

一种估计半导体激光器 $1/f$ 噪声参数的新方法^{*}

张振国 郭树旭[†] 郜峰利 于思瑶 李雪妍

(吉林大学电子科学与工程学院, 长春 130012)

(2008 年 7 月 28 日收到, 2008 年 9 月 28 日收到修改稿)

对含白噪声的 $1/f$ 分形信号小波变换系数的方差随尺度变化的关系进行适当的变换, 提出了一种基于最小二乘法的估计半导体激光器 $1/f$ 噪声参数的新方法. 实验表明, 该方法可以有效地提取出淹没在白噪声中的激光器 $1/f$ 噪声, 而且估计出的噪声信号的功率谱与对比仪器的测量结果有较好的一致性.

关键词: 半导体激光器, $1/f$ 噪声, 参数估计, 小波分析

PACC: 7850G, 8170C, 0650

1. 引言

$1/f$ 噪声是一种在半导体器件中普遍存在的低频电噪声, 作为一种有效的器件可靠性评价工具, 在半导体器件的质量和可靠性评价中得到了广泛的应用^[1-4]. $1/f$ 噪声也称为 $1/f$ (或 $1/f$ 类) 分形信号. 目前, 在信号处理方面, 基于小波变换理论的 $1/f$ 噪声的参数估计研究已成为一个研究热点^[5-9]. Wornell^[6,7] 提出并证明了 $1/f$ 类分形信号的小波变换系数方差与尺度的关系, 为 $1/f$ 类分形信号参数的估计和信号提取奠定了理论基础, 在此基础上把最大似然 (ML) 参数估计方法运用于 $1/f$ 类分形信号参数中, 取得了很好的效果. 然而, ML 方法需要似然函数先验知识, 但在很多实际的应用中似然函数是未知的, 这就限制了 ML 方法的应用. 在小波变换的基础上其他学者也提出了不同的而且很值得借鉴的估计方法. 文献 [5, 8] 利用 Wiener 滤波理论实现了信号与 $1/f$ 噪声的分离并给出了详细的理论证明, 文献 [9] 利用小波模极大值的方法来估计淹没在白噪声中的 $1/f$ 噪声. 我们以往测量激光器 $1/f$ 噪声的方法是先对器件的偏置电路加以屏蔽以避免来自外界的噪声干扰, 再使用低频频谱分析仪来直接测量激光器的 $1/f$ 噪声^[10]. 这种测量方法需要专门的数据转换软件和参数提取软件, 测量过程较为复杂, 而且耗时过长, 会造成当偏置电流较大时损伤器件, 这

就迫使我们开发一种快速的智能化的虚拟测试系统. 但是, 这样的测试系统需要数据采集卡. 由于数据采集卡无法进行有效屏蔽, 所测得器件的 $1/f$ 噪声信号完全淹没在来自测试系统的白噪声中. 所以, 研究一种快速有效的 $1/f$ 噪声估计方法就迫在眉睫. 这对 $1/f$ 噪声的应用也是非常有意义的. 本文对含白噪声的 $1/f$ 分形信号小波变换系数的方差与尺度的变化关系做一系列的变换, 提出用最小二乘法来估计半导体激光器淹没在白噪声中的 $1/f$ 噪声信号, 详细地介绍了这种估计方法并给出了具体的实验结果. 实验表明, 估计出的 $1/f$ 噪声与低频频谱分析仪的测量结果具有较好的一致性.

2. $1/f$ 噪声及其参数估计

$1/f$ 噪声是一种非平稳随机过程, 具有自相似性和长程相关性, 它与白噪声具有完全不同的统计特性. 在频域中这两种噪声具有重叠的频率范围. 因此, 当 $1/f$ 噪声相对较弱时, 就不能用传统的低通滤波方法来分离这两种噪声. 近年来, 逐渐成熟起来的小波变换理论为 $1/f$ 噪声估计提供了有力的工具, 根据 $1/f$ 噪声和白噪声的小波变换系数呈现出的不同特性可对两者进行有效的分离.

设 $x(t)$ 为 $1/f$ 噪声, $w(t)$ 为白噪声, 实测信号为 $r(t) = x(t) + w(t)$, 则实测信号的功率谱密度表示为^[9, 10]

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 60471009)和吉林省重大科技发展计划(批准号: 200403001-4)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: guosx@mail.jlu.edu.cn

$$S_r(f) = A + \frac{B}{f^\gamma}, \quad (1)$$

其中 f 为频率, A 为白噪声幅度, B 为 $1/f$ 噪声幅度, γ 为频率指数. 对 $r(t)$ 进行二进制尺度离散小波变换, 该离散小波变换系数表示为

$$\begin{aligned} r_n^m &= r(t), \Psi_n^m(t) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} r(t) \Psi_n^m(t) dt, \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $\Psi_n^m(t) = 2^{m/2} \Psi(2^m t - n)$ 由母小波 $\Psi(t)$ 按 2^m 尺度因子伸缩和时间 n 平移生成.

