

两模腔场谱间的量子干涉^{*}

夏庆峰 周玉欣 高云峰[†]

(聊城大学物理科学与信息工程学院, 聊城 252059)

(2007 年 9 月 18 日收到, 2008 年 8 月 8 日收到修改稿)

研究了高 Q 腔中单个二能级原子与两模二项式光场依赖强度耦合相互作用系统的腔场谱, 给出了弱初始场条件下的数值结果, 讨论了两模光场之间的量子干涉对腔场谱结构的影响. 发现当两模光场的频率差 $\Delta > g$ (g 为原子与腔场间的耦合常数) 时, 两模光场间的干涉效应对谱结构没有影响, 系统的腔场谱只是两模腔场谱的简单叠加; 当 $\Delta \leq g$ 时两模腔场谱间的干涉比较明显. 在强初始场条件下, 量子干涉效应可忽略.

关键词: 腔场谱, 量子干涉, 两模二项式光场

PACC: 4250, 3280

1. 引言

随着技术的发展, 人们已经能制造出大小与原子的辐射波长相近, 且 Q 值很高的腔体^[1, 2]. 在这个小的腔体中, 原子与光场之间具有强烈的耦合相互作用, 少量的光子就能敏锐地影响原子的动力学行为, 而原子也会对光场的频率产生很大影响. 腔场谱就从侧面反映了系统的相互作用对光场的影响.

人们在以往研究两模光场与原子相互作用的腔场谱时, 没有去考虑两模腔场谱间的量子干涉^[3-5]. 在这种情况下, 系统的腔场谱只是两模腔场谱的简单叠加. 1994 年 Ashraf 详细研究了两模光场下的腔场谱^[6], 由于忽略了腔场谱计算公式中的 $a_1(t')a_2(t)$ 和 $a_2(t')a_1(t)$ 两项(干涉项), 两模腔场谱的结构相同, 文中只列出了一模腔场谱的谱结构. 然而理论计算表明: 两模腔场谱间存在量子干涉, 计算公式中的 $a_1(t')a_2(t)$ 和 $a_2(t')a_1(t)$ 两项不能被忽略. 但我们在两模腔场谱的研究中也发现: 如果光场为粒子数态、相干态、压缩真空态等, 或者两模光场中一模为相干态另一模为真空态这样的特殊情况^[4], 系统的腔场谱只是两模腔场谱强度的简单叠加, 两模腔场谱间没有量子干涉发生, 公式中的干涉项可以被忽略.

二项式光场自 1985 年被 Stoler 等人^[7]从理论上

引入之后, 人们对它的性质^[8, 9]以及它与原子相互作用的过程^[10, 11]进行了多方面的研究. 1987 年 Dattoli 等人发现在自由电子激光中可以产生二项式光场^[12], 实验工作的进展更激发了人们对二项式光场研究的兴趣.

我们进一步的工作发现: 在两模光场为二项式态时, 系统的腔场谱不再是两模腔场谱的简单叠加. 通过改变两模光场间的频率差, 两模腔场谱间出现了明显的量子干涉现象^[13].

2. 模型与理论推导

二能级原子与理想腔内两模光场组成的系统, 当原子与光场之间的耦合依赖光场的强度时, 在旋波近似下, 系统的哈密顿为^[14] (取 $\hbar = 1$)

$$H = \sum_{i=1}^2 \omega_i \left(a_i^\dagger a_i + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \omega_0 \sigma_z + g \left(\sqrt{a_1^\dagger a_1 a_2^\dagger a_2} a_1^\dagger a_2^\dagger \sigma + \sigma^\dagger a_1 a_2 \sqrt{a_1^\dagger a_1 a_2^\dagger a_2} \right), \quad (1)$$

其中 a_i^\dagger, a_i 分别为第 i 模光场光子的产生和湮没算符; σ, σ^\dagger 和 σ_z 为原子的赝自旋算符, g 和 $\sqrt{a_1^\dagger a_1 a_2^\dagger a_2}$ 一起构成与场强有关的耦合常数; ω_i 为模 i 腔场光子的频率, ω_0 为原子跃迁频率. 系统的基矢可取为

