. 参数 a 越大，广义平方映射不动点转变成不稳定点时参数 b 离中心 0 点的距离越短，即 b 的绝对值越小，致使映射出现第一次倍周期分岔位置离中心 0 点距离越小.

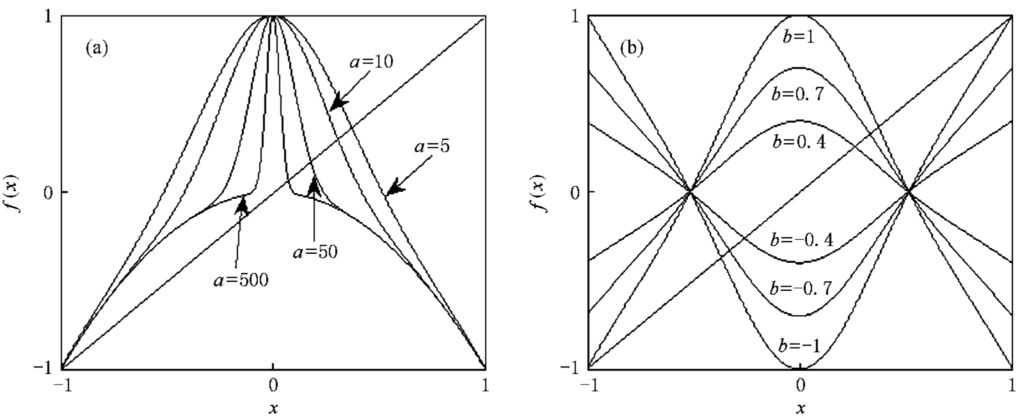

图 1　(a) $b=1$ 时，$a=5,10,50,500$ 对应的函数曲线;(b) $a=10$ 时，$b=1,0.7,0.4,-0.4,-0.7,-1$ 对应的函数曲线

当 $b=\pm 1$ 时，映射方程在 $x=\pm 1$ 边界附近各产生一个不动点，分别是 $b=1$ 时 $x\approx -1$;$b=-1$ 时 $x\approx 1$. 该不动点的斜率为 $f'(\pm 1)\approx 2>1$，是不稳定的不动点，映射在这里发生了奇变发散，因此，当 $a\geqslant 5$ 时，$b=\pm 1$ 是广义平方映射的迭代边界，即广义平方映射将分布在一个单位区域内.

2.2. 不动点的演变与倍周期分岔

图 2 给出了广义平方映射在 $a=10$ 时的分岔图和对应的 Lyapunov 指数谱. 当 $a=10$ 时，在 $b\in(-1,1)$ 区间内广义平方映射有一个交点不动点. 由于分岔具有奇对称性，下面将讨论 $b\in[0,1)$ 区间内不动点的演变情况.

当 $b=0.317$ 时，一次迭代曲线在 $x=0.2$ 附近与对角线交点处斜率为 -1，即特征值在 $b=0.317$ 附近将越出 -1 的边界，不动点转变成一个不稳定点，映射出现了第一次倍周期分岔，产生了周期 2 运行轨道. 在二次迭代映射曲线上，该不动点是图 3(a)中的一个切点 A，随着参数 b 增加，此切点分裂成三个交点，其中有二个交点为稳定点，产生了两条稳定轨道，有一个交点为不稳定点，产生了一条不能观察到的不稳定轨道. 在 $b=0.545$ 附近，如图 3(b)

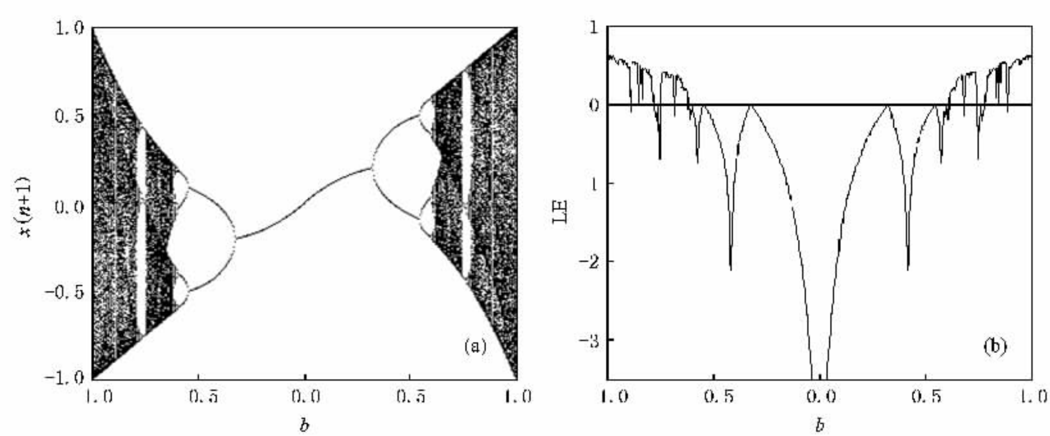

图 2　广义平方映射的分岔图和 Lyapunov 指数

所示的 A 和 C 稳定点斜率逐渐变化成 -1，随着参数 b 增加，其特征值穿过 -1 边界，导致 A 和 C 稳定点转变成两个不稳定点，产生了第二次倍周期分岔，即周期 4 分岔. 图 3(b) 中 A 和 C 两个交点在图 3(c) 四次迭代曲线上是两个切点，切点将分裂成四个稳定点和两个不稳定点. 图 3(d) 为 $b=0.596$ 附近的八次迭代曲线图，从图中可以看到参数 b 增加到 0.596 附近时，原先的四个稳定点都趋向了临界点，表现在图 3(d) 中转变成了四个切点，遍历了周期 2 分岔和周期 4 分岔一样的历程. 同时可以看出，不动点的稳定区域将变得越来越窄，可以计算出映射出现倍周期分岔时所对应参数值 $b_n(n=1,2,\cdots)$ 序列间隔比的极限为

$$\delta' = \lim_{n\to\infty}\frac{b_n - b_{n-1}}{b_{n+1} - b_n} = 4.4706, \tag{4}$$

(4) 式给出的 δ' 与 Feigenbaum 常数 $\delta = 4.66920\cdots$ 十分接近，说明广义平方映射与单峰平方映射和 Logistic 映射等所决定的系统具有一些共同规律，即在通向混沌道路的一系列倍周期分岔过程中，在参数空间中都表现出自相似性.

