

切比雪夫光混沌发生器的优化^{*}

刘会师^{1)†} 余重秀¹⁾ 尹霄丽²⁾ 张琦²⁾ 忻向军²⁾

1) (北京邮电大学光通信与光波技术教育部重点实验室, 北京 100876)

2) (北京邮电大学电子工程学院, 北京 100876)

(2008 年 7 月 12 日收到, 2008 年 10 月 15 日收到修改稿)

研究了利用马赫-曾德尔干涉仪来构造扩频序列的设计方法, 并对以往提出的切比雪夫光混沌序列发生器的构造原理和方案进行了分析, 针对其受到器件尺寸限制的不足, 提出了利用余弦函数的性质对其改进的新方案, 从而消除了原方案在设计上的局限性. 同时通过外加电压对马赫-曾德尔干涉仪两臂折射率的调节增加了波长适应性功能, 使得光混沌序列发生器可以在不同的入射波长下得到不同的切比雪夫光混沌序列.

关键词: 切比雪夫映射, 混沌序列, Lyapunov 指数, 光混沌序列发生器

PACC: 0545

1. 引 言

混沌现象是 20 世纪最重要的科学发现之一. 当今科学认为, 混沌是一种貌似无规则的运动, 在确定性非线性系统中, 不需要附加任何随机因素亦可出现类似随机行为. 混沌系统的最大特点就在于系统的演化对初始条件十分敏感, 因此从长期意义上讲, 系统的未来行为是不可预测的^[1].

近年来, 随着混沌的特点逐步为人们所认识, 利用混沌产生扩频序列的研究已经引起了许多人的关注. 人们开始利用混沌系统对初值的敏感性来进行保密通信^[2-4]. 从混沌映射迭代方程的研究上看, 更多的是集中于 Logistic 映射、切比雪夫映射等简单迭代方程上^[5-7].

混沌序列与目前应用较为广泛的 m 序列和 Gold 码序列相比具有很多优势: 混沌序列由于对初值极其敏感, 因此产生的码序列数量与 m 序列和 Gold 码序列数量相比较多, 且具有更好的保密特性. 混沌信号具有类似白噪声的统计特性. 目前采用混沌信号的保密通信机已经成功应用于无线通信中. 基于混沌通信的 CDMA 技术已在军事上得到了初步应用, 但是将混沌技术应用于光 CDMA 系统的研究较少. 在已有的光混沌发生器的设计方案中, 采

用较多的是利用马赫-曾德尔干涉仪对相位的调制来产生混沌序列^[8,9].

从现有的混沌发生器的设计方案上看, 文献 [8] 提出的一种基于马赫-曾德尔干涉仪的切比雪夫光混沌序列发生器模型具有结构简单、易于调谐的优点, 并且可以根据入射光波长和马赫-曾德尔干涉仪臂长的不同组合, 设计产生不同的光混沌序列.

混沌序列最大的优势就在于其具有较大的序列长度, 但是由于上述方案在构造切比雪夫序列时要求马赫-曾德尔干涉仪的臂长以指数倍递增, 这样即使发生器所产生的码序列数目不是很大, 马赫-曾德尔干涉仪的臂长增长也是很可观的. 在光学器件尺寸的限制下, 利用该方案所产生的码序列长度将会极其有限, 使得混沌序列的优势不能充分的发挥.

本文研究了切比雪夫混沌序列的特点及切比雪夫混沌发生器的构造原理, 分析了文献 [8] 给出的切比雪夫混沌发生器的不足之处, 并提出了一种改进方案.

2. 切比雪夫映射及其 Lyapunov 指数

2.1. 切比雪夫映射

设 $C[-1, 1]$ 是 $[-1, 1]$ 上所有连续实函数构成

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 60577045)、高等学校博士学科点专项科研基金(批准号: 20050013002)、教育部新世纪优秀人才支持计划(批准号: NECT-07-0111)和教育部留学归国人员科研启动基金资助的课题.

[†] E-mail: liuhuishi@gmail.com

的向量空间 若对于其上的一组基满足

$$T_n(x) = \{\cos(\text{narcco}(x))\}_{n=0}^{\infty}, \quad (1)$$

则 $T_n(x)$ 称作 n 阶第一切比雪夫多项式^[10].

基于切比雪夫多项式定义, m 阶切比雪夫映射如下^[8]:

$$x_{n+1} = T_m(x_n) \quad (x_n \in [-1, 1]). \quad (2)$$

2.2. 切比雪夫映射的 Lyapunov 指数

Lyapunov 指数是用来表示动力学系统对初始值的敏感性的特征量. 一个映射是否能够进入混沌态, 可以根据其最大 Lyapunov 指数的正负判断. 如果一个映射的最大 Lyapunov 指数为正值, 那么无论两个初值之差有多小, 由它们迭代产生的两组序列值之间的差都会随迭代次数的增加以指数阶的形式增大^[11,12].