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 30574060)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: gaoyf@lcu.edu.cn

$$\begin{aligned} |\Psi_1^N\rangle &= |+, n_1, n_2\rangle, \\ |\Psi_2^N\rangle &= |-, n_1 + 1, n_2 + 1\rangle, \end{aligned} \quad (2)$$

式中 N 代表 (n_1, n_2) 。(1) 式的本征方程为

$$H|\varphi_j^N\rangle = E_j^N|\varphi_j^N\rangle, (j = 1, 2), \quad (3)$$

$$|\varphi_j^N\rangle = \sum_{m=1}^2 C_{jm}^N |\Psi_m^N\rangle, (j = 1, 2), \quad (4)$$

在共振相互作用条件下 ($\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$) 利用标准方法可以求出本征值和本征态

$$E_j^N = \omega_1(n_1 + 1) + \omega_2(n_2 + 1) + \lambda_j^N g, (j = 1, 2) \quad (5a)$$

$$\lambda_j^N = \pm(n_1 + 1)(n_2 + 1), (j = 1, 2) \quad (5b)$$

$$C_{11}^N = C_{12}^N = C_{21}^N = -C_{22}^N = 1/\sqrt{2}. \quad (6)$$

根据 Stoler 等人的工作, 一个单模二项式态在数态基中可以定义为^[7]

$$|\eta M\rangle = \sum_{n=0}^M \beta_n^M |n\rangle, (0 < \eta < 1, M > 0),$$

式中

$$\beta_n^M = \left[\frac{M!}{n!(M-n)!} \eta^n (1-\eta)^{M-n} \right]^{1/2}$$

是二项式的光子分布函数, 表现为亚泊松分布, M 是光场的最大光子数. 当 $\eta = 0, 1$ 时, $|\eta M\rangle$ 分别约化为 $|0\rangle$ 和数态; 当 $\eta \rightarrow 0, M \rightarrow \infty$ 但 $\eta M = \bar{n} = \alpha^2$ (α 为常数, \bar{n} 为平均光子数) 则 $|\eta M\rangle$ 约化为相干态.

按照 Eberly 物理谱的定义^[15], 该系统的腔场谱按下式计算:

$$\begin{aligned} S(\omega) &= 2\Gamma \int_0^T dt' \exp[-(\Gamma - i\omega)(T - t')] \\ &\quad \times \int_0^T dt \exp[-(\Gamma + i\omega)(T - t)] \\ &\quad \times \langle \Phi(0) | A^+(t') A(t) | \Phi(0) \rangle, \end{aligned} \quad (7)$$

其中 Γ 谱仪的带宽, T 为测量时间, $A(t) = a_1(t) + a_2(t)$, $|\Phi(0)\rangle$ 是系统的初态. 本文讨论初始时刻原子处于激发态而两模光场为二项式态的情况, 即取

$$|\Phi(0)\rangle = \sum_{n=0}^M q_{n_1}^{(1)} q_{n_2}^{(2)} |+, n_1, n_2\rangle.$$

式中 $q_{n_i}^{(i)} = \beta_{n_i}^M$.

对 (7) 式进行繁复的运算可以得到

$$\begin{aligned} S(\omega) &= 2\Gamma \sum_{n_1=-1}^{M_1} \sum_{n_2=-1}^{M_2} \sum_{m=1}^2 \left| \sum_{j=1}^2 (q_{n_1+1}^{(1)} q_{n_2}^{(2)} G_{jm}^{N_1} Z_{jm}^{N_1} \right. \\ &\quad \left. + q_{n_1}^{(1)} q_{n_2+1}^{(2)} F_{jm}^{N_2} Y_{jm}^{N_2}) \right|^2, \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$G_{jm}^{N_1} = \sum_{k=1}^2 C_{j1}^{N_1} C_{jk}^{N_1} b^{(1)} C_{mk}^N,$$