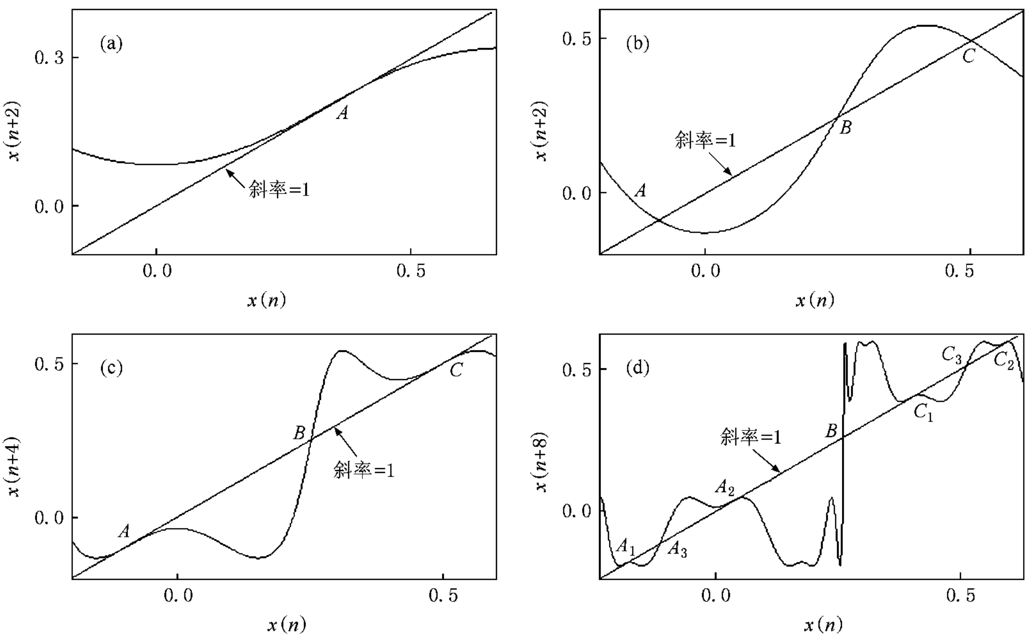

图 3 不动点演变的映射迭代曲线图 (a) 和 (b) 为二次迭代曲线，(c) 为四次迭代曲线，(d) 为八次迭代曲线，(a)，(c) 和 (d) 分别对应于出现周期 2，4，8 附近的二、四、八次迭代曲线

2.3. 切分岔和周期窗的形成

图 2 所示的分岔图在 $b\in[0,1)$ 区间内是典型的正分岔情形，在混沌区域内出现了一个较大的周期 3 窗口和较小的周期 5 窗口，其局部分岔图如图 4(a) 和 (b) 所示，周期窗中周期 3 和周期 5 轨道遍历相似的倍周期分岔后通向了混沌道路，并在窗口结束位置发生混沌危机，引起混沌状态的突变，由密致的窄带突然变为较稀疏的一个宽带. 混沌危机的出现是由于不稳定周期轨道与次级混沌带相遇引起混沌带中的轨道充斥于各轨道之间.

观察图 4(a)，当参数 b 增大到 0.7442 附近时，广义平方映射产生了切分岔，引发了阵发混沌，出现了周期 3 窗口. 图 4(c) 给出了 $b=0.7442$ 附近的三次映射迭代曲线，三次迭代曲线与对角线刚好相切，产生了三个切点 A，B，C 和一个不稳定的交点 D，这三个切点就形成三条稳定的周期轨道和三条不稳定轨道，三条不能观察到的不稳定轨道在窗口结束处与次级混沌带相遇，从而引起混沌危机. 图 4(d) 则是 $b=0.6776$ 附近的五次映射迭代曲线，与对角线相切时产生了五个切点 A，B，C，D，E 和一个不稳定的交点 H，五个切点不动点就形成五条稳定的周期轨道和五条不稳定的轨道.

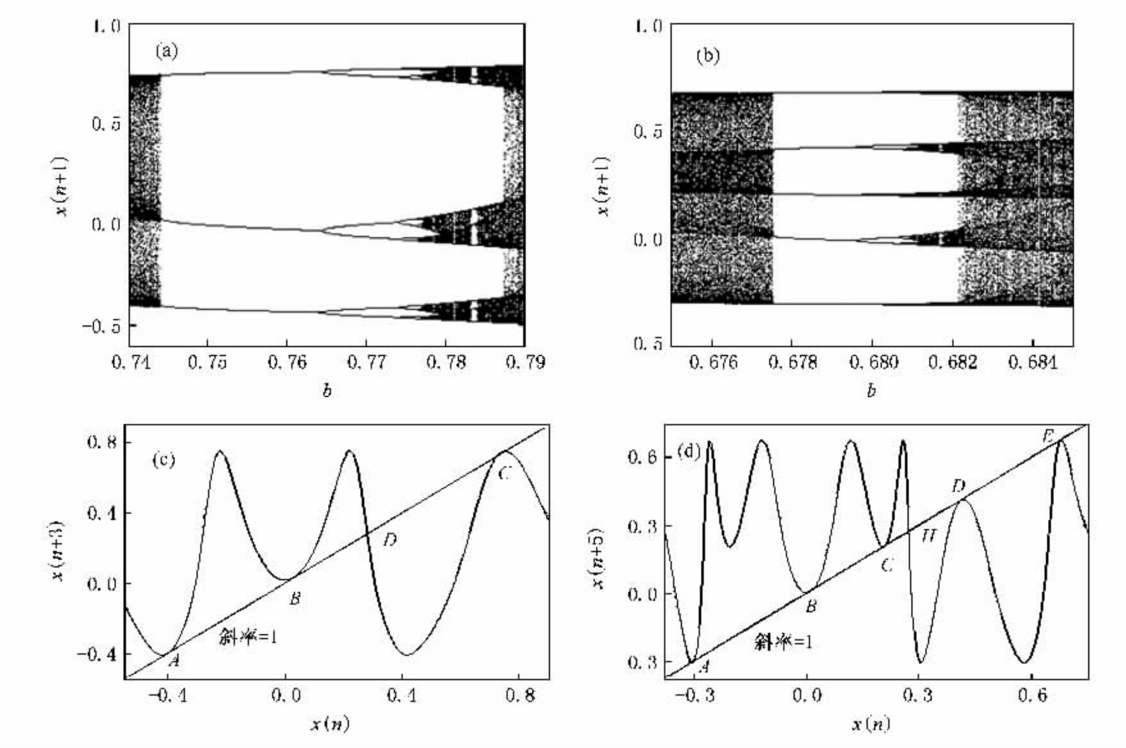

图 4　(a)周期 3 窗；(b)周期 5 窗；(c)三次迭代曲线；(d)五次迭代曲线

2.4. 动力学行为分布

二参数 a 和 b 同时变化时，在初值 $x(0)\in[-1,1]$ 内，广义平方映射的动力学行为分布如图 5 所示. 图 5 是根据周期数的大小使用相应的黑白灰度将该映射点在二参数平面中绘出，图 5(a)的 x 坐标是线性尺度，y 坐标是指数尺度；而图 5(b)的 x 和 y 坐标都是线性尺度. 图中白色区域代表周期 1，黑色区域代表混沌，周期数越大则灰度越深.