Wornell^[6,7]已经证明了尺度 m 下该小波变换系数的方差与尺度 m 具有如下关系:

$$\text{va}(r_n^m) = \sigma^2 2^{-\gamma m} + \sigma_w^2, \quad (3)$$

其中, σ^2 为一正实数, $\sigma^2 2^{-\gamma m}$ 为 $1/f$ 噪声的小波变换系数方差, σ_w^2 为高斯白噪声的小波变换系数方差. 如果能估计出参数 $\sigma^2, \gamma, \sigma_w^2$, 那么通过小波反演变换即可估计出 $1/f$ 噪声, 再通过 FFT 变换获得 $1/f$ 噪声的功率谱. 最小二乘法是一种不需要任何先验知识的参数估计方法, 但是需要满足待估计的参数向量与观测数据有关的系数矩阵和向量能表示成矩阵方程的条件^[11], 显然 (3) 式是不满足此条件的, 所以必须设法通过相应的变换使参数估计满足最小二乘法的估计条件. 因此, 考虑尺度 $m+j$ 下的小波系数方差如下:

$$\text{va}(r_n^{m+j}) = \sigma^2 2^{-\gamma(m+j)} + \sigma_w^2, \quad (4)$$

其中 $j=1, 2, 3, \dots, N$. 将 (3) 式与 (4) 式相减, 两边再取对数可得

$$\begin{aligned} &\log_2[\text{va}(r_n^m) - \text{va}(r_n^{m+j})] \\ &= \log_2[\sigma^2(1 - 2^{-\gamma})] - \gamma m. \end{aligned} \quad (5)$$

令

$$\begin{aligned} y_m &= \log_2[\text{va}(r_n^m) - \text{va}(r_n^{m+j})], \\ a &= \log_2[\sigma^2(1 - 2^{-\gamma})], \end{aligned}$$

则 (5) 式可表示为

$$y_m = a - \gamma m. \quad (6)$$

设小波变换的最大尺度为 M , 即 $m+j \leq M$, 令

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & j-M \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{\theta} &= \begin{bmatrix} a \\ \gamma \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{M-j} \end{bmatrix},$$

则 $\boldsymbol{\theta}$ 为参数向量, \mathbf{A} 和 \mathbf{Y} 分别是与观测数据有关的系数矩阵和向量, 此时 (6) 式可进一步表示成如下矩阵形式:

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\theta} = \mathbf{Y}. \quad (7)$$

当 j 的取值使矩阵 \mathbf{A} 满列秩时, 根据 (7) 式, 由最小二乘法可得 a 和 γ 的估计值为

$$\begin{bmatrix} \hat{a}_j \\ \hat{\gamma}_j \end{bmatrix} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{Y}. \quad (8)$$

对不同 j 的 $\hat{\gamma}_j$ 求平均, 得 γ 的最终估计

$$\hat{\gamma} = \frac{1}{N} \sum_j \hat{\gamma}_j. \quad (9)$$

同理, 由 $a = \log_2[\sigma^2(1 - 2^{-\gamma})]$ 可得 σ^2 的最终估计为

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \sum_j 2^{2\hat{\gamma}_j} (1 - 2^{\hat{\gamma}_j}). \quad (10)$$

由上述方法获得 γ 和 σ^2 的最终估计后, 根据 (3) 式可解得 σ_w^2 的最终估计为

$$\hat{\sigma}_w^2 = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M [\text{va}(r_n^m) - \hat{\sigma}^2 2^{-\hat{\gamma}m}]. \quad (11)$$

最后, 进行小波反演变换得 $1/f$ 噪声的估计, 即

$$\hat{x}(t) = \sum_m \sum_n \left[\frac{\hat{\sigma}^2 2^{-\hat{\gamma}m}}{\hat{\sigma}^2 2^{-\hat{\gamma}m} + \hat{\sigma}_w^2} \right] r_n^m \Psi_n^m(t). \quad (12)$$

上述 $1/f$ 噪声的估计方法实质上是在小波变换域的滤波方法. 当尺度较小时, $1/f$ 噪声的提取比例较大, 随着尺度的增大, $1/f$ 噪声所占优势减弱, $1/f$ 噪声的提取比例就减小.

3. 实验结果与分析

由数据采集卡采集的某大功率半导体激光器的时域信号如图 1 所示, 采样周期 $\Delta T = 77.67 \mu\text{s}$, 采样点 $N = 2^{10}$, 激光器偏置电流为 $200 \mu\text{A}$, 测试温度为室温. 其功率谱密度如图 2 所示, 从图 2 可以看出, 该功率谱表现出显著的白噪声谱的特性, 说明 $1/f$ 噪声是很微弱的, 完全淹没在白噪声背景下.