$$F_{jm}^{N_2} = \sum_{k=1}^2 C_{j1}^{N_2} C_{jk}^{N_2} b^{(2)} C_{mk}^N,$$

$$Z_{jm}^{N_1} = \frac{\exp[i(\omega - \omega_1 - g\Omega_{jm}^{(1)})T] - \exp(-T\Gamma)}{\Gamma + i(\omega - \omega_1 - g\Omega_{jm}^{(1)})},$$

$$Y_{jm}^{N_2} = \frac{\exp[i(\omega - \omega_2 - g\Omega_{jm}^{(2)})T] - \exp(-T\Gamma)}{\Gamma + i(\omega - \omega_2 - g\Omega_{jm}^{(2)})},$$

式中 $b_k^{(1)} = \sqrt{n_1 + k}$, $b_k^{(2)} = \sqrt{n_2 + k}$, $\Omega_{jm}^{(1)} = \lambda_j^{N_1} - \lambda_m^N$, $\Omega_{jm}^{(2)} = \lambda_j^{N_2} - \lambda_m^N$, N_1 代表 $(n_1 + 1, n_2)$, N_2 代表 $(n_1, n_2 + 1)$, $q_{n_i}^{(i)} = \beta_{n_i}^M$ 为二项式光场的光子数分布.

利用 (5) (6) 和 (8) 式 就可以计算系统的腔场谱.

3. 结果与分析

为了方便比较两模腔场谱间的干涉效应, 我们对腔场谱的计算采用两种方式: 第一种方式是采用文献 [4] 的方法, 舍去交叉项, 把系统腔场谱计为两模腔场谱的简单叠加, 不考虑两模间的量子干涉; 第二种方式是按照 (8) 式计算, 带有交叉项. 通过两种方式来对比分析.

如图 1, M_1, M_2 分别表示两模光场最大光子数; $\Delta = |\omega_1 - \omega_2|$ 为两模间频率差. 其中实线表示第二种计算方式的结果; 虚线表示第一种方式的计算结果. 图 1 给出了两模最大光子数等于 1 时, 不同的 Δ 对应的腔场谱. 从图 1 的对比中可以看出, 由于两模间的干涉效应, 腔场谱出现了明显的干涉增强和相消. 从 $\Delta = 6g$ 开始两模腔场谱逐渐重叠, 模间干涉效应开始出现, 但在 $g < \Delta \leq 6g$ 时干涉不是很明显. 这是因为在这个频率差范围内, 两模腔场谱间只是峰边带的重叠, 干涉效应不明显. 随着 Δ 值逐渐变小, 两模腔场谱重叠部分越来越多, 干涉现象开始明显出现. 在 $\Delta = 0.8g$ 时两模腔场谱大部分重叠, 腔场谱出现了干涉相消; 在 $\Delta = 0.6g$ 时, 由于每模腔场谱都有一定的频宽, 在频宽的影响下腔场谱同时出现了相干增强和相消; 在 $\Delta = 0.2g$ 这个极限情况下, 干涉现象最为明显, 两个峰几乎干涉消去. 这是由于在 $\Delta = 0.2g$ 时两模腔场谱几乎全部叠加在一起, 干涉效应最为明显.