可以看出，大周期数和混沌区域主要集中在参数 b 左右两侧区间内，在此区间内还夹杂着小周期数区域，说明在混沌区域内存在周期窗口. 从图中还可以看出，随参数 a 指数值增大，大周期区域逐渐向参数 b 的中心 0 点靠拢.

在分布图上取水平直线，就可以得到不同参数 a 下参数 b 在$[-1,1]$范围内变化时映射的分岔图，如图 6 所示. 从图 6 中可以看出，广义平方映射具有与单峰平方映射和 Logistic 映射相类似的非线性动力学现象，随着参数的变化，出现了倍周期分岔、混沌、切分岔、阵发混沌、周期窗等现象. 同时可以看出，

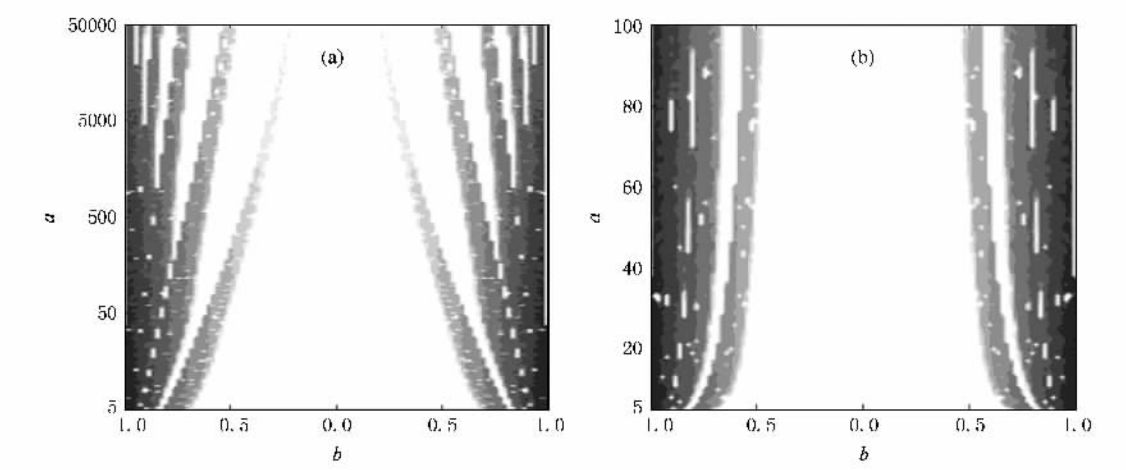

图 5　(a)广义平方映射动力学行为分布图；(b)局部图

a 值越大,出现第一次分岔位置越趋向中心 0 点.

观察图 6,我们发现,当参数 a 增大时,出现的 Feigenbaum 倍周期分岔过程受到了一定的破坏.图 6(a)出现倍周期分岔所对应的 b 值分别为 0.1517,0.4764,0.4997,序列间隔比为 $\delta_a = 13.9356$;图 6(b)出现倍周期分岔所对应的 b 值分别为 0.0492,0.331,0.3771,序列间隔比为 $\delta_b = 6.1345$.计算结果与 Feigenbaum 常数相差较大,表明在大参数 a 时,映射的分岔行为没有严格遍历 Feigenbaum 倍周期分岔过程.

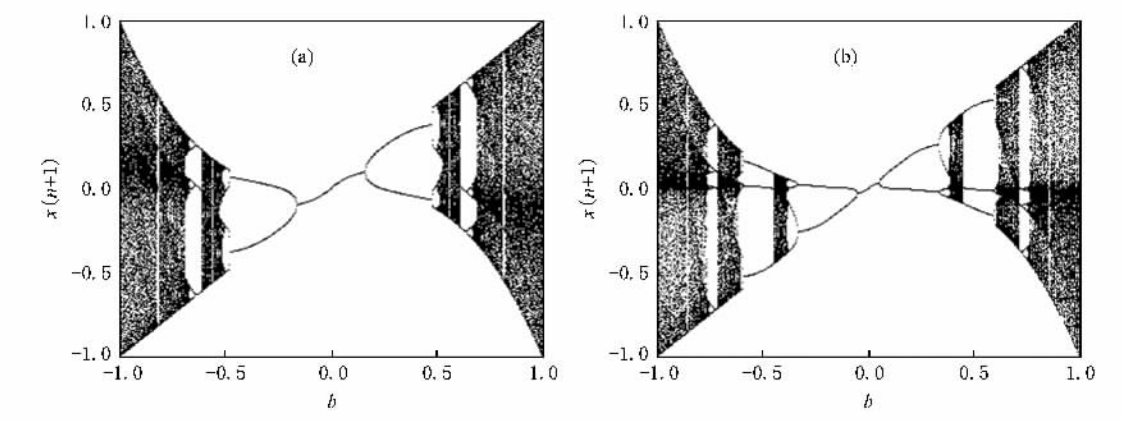

图 6 在不同参数 a 下 b 变化时的分岔图 :(a) $a = 50$;(b) $a = 500$

3. 二维广义平方映射

3.1. 映射构造及其动力学行为

通过一次耦合项,构造以下二维广义平方映射

$$x_{n+1} = b_1[\exp(-ax_n^2) - x_n^2] + ry_n ,$$
$$y_{n+1} = b_2[\exp(-ay_n^2) - y_n^2] + rx_n , \tag{5}$$

二维广义平方映射的动力学行为是由控制参数 r,a,b_1,b_2 决定.选取参数在 $r\in[-1,1]$,$b_1 = b_2 = b\in[-1,1]$的区间内同时变化,二维广义平方映射的动力学行为分布图如图 7 所示.图 7(a),(c)和(d)为初值$[x_0,y_0] = [0,0.1]$时,参数 $a = 10,100,1000$ 时的分布图 ;图 7(b)则为初值$[x_0,y_0] = [0,0]$时,参数 $a = 10$ 时的分布图.从图 7 中可以看到,二维广义平方映射在不同参数 a 和初值下,其动力学行为分布变化较大.

图 7(a)中大周期数和混沌区域主要集中在参数 $r = 0.4$ 附近上下两个区间内,从下面的分析得知,在参数 $r = 0.4$ 上区间内,二维广义平方映射在出现周期 2 分岔后经由 Hopf 分岔通往混沌 ;而下区间内,则是先由倍周期分岔通往混沌,然后经切分岔产生周期窗口,并在其内发生 Hopf 分岔再进入混沌.图 7(c)和 7(d)逐步把两个混沌区域连成了一片.