对于一维离散的映射 $x_{n+1} = f(x_n)$, 其 Lyapunov 指数定义为^[11]

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \left| \frac{df^n(x)}{dx} \right|_{x=x_0}, \quad (3)$$

其中 $f^n(x)$ 表示 $f(x)$ 迭代 n 次. 由公式(1)和(2)可知, 若 m 阶切比雪夫映射的初值 $x_0 = \cos\theta$, 则可得 $f^n(x_0) = x_n = \cos(m^n\theta)$, 那么有

$$\frac{df^n(x_0)}{dx} = \frac{d\cos m^n\theta}{d\cos\theta} = m^n \frac{\sin m^n\theta}{\sin\theta}. \quad (4)$$

将方程(4)代入方程(3)可得

$$\begin{aligned} \lambda &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n} \ln \left(\left| \frac{df^n(x_0)}{dx} \right| \right) \right] \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n} \ln \left(\left| m^n \frac{\sin m^n\theta}{\sin\theta} \right| \right) \right] \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \ln m^n + \frac{1}{n} \ln \left| \frac{\sin m^n\theta}{\sin\theta} \right| \right) \\ &\approx \ln m. \end{aligned} \quad (5)$$

由于 m 阶切比雪夫映射的 Lyapunov 指数 $\lambda = \ln m$ 在 $m > 1$ 时恒为正, 而对于 m 阶切比雪夫映射 $m \geq 2$, 所以 m 阶切比雪夫映射都可以通过迭代产生混沌序列.

3. 切比雪夫光混沌序列发生器模型

对于混沌序列, 容量的近无限性和类随机性是其最主要的两个优点, 而在实际的通信系统中, 混沌序列的长度应该是有限的. 利用马赫-曾德尔干涉仪对相位的调制原理可以设计出基于切比雪夫映射的有限长混沌序列发生器^[8](图 1), 该方案可以产生

长度为 N 的光混沌序列.

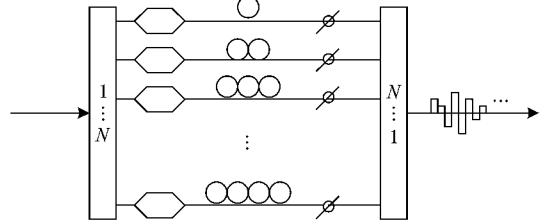


图 1 切比雪夫光混沌序列发生器结构示意图

若第 k 个马赫-曾德尔干涉仪的输入信号为 $E_m = Ae^{i\omega t} i_l$, 则输出信号 E_k 可以表示为

$$\begin{aligned} E_k &= \cos \frac{\omega}{2\nu} (L_k - L'_k) \\ &\times e^{-\frac{i\omega}{2\nu} (L_k + L'_k)} Ae^{i\omega t} i_l, \end{aligned} \quad (6)$$

其中 L_k 和 L'_k 分别为第 k 个马赫-曾德尔干涉仪的上臂和下臂的长度, ω 和 ν 分别是光信号的角频率和传播速度, i_l 为单位矢量.

由(6)式可知, 若

$$\frac{\omega}{\nu} (L_k + L'_k) = 2M\pi \quad (M = 1, 2, 3, \dots), \quad (7)$$

则(6)式可化为

$$E_k = Ae^{i\omega t} i_l \cos \frac{\omega L_k}{\nu}, \quad (8)$$

对于 m 阶切比雪夫映射, 如果图 1 中相邻的两个马赫-曾德尔干涉仪的上臂臂长满足 $L_{k+1} = mL_k$, 同时用光纤延迟线使各马赫-曾德尔干涉仪的输出信号能够顺序输出, 移相器消除光纤延迟线产生的附加相移, 这样根据(8)式易知得到的输出为 E_1, E_2, \dots, E_k 的光信号的幅度是满足切比雪夫映射的光混沌序列, 并且每个输出信号光的幅度都由输入光的波长和马赫-曾德尔干涉仪的臂长唯一确定, 即

$$\begin{aligned} \cos \frac{\omega L_k}{\nu} A &= \cos \frac{\omega m^{k-1} L_1}{\nu} A \\ &= \cos \frac{2\pi n m^{k-1} L_1}{\lambda} A. \end{aligned} \quad (9)$$

由(9)式可以看出, 灵活选取输入波长和马赫-曾德尔干涉仪的臂长, 就可以设计出不同的切比雪夫光混沌序列. 对于一个已经设计好的发生器, 输入事先设定好的波长就能得到切比雪夫光混沌序列.

由(9)式也可以看出, 随着马赫-曾德尔干涉仪个数的增加, 其上臂臂长将以 m 的指数倍增加, 这使得发生器产生的序列长度受到了器件设计尺寸的限制. 同时, 当输入波长变化时, 原有的马赫-曾德尔

干涉仪的臂长不能满足公式(7),因此发生器需要重新设计.

4. 切比雪夫光混沌序列发生器的优化

4.1. 对马赫-曾德尔干涉仪设计臂长的优化

方程(6)中的 $e^{-\frac{i\omega}{2\nu}(L_k + L'_k)}$ 为输出信号的附加相移,不影响输出信号的幅值,因此可以通过调节移相器将其消除.这样,输入波长与马赫-曾德尔干涉仪的臂长之间的关系便不再受公式(7)的限制.