大量的数值计算结果表明: 在 Δ 小于 g 时, 两模间干涉效应不能忽略. 我们还发现在最大光子数大于 4 时, 由于同频率光谱出现的概率比较小, 两模

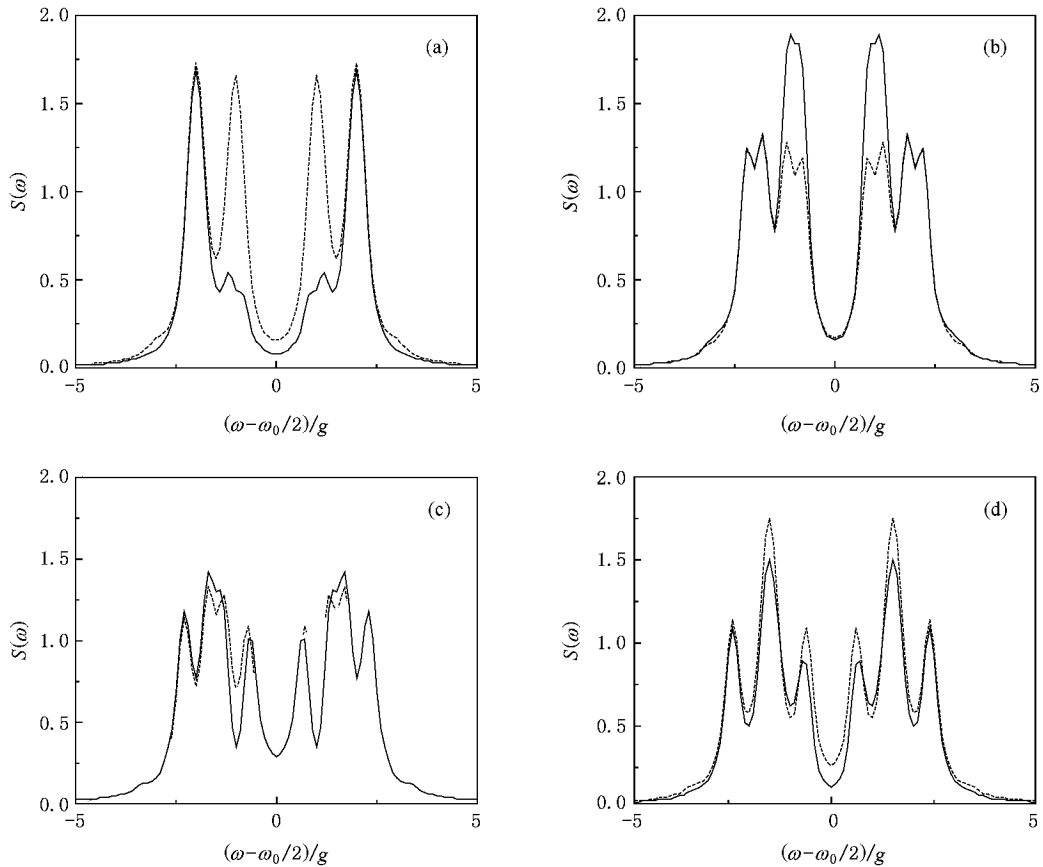


图1 两模光场处于二项式态时的腔场谱 (a) $\Delta = 0.2g$; (b) $\Delta = 0.4g$; (c) $\Delta = 0.6g$; (d) $\Delta = 0.8g$ ($T = 40g^{-1}$, $\Gamma = 0.1g$, $\eta = 0.5$, $M_1 = M_2 = 1$)

间的量子干涉不明显,可以忽略.

真空场拉比劈裂^[16]是腔量子电动力学系统中的一种奇特现象,它告诉我们即使单模腔的谐振频率与二能级原子的跃迁频率相同,腔内原子的辐射谱的频率也都不会与之相同.而本文的结果表明,在双模腔场中,虽然光场之间没有直接的耦合,但当它们同时与原子相互作用时,两模腔场谱之间仍存在干涉效应.这是原子与量子化光场相互作用过程的又一奇妙特性.观测真空场拉比劈裂的实验^[17]已于1992年实现,腔量子电动力学技术已经能够在单原子、单光子水平上对光与物质相互作用过程进行探测^[18,19].文献^[20]提出了一种测量腔场谱的方法,虽然在实验方面尚未见有关腔场谱的报道,但国际上先进的实验室已经具备了进行实验测量的技术

水平.研究两模腔场谱之间的量子干涉不仅具有一定的理论价值,也具有一定的实际意义.它能够加深人们对原子与光场相互作用特性的认识.