由 (8)~(12) 式给出的方法估计出的 $1/f$ 噪声如图 3 所示, 实验中 $j=1$, 所使用的小波为 Haar 小波, 小波变换的最大尺度为 $M=9$, 频率指数的估计值为 1.05. 比较图 1 与图 3 可以看出, 估计出的 $1/f$ 噪声相对于实际测量的信号是非常微弱的, 说明了

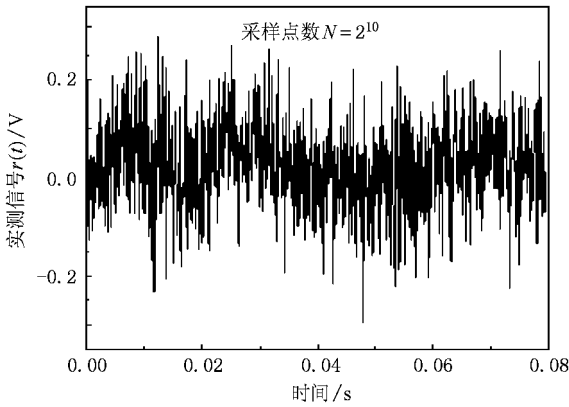


图 1 实际观测信号

1.05 的规律随频率而改变,进一步说明了估计出的信号为 $1/f$ 噪声.

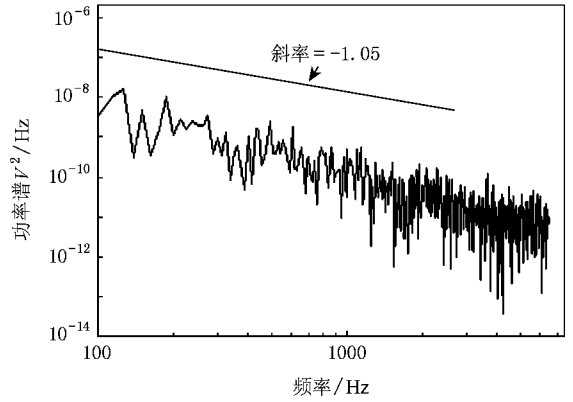


图 4 估计信号的功率谱密度

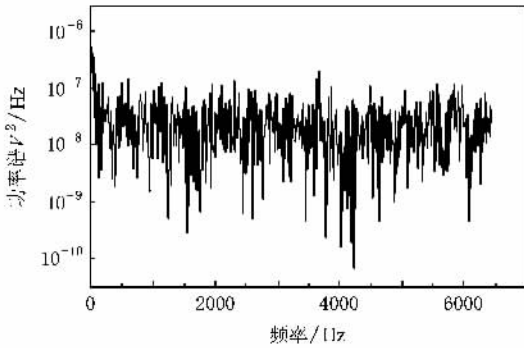


图 2 观测信号的功率谱密度

实测信号主要是由白噪声占主导(见图 2).