3.2. 分岔图及其分析

当 $a = 10$,初值$[x_0,y_0] = [0,0.1]$时,图 8 分别给出了 $r = 0.5$,$r = 0.7$,$r = -0.4$,$b_1 = b_2 = b\in[-1,1]$时,变量 y 的全局和局部分岔图.

从图 8 可以看到,二维映射 $b_1 = b_2 = b$ 时,分岔图具有一定的奇对称性,因此我们只讨论 $b\in[0,1)$区间内系统行为的演变情况.

当 $r = 0.5$ 时,在图 8(a)和(b)中,在 $b\in[0,0.16]$区间内,系统趋于一个不动点,增加参数 b,在 $b = 0.16$ 附近发生了倍周期分岔,出现了周期 2 运行轨道 ;在 $b = 0.387$ 附近周期 2 轨道发生 Hopf 分岔,系统将会在相平面上出现围绕着原有周期 2 点的两个极限环 ;进一步增加 b,相平面会出现奇异吸引子.

当 $r = 0.7$ 时,在图 8(c)和(d)中,在 $b = 0.089$ 附近系统发生了周期 2 分岔 ;在 $b = 0.306$ 附近周期 2 轨道失稳,系统发生了 Hopf 分岔.

当 $r = -0.4$ 时,在图 8(e)和(f)中,系统出现的分岔现象较上面两种情况复杂.在 $b = 0.229$ 附近系统发生了周期 2 分岔,接着在 $b = 0.425$,$b = 0.481$ 和 $b = 0.492$ 附近依次发生了周期 4、周期 8 和周期 16 分岔,直至出现混沌.在 $b = 0.564$ 附近系统发生切分岔,产生了周期 2 窗口.在 $b\in[0.557,0.665]$周期 2 窗区间内,系统出现了以周期 5 为起始的和以

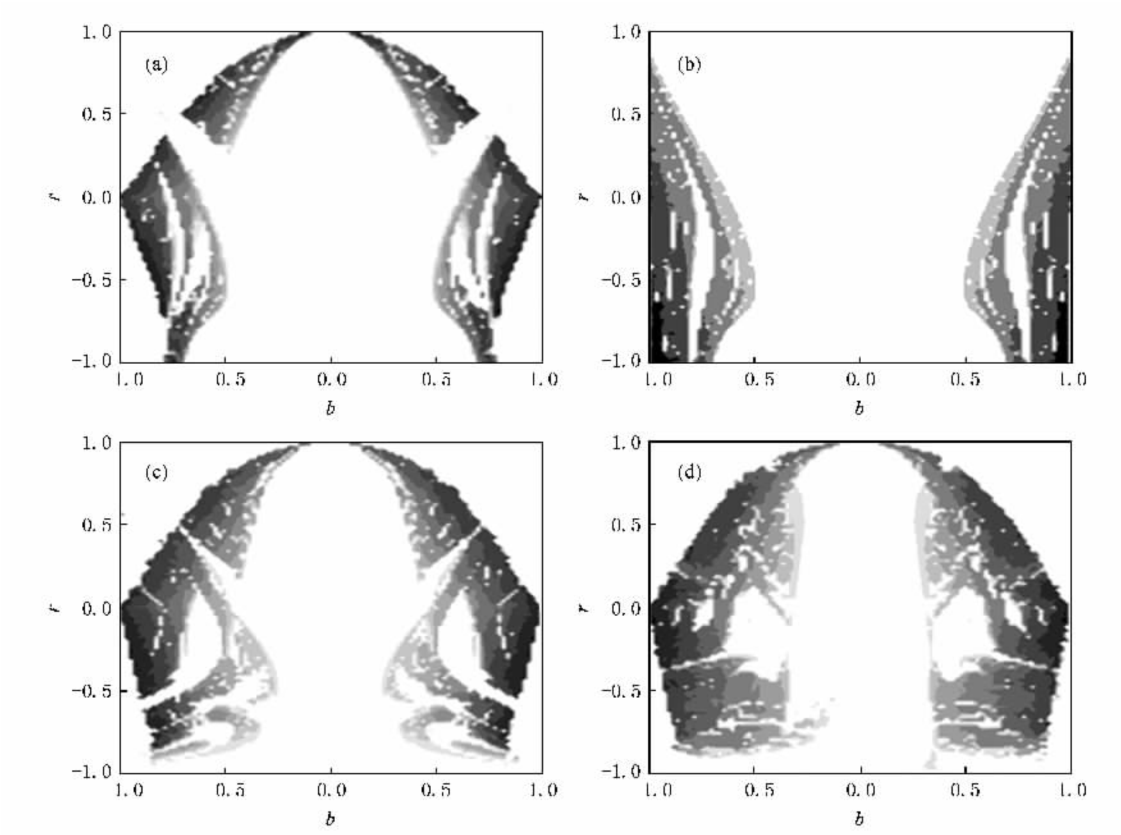

图 7　二维广义平方映射动力学行为分布图　(a) $a = 10$，$[x_0, y_0] = [0, 0.1]$；(b) $a = 10$，$[x_0, y_0] = [0, 0]$；(c) $a = 100$，$[x_0, y_0] = [0, 0.1]$；(d) $a = 1000$，$[x_0, y_0] = [0, 0.1]$

两个平行周期 3 为起始的吸引子共存现象．在 $b = 0.659$ 附近系统发生了 Hopf 分岔，相平面将出现两个极限环．在 $b = 0.690$ 附近系统又发生切分岔，产生了周期 3 窗口，周期 3 窗口内的周期轨道随着参数 b 增加，在 $b = 0.717$ 附近系统发生周期 2 分岔，并在 $b = 0.733$ 附近发生 Hopf 分岔，相平面将出现六个极限环；然后在 $b = 0.747$ 附近系统出现混沌危机，三个混沌窄带变成了一个混沌宽带．

图 9 给出了另外一组不同参数值下，选取某一分岔参数变化时变量 x 的分岔图．

3.3. 极限环和混沌吸引子

图 10 给出了不同参数值下二维广义平方映射的吸引子，从图中可见奇异吸引子是一种始终限于有限区域且轨道永不重复的、形态复杂的运动．它所具有的精细结构在所有尺度上都存在，甚至在无穷长时间极限下，吸引子也不会在相平面内形成一个实体(说明：在图 10，图 11 和图 12 中，横轴是 x 坐标，纵轴是 y 坐标，一组不同的三个参数值分别对应于每行的三个相图，第一行为图(a)，第二行为图(b)，依次类推)．

观察图 10(a)，(b)和(c)，并结合对图 8(a)和(b)分岔图的分析，可知(5)式所描述的系统最初出现在相平面上是一个周期 1 点，然后周期 2 分岔后出现了周期 2 点，周期 2 点失稳发生 Hopf 分岔后，相平面上出现了两个极限环，随参数 b 增加，两个极限环增大变形，形成了奇异的极限环吸引子，并逐步转变成了奇异的混沌吸引子．图 10 中的吸引子具有很好的对称性，这与文献[13]中给出的下述定理的结论一致．