4. 结 论

本文以两模二项式光场与依赖强度耦合单原子相互作用过程的腔场谱为例,讨论了两模腔场谱间的量子干涉.数值结果表明,在 $g < \Delta \leq 6g$ 时,两模光场间的量子干涉对腔场谱强度的影响不明显,可以忽略;在 $\Delta \leq g$ 时,发现两模光场间的量子干涉对腔场谱结构有着十分明显的影响.在讨论两模二项式光场的腔场谱时,两模光场间存在明显的量子干涉效应.

[1] Meystre P 1992 *Phys. Rep.* **219** 243

[2] Harohes S, Klepper D 1989 *Phys. Today* **42** 24

[3] Gao Y F, Feng J, Shi S R 2002 *Int. J. Theor. Phys.* **41** 867

- [4] Gao Y F , Feng J , Song T Q 2000 *Acta Opt. Sin.* **20** 1194 (in Chinese) [高云峰、冯 健、宋同强 2000 光学学报 **20** 1194]
- [5] Zhou Q C , Zhu S N , Ming N B 2005 *J. Phys. B :At. Mol. Opt. Phys.* **38** 4309
- [6] Ashraf M M 1994 *Phys. Rev. A* **50** 5116
- [7] Stoler D , Saleh B E A , Teich M C 1985 *J. Mod. Opt.* **32** 345
- [8] Agarwal G S 1992 *Phys. Rev. A* **45** 1787
- [9] Fan H Y , Jing S C 1994 *Phys. Rev. A* **50** 1909
- [10] Song J , Cao Z L 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 696 (in Chinese) [宋 军、曹卓良 2005 物理学报 **54** 696]
- [11] Hu Y H , Fang M F , Liao X P , Zheng X J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4631 (in Chinese) [胡要花、方卯发、廖湘萍、郑小娟 2006 物理学报 **55** 4631]
- [12] Dattoli G , Galardo J , Torre A 1987 *J. Opt. Soc. Am. B* **4** 185
- [13] Xia Q F , Zhou Y X , Gao Y F 2007 *Acta Opt. Sin.* **27** 2250 (in Chinese) [夏庆峰、周玉欣、高云峰 2007 光学学报 **27** 2250]
- [14] Napoli A , Messina A 1996 *J. Mod. Opt.* **43** 649
- [15] Eberly J H , Wodkiewicz K 1977 *J. Opt. Soc. Am.* **67** 1252
- [16] Agarwal G S 1985 *J. Opt. Soc. Am. B* **2** 480
- [17] Thompson R J , Rempe G , Kimble H J 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 1132
- [18] Pinkse P W H , Fischer T , Maunz P , Puppe T , Rempe G 2000 *J. Mod. Opt.* **47** 2769
- [19] Doherty A C , Lynn T W , Hood C J , Kimble H J 2001 *Phys. Rev. A* **63** 013401
- [20] Li F L , Gao S Y , Zhao Y T 2003 *Chin. Phys.* **12** 872

The quantum interference of the two-mode cavity field spectra^{*}

Xia Qing-Feng Zhou Yu-Xin GaoYun-Feng[†]

(School of Physical Science and Information Engineering , Liaocheng University , Liaocheng 252059 , China)

(Received 18 September 2007 ; revised manuscript received 8 August 2008)

Abstract

The cavity field spectra of two-mode field both in the binomial state interacting with a two-level atom through intensity-dependent coupling in an ideal cavity is investigated. The results for the weak initial fields are calculated. The influence of the quantum interference on the cavity field spectra is discussed. It's found that when the difference of the initial two-mode field frequency Δ is larger than g (g is the coupling coefficient between atom and the field) the influence of the quantum interference on the spectra structure can be ignored, the system spectrum is only the superimposition of the two mode spectra. When Δ is smaller than g the quantum interference between the two-mode spectra is especially obvious. The quantum interference between the two-mode spectra should not be considered when the initial field is stronger.

Keywords : cavity field spectrum , quantum interference , two-mode field in binomial state

PACC : 4250 , 3280

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10574060).

[†] Corresponding author. E-mail : gaoyf@lcu.edu.cn