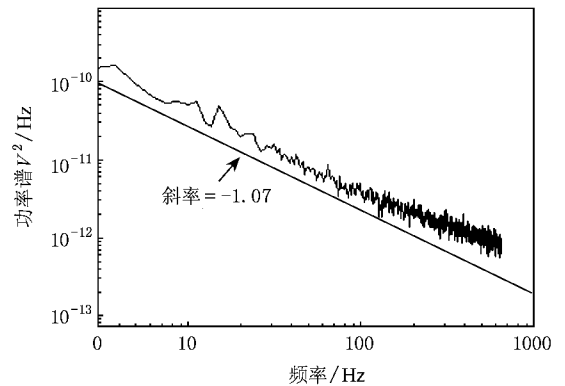


图 5 频谱分析仪测得的功率谱密度

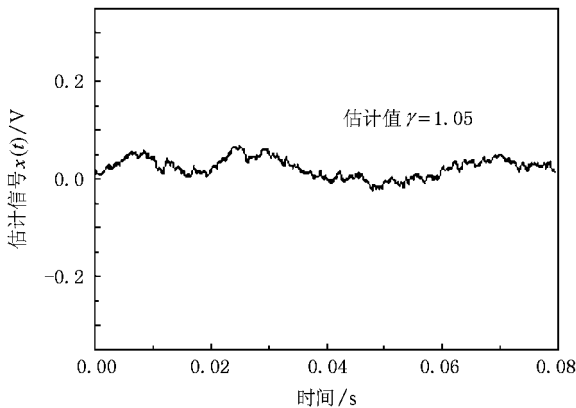


图 3 估计出的 $1/f$ 噪声信号

为了进一步验证估计信号的准确性,在相同的测试条件下(偏置电流为 $200 \mu A$,测试温度为室温),作者用低频频谱分析仪测量了激光器的 $1/f$ 噪声功率谱^[10],结果如图 5 所示.根据(1)式提取的频率指数为 1.07(图 5 中所示直线的斜率 -1.07),由此可知,估计出的频率指数与频谱分析仪测量的频率指数几乎相等.对比图 4 与图 5 可知,在 1000 Hz 以下,两功率谱特性具有较好的一致性,其中幅度上的微小差异是由于数据采集卡的自动增益造成的.数据采集卡的自动增益可人为地根据信号的强度自行设定,体现在功率谱密度上仅仅引起功率谱的上下平移,并不影响频率指数的估计.所以,估计出的 $1/f$ 噪声与低频频谱分析仪的测量结果具有较好的一致性,说明本文所提出的 $1/f$ 噪声及其参数的估计方法是有效的,完全可以从加性白噪声的背景下

所估计出的 $1/f$ 噪声的功率谱如图 4 所示,可以看出估计信号的振幅随频率的增大而显著减小,已表现出明显的 $1/f$ 噪声特性.图 4 中的直线斜率为 -1.05 ,从功率谱与该直线的相对位置可以看出,该功率谱的幅度(特别是 1000 Hz 以下)按照 $\hat{\gamma} =$

对 $1/f$ 噪声信号进行准确的估计.

4. 结 论

本文对含白噪声的 $1/f$ 分形信号小波变换系数的方差与尺度的变化关系进行适当的变换,使其满足最小二乘法的估计条件,即提出用最小二乘法来估计半导体激光器淹没在白噪声中的 $1/f$ 噪声信

号.详细地介绍了这种估计方法,并对实际测量的信号进行了实验验证.实验结果表明,本文提出的方法可以有效地提取出激光器淹没在白噪声中的 $1/f$ 噪声,且所估计出的 $1/f$ 噪声与低频频谱分析仪的测量结果具有较好的一致性.这说明从加性白噪声的背景下估计出的 $1/f$ 噪声信号是准确的,为我们后续半导体低频噪声测量仪器的开发奠定了基础.

- [1] Hu J , Du L , Zhuang Y Q , Bao J L , Zhou J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1384 (in Chinese) [胡 谨、杜 磊、庄奕琪、包军林、周 江 2006 物理学报 **55** 1384]
- [2] Vandamme L K J , Alabedra R , Zommiti M 1983 *Solid-State Electron.* **26** 671
- [3] Chen X Y , Pedersen A , van Rheenen A D 2001 *Microelectron. Reliab.* **41** 105
- [4] Hu G J , Shi J W , Shi Y X 2003 *Opt. Laser Tech.* **35** 481
- [5] Hu Y , Yang J , Zhou Y 2003 *Acta Electron. Sin.* **31** 560 (in Chinese) [胡 英、杨 杰、周 越 2003 电子学报 **31** 560]
- [6] Wornell G W 1993 *Proc. IEEE.* **81** 1428
- [7] Wornell G W 1992 *IEEE Trans. Signal Proc.* **40** 611
- [8] Gustavo A H , Carlos E D 1998 *IEEE Trans. Signal Proc.* **46** 1624
- [9] Du L , Zhuang Y Q , Wu Y 2002 *Microelectron. Reliab.* **42** 183
- [10] Gao F L , Guo S X , Cao J S , Zhang S , Yu S Y 2008 *J. Optoelectron. Laser* **19** 449 (in Chinese) [郜峰利、郭树旭、曹军胜、张 爽、于思瑶 2008 光电子·激光 **19** 449]
- [11] Zhang X D 2002 *Modern Signal Processing* (2nd Ed.) (Beijing : Tsinghua University Press) p49 (in Chinese) [张贤达 2002 现代信号处理(第二版)(北京:清华大学出版社) 第 49 页]

A novel method to estimate the parameters of $1/f$ noise of semiconductor laser diodes *

Zhang Zhen-Guo Guo Shu-Xu[†] Gao Feng-Li Yu Si-Yao Li Xue-Yan
(College of Electronic Science and Engineering , Jilin University , Changchun 130012 , China)
(Received 28 July 2008 ; revised manuscript received 28 September 2008)

Abstract

The variable relation of the coefficient variance of wavelet transformation of $1/f$ fractal signal in white noise versus the scale is adequately modified to develop a novel method based on least-squares to estimate the parameters of $1/f$ noise of semiconductor laser diodes (LDs). The measured data indicate that this method can effectively extract the $1/f$ noise submerged in white noise of LDs , and the estimated $1/f$ signal is in better accordance with the measured results of the contrast apparatus .

Keywords : laser diodes , $1/f$ noise , parameter estimation , wavelet analysis

PACC : 7850G , 8170C , 0650

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60471009) and the Major Science and Technology Development Program of Jilin Province , China (Grant No. 200403001-4).

[†] Corresponding author. E-mail : guosx@mail.jlu.edu.cn