定理　令 $z_n = x_n + \mathrm{i}y_n$，记 $z_n^* = y_n + \mathrm{i}x_n$，则式(5)可表示为 $z_{n+1} = f(z_n)$，由它构造吸引子，有

$$[f^k(z_n)]^* = f^k(z_n^*) \quad (k = 1, 2, \cdots, N), \tag{6}$$

N 为迭代次数．

该定理说明(5)式的吸引子在 $b_1 = b_2 = b$ 时关于 $y = x$ 对称．

图 11 和图 12 给出了二维广义平方映射控制参数 r, a, b_1, b_2 在其他取值时的奇异吸引子．在图 11 和图 12 中，可以观察到二维广义平方映射具有复杂多样的极限环和混沌吸引子，并且随控制参数值的

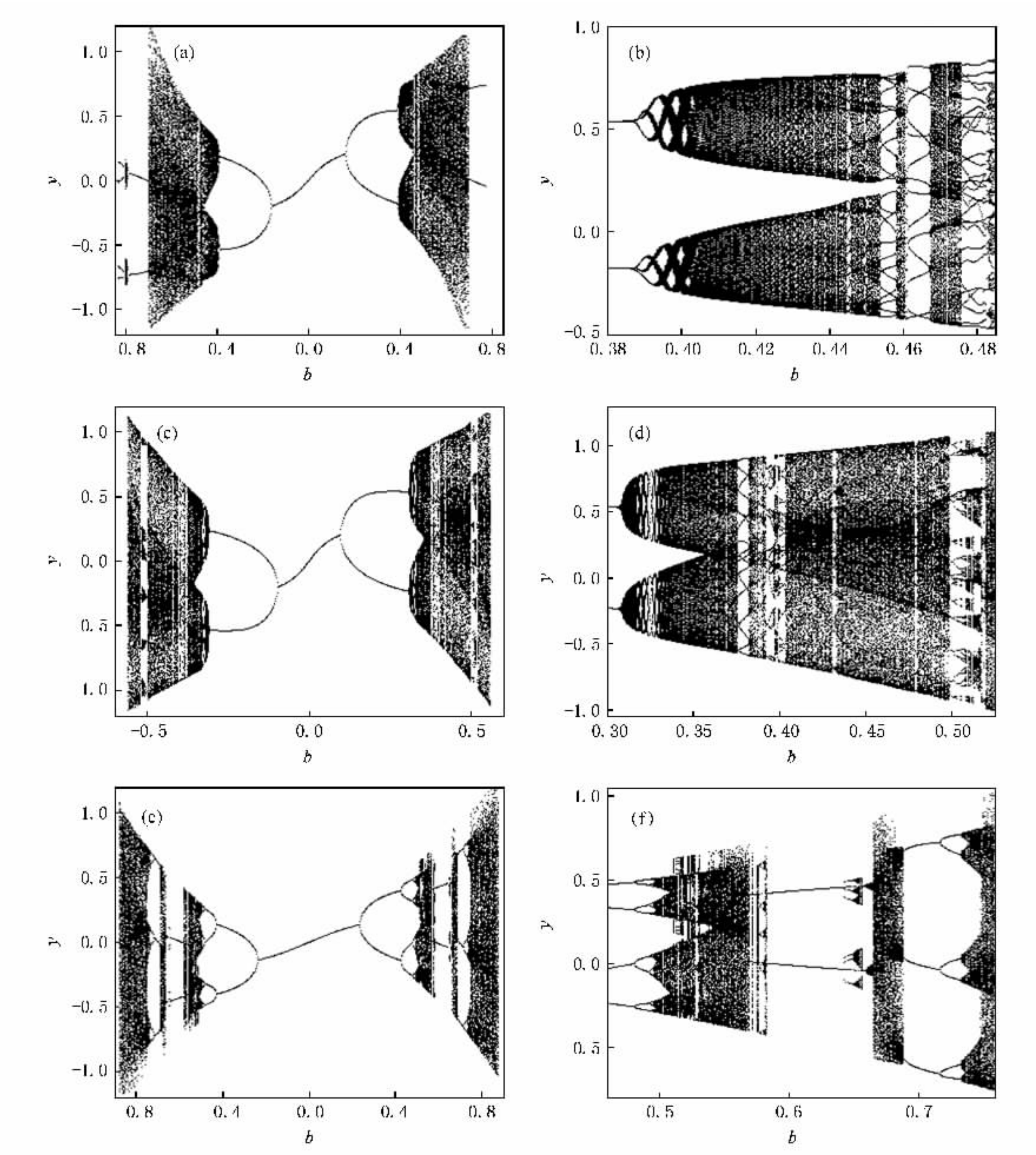

图 8 二维广义平方映射的分岔图 (a) $r=0.5$ 全局图;(b) $r=0.5$ 局部图;(c) $r=0.7$ 全局图;(d) $r=0.7$ 局部图;(e) $r=-0.4$全局图;(f) $r=-0.4$ 局部图

变化,系统从环面过渡到混沌,或者两个环面相遇时,具有锁频现象并出现复杂的准周期运动.而在一维广义平方映射中,未进入混沌区时,不会出现这种现象.另外,从图 11(d)和(e)容易观察到,当参数 b_1,b_2 不一致时,二维广义平方映射的吸引子不具有对称性.

在上述两条通向混沌的道路上,我们观察到了二维广义平方映射的周期倍化现象,同时也观察了形态不一的极限环和混沌的奇异吸引子.这说明由(5)式所描述的系统可按倍周期分岔和 Hopf 分岔走向混沌.

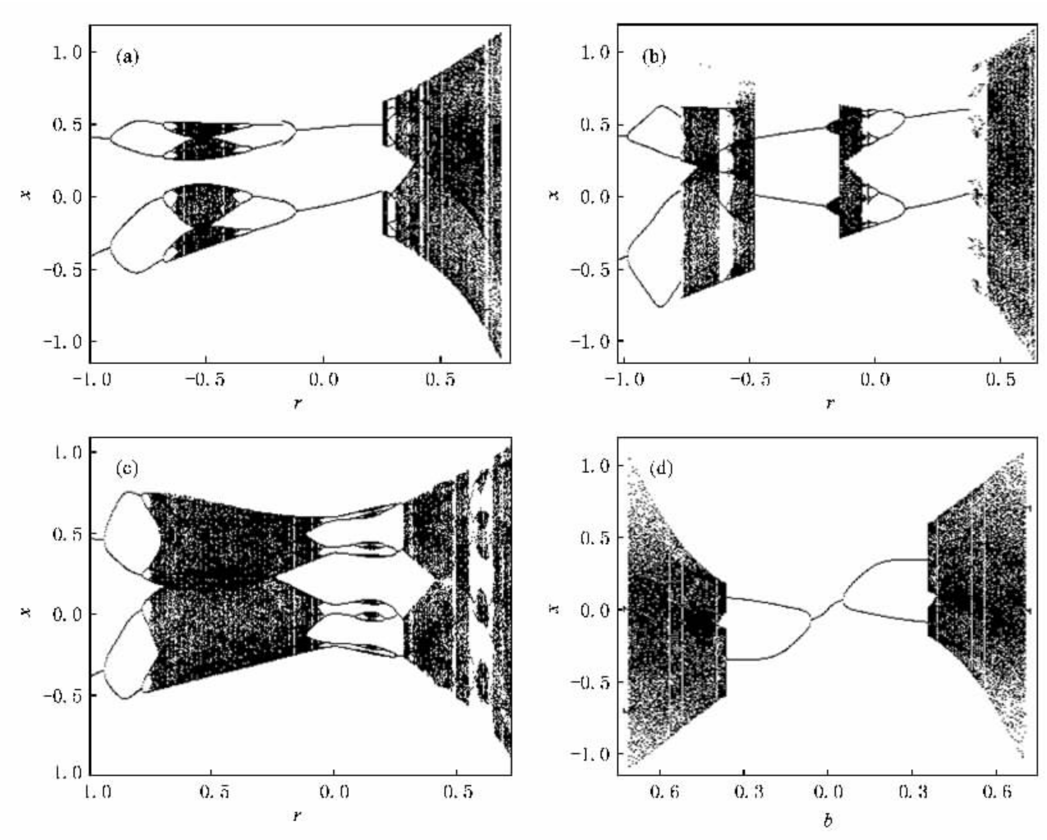

图 9　另外一组二维广义平方映射的分岔图　(a) $a = 10$，$b_1 = b_2 = 0.5$；(b) $a = 10$，$b_1 = b_2 = 0.6$；(c) $a = 10$，$b_1 = 0.6$，$b_2 = 0.3$；(d) $a = 100$，$r = 0.5$

4. 结　　论

本文构造了含指数项的一维和二维广义平方映射，采用一参数分岔图、二参数动力学行为分布图、映射迭代曲线和吸引子相图等方法，对这类广义平方映射进行了全面深入的研究.

含指数项广义平方映射有着一般映射所不同的分岔现象和奇异吸引子，具体表现在：

1. 在确定的控制参数区间内，一维广义平方映射分布在一个单位区域内，有着与单峰平方映射相类似的非线性动力学现象. 但在大参数 a 时，映射的分岔行为没有严格遍历 Feigenbaum 倍周期分岔过程.

2. 二维广义平方映射存在 Hopf 分岔和锁频等现象，其吸引子在 $b_1 = b_2 = b$ 时关于 $y = x$ 对称，极限环和混沌吸引子呈现出了十分复杂的但丰富多变的图案.

限于篇幅，本文没有对广义平方映射进行较详细的定量分析，只给出了部分仿真结果. 广义平方映射的复动力学现象如何？具有什么样的 M-J 集？其映射的分形尚待进一步研究.

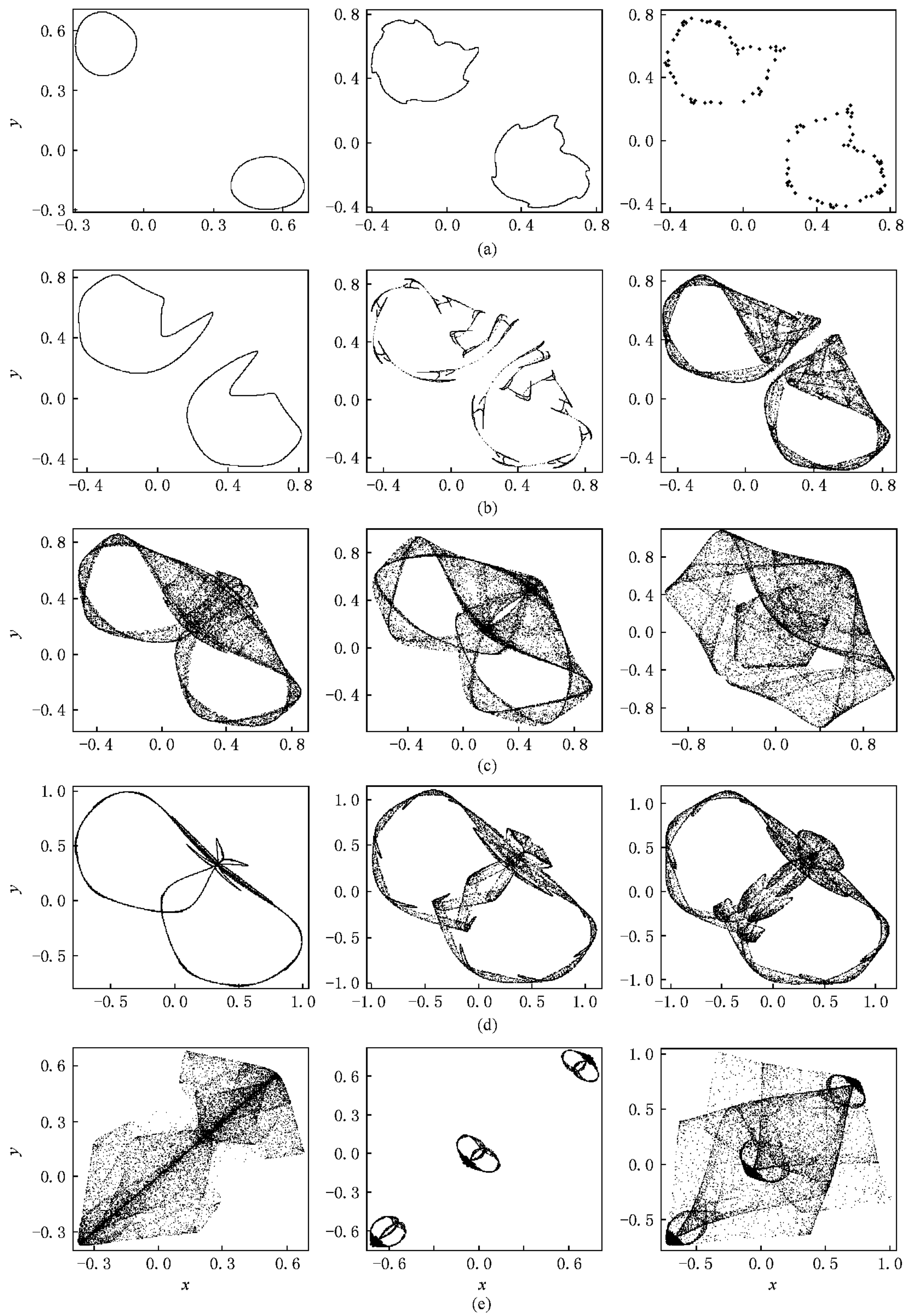

图 10 二维广义平方映射的吸引子 (a) $r = 0.5$ 时, $b = 0.40$, $b = 0.45$, $b = 0.46$; (b) $r = 0.5$ 时, $b = 0.47$, $b = 0.485$, $b = 0.49$; (c) $r = 0.5$ 时, $b = 0.5$, $b = 0.55$, $b = 0.65$; (d) $r = 0.7$ 时, $b = 0.45$, $b = 0.52$, $b = 0.54$; (e) $r = -0.4$ 时, $b = 0.55$, $b = 0.745$, $b = 0.75$

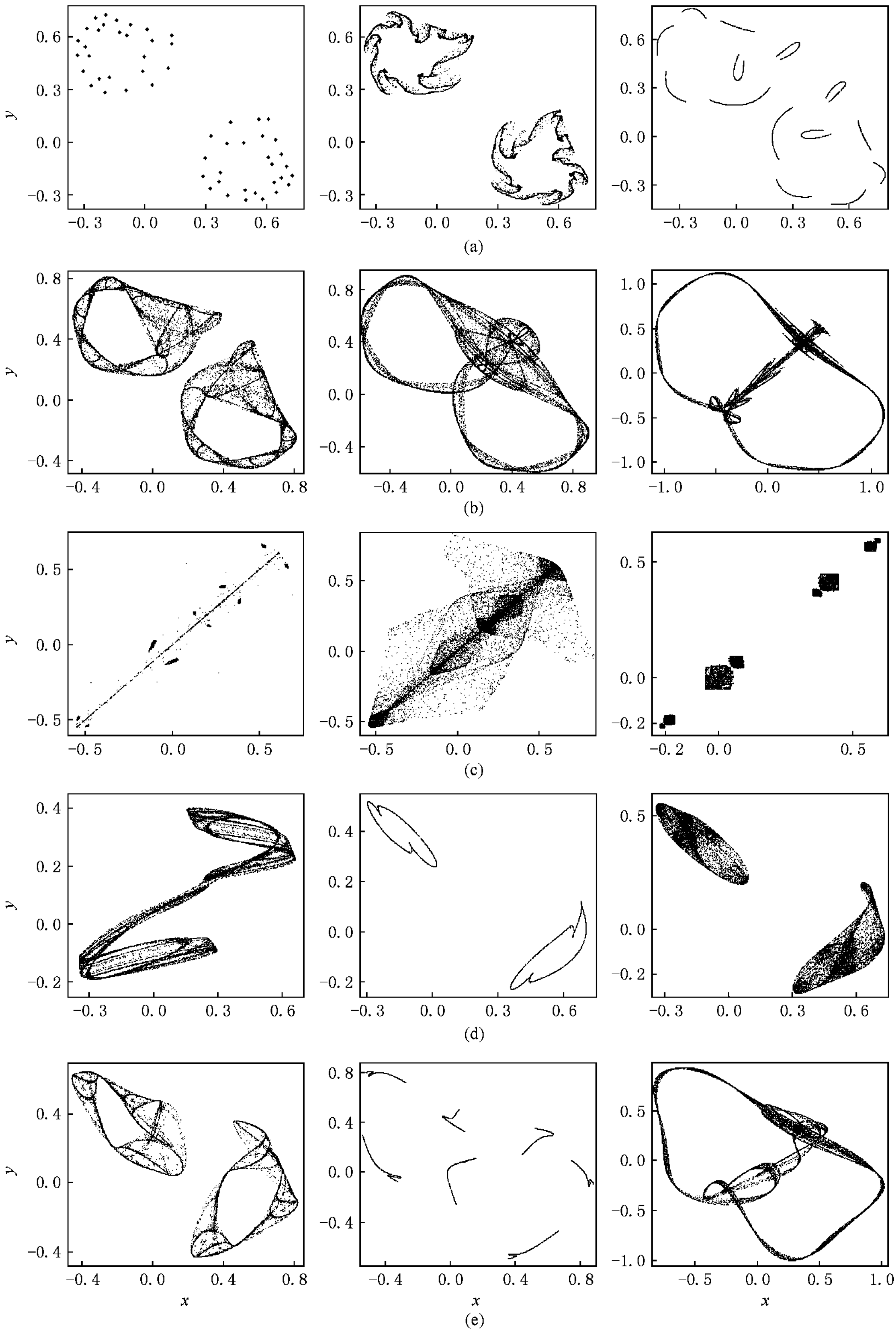

图 11　二维广义平方映射参数 $\alpha = 10$ 的奇异吸引子　(a) $b_1 = b_2 = 0.5$ 时，$r = 0.35$，$r = 0.37$，$r = 0.43$；(b) $b_1 = b_2 = 0.5$ 时，$r = 0.45$，$r = 0.55$，$r = 0.75$；(c) $b_1 = b_2 = 0.6$ 时，$r = -0.55$，$r = -0.54$，$r = -0.03$；(d) $b_1 = 0.6$，$b_2 = 0.3$ 时，$r = -0.4$，$r = 0.31$，$r = 0.35$；(e) $b_1 = 0.6$，$b_2 = 0.3$ 时，$r = 0.45$，$r = 0.6$，$r = 0.7$

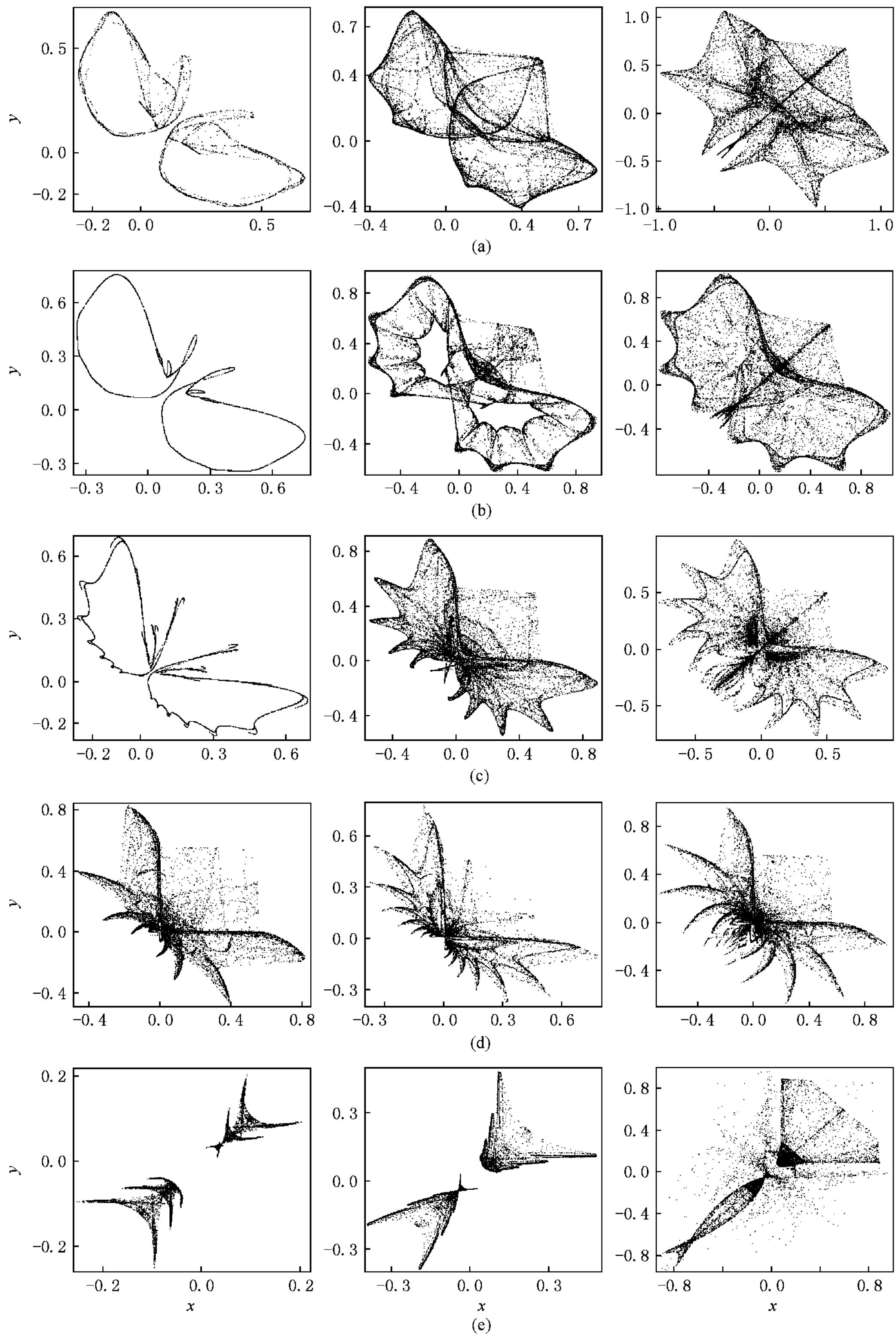

图 12 二维广义平方映射其他参数值下的奇异吸引子 (a) $r=0.5$，$a=100$ 时，$b=0.42$，$b=0.5$，$b=0.68$；(b) $r=0.7$，$a=100$ 时，$b=0.37$，$b=0.5$，$b=0.55$；(c) $a=1000$ 时，$r=0.7$，$b=0.38$，$b=0.5$ 和 $r=0.8$，$b=0.5$；(d) $a=10000$ 时，$r=0.5$，$b=0.55$ 和 $r=0.7$，$b=0.45$，$b=0.55$；(e) $r=-0.8$，$a=1000$ 时，$b=-0.25$，$b=0.45$，$b=0.85$

[1] Sajid I, Masood A, Suhail A Q 2007 *Int. Journal of Electrical, Computer, and Systems Engineering* **1** 166

[2] Donato C, Giuseppe G 2006 *Nonlinear Dynamics* **44** 251

[3] Lin F Y, Liu J M 2004 *IEEE J. Quantum Electron.* **40** 815

[4] Hayes S T 2005 *J. Phys. Conf. Series* **23** 215

[5] Corron N J, Hayes S T, Pethel S D, Blakely J N 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 024101

[6] Zhou T, Chen G, Yang Q 2004 *Chaos, Solitons and Fractals* **19** 985

[7] Cai G L, Tan Z M, Zhou W H, Tu W T 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6230 (in Chinese) [蔡国梁、谭振梅、周维怀、涂文桃 2007 物理学报 **56** 6230]

[8] Yu W P, Wei X P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3969 (in Chinese) [于万波、魏小鹏 2006 物理学报 **55** 3969]

[9] Yu S M 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3374 (in Chinese) [禹思敏 2008 物理学报 **57** 3374]

[10] Bao B C, Li C B, Xu J P, Liu Z 2008 *Chin. Phys.* **17** 4022

[11] Elwakil A S, Ozoguz S, Kennedy M P 2002 *IEEE Trans. Circuits Syst.*-I **49** 527

[12] Wang X Y, Liang Q Y 2005 *Acta Mechanic. Sin.* **37** 522 (in Chinese) [王兴元、梁庆永 2005 力学学报 **37** 522]

[13] Wang X Y, Luo C 2005 *Acta Mechanica Sin.* **37** 346 (in Chinese) [王兴元、骆　超 2005 力学学报 **37** 346]

[14] Avrutin V, Schanz M 2006 *Nonlinearity* **19** 531

[15] Jain P, Banerjee S 2003 *Int. J. of Bifurcation and Chaos* **13** 3341

[16] Osinga H M 2006 *Phys. Rev.* E **74** 03520(R)

[17] Osinga H M, Feudel U 2000 *Physica* D: *Nonlinear Phenomena* **141** 54

[18] Robinson R C 2004 *An Introduction to Dynamical Systems: Continuous and Discrete* (Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River)

Bifurcation and attractor of generalized square map with exponential term

Bao Bo-Cheng[1)2)]　Kang Zhu-Sheng[3)]　Xu Jian-Ping[4)]　Hu Wen[1)]

1) (*Department of Electronic Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing* 210094, *China*)

2) (*School of Electrical and Information Engineering, Jiangsu Teachers University of Technology, Changzhou* 213001, *China*)

3) (*School of Electronic Engineering, University of Electronics Science and Technology of China, Chengdu* 610054, *China*)

4) (*College of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu* 610031, *China*)

(Received 21 January 2008; revised manuscript 12 February 2008)

Abstract

By extending the square map, a one-dimensional generalized square map with exponential term is constructed, and its corresponding two-dimensional map is obtained via one-order coupled item in this paper. By using the one-parameter bifurcation diagram, two-parameter dynamics behavior distribution diagram, iterative mapping curve and attractor phase graphics, these generalized square maps are analyzed and simulated. The research results indicate that one-dimensional generalized square map distributes in the unit region and has the nonlinear dynamical phenomenon similar to single-peak square map, and two-dimensional generalized square map has the phenomenon of Hopf bifurcation and locked-frequency shown with complex, flexible and strange-shaped limit cycles and chaotic attractors.

Keywords: generalized square map, bifurcation, iterative curve, attractor

PACC: 0545