消除附加相移后的输出信号可以写成

$$\begin{aligned} E_k &= \cos\left[\frac{\omega}{2\nu}(L_k - L'_k)\right] E_{in} \\ &= \cos\left[\frac{\pi n}{\lambda}(L_k - L'_k)\right] E_{in}. \end{aligned} \quad (10)$$

由(10)式可知输出信号的幅度仅与上下臂的臂长差有关.

不妨令所有马赫-曾德尔干涉仪的下臂臂长相等,即 $L'_1 = L'_2 = \dots = L'_k = L$, 设 $\pi nL/\lambda = \theta$. 若输出序列满足切比雪夫映射关系,则图1所示的马赫-曾德尔干涉仪的上臂臂长应当满足如下关系:

$$\begin{aligned} \pi nL_1/\lambda &= (1 + 1)\theta, \\ \pi nL_2/\lambda &= (1 + m)\theta, \end{aligned}$$

$$\pi nL_k/\lambda = (1 + m^{k-1})\theta. \quad (11)$$

为了使发生器所能产生的序列长度不会因光学元件的尺寸有限而受到限制,可以通过 $\pi nL_k/\lambda$ 对 2π 取同余来减小马赫-曾德尔干涉仪的上臂臂长.同时,为了避免出现走离效应和便于封装,应使马赫-曾德尔干涉仪的上臂臂长 l_k 取值在 $[0.5L, 1.5L]$ 范围内.由于输出序列由(9)式(余弦值序列)确定,所以在同余运算之后输出序列的值不变.但是当输入信号的波长由 λ 变为 λ' 时, $\pi nL_k/\lambda'$ 将不再满足方程(11),因此得到的序列值不满足切比雪夫映射.为了能够使发生器对不同波长都可以得到切比雪夫序列,还需要引入波长适应性方案.

4.2. 波长适应性方案

注意到(10)式中有一个与波长和臂长都无关的变量 n . n 是马赫-曾德尔干涉仪两臂的折射率,与外加电压有关.如果根据不同的输入波长给每个马赫-曾德尔干涉仪施加不同的电压,使其两臂的折

率满足

$$\cos\left(\frac{\pi n_k \Delta l_k}{\lambda'}\right) = \cos\left(\frac{m^{k-1} \pi n_1 \Delta l_1}{\lambda'}\right), \quad (12)$$

则该序列满足切比雪夫映射.这里 $\Delta l_k = |l_k - L|$. 解(12)式得

$$n_k = \frac{m^{k-1} n_1 \Delta l_1 - 2M\lambda'}{\Delta l_k} \quad (M = 0, 1, 2, \dots). \quad (13)$$

改进后的方案如图2所示.

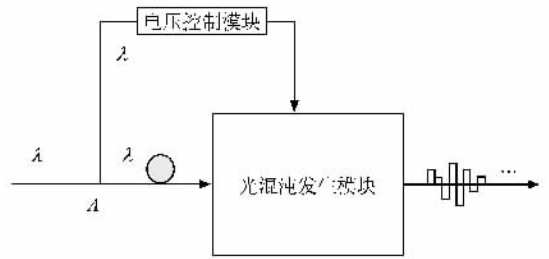


图2 改进后的切比雪夫混沌序列发生器

根据(13)式计算出在不同输入波长下的每个马赫-曾德尔干涉仪的 n_k 的值,然后将结果存储在电压控制模块里.光混沌发生模块的结构与图1相同.因此该发生器可以根据输入波长的不同产生相应的切比雪夫光混沌序列.

实际应用时,输入信号光在A点被分为两路,上路进入电压控制模块,电压控制模块检测到输入波长后,按照存储表中事先计算好的值给每个马赫-曾德尔干涉仪分配控制电压.下路信号经光纤延迟线等待,当上路信号激励的控制电压改变马赫-曾德尔干涉仪光支路的折射率之后,下路信号光进入光混沌发生模块产生一组光序列.由(12)(13)式可知,该序列是一组符合切比雪夫映射的光混沌序列.

5. 结 论

混沌序列对初值的敏感性使得它在保密通信中被广泛应用.利用混沌映射产生扩频序列也成为近年来的一个研究热点.在一维映射中,切比雪夫映射是被较多研究的混沌映射之一.本文从切比雪夫映射出发,推导出 m 阶切比雪夫映射的 Lyapunov 指数的一般公式.在此基础上,分析了以往提出的一种切比雪夫光混沌序列发生器的设计方案,针对其受限于光学器件尺寸的不足提出了改进方案.改进方案中首先利用余弦函数的性质,合理地减小了马赫-曾

德尔干涉仪的设计臂长,使得改进后的光混沌序列发生器所产生的序列长度不再受马赫-曾德尔干涉仪的臂长尺寸限制.然后根据马赫-曾德尔干涉仪两臂的折射率受电压控制的性质,提出了波长适应性

方案,从而使得混沌光序列发生器可以适用于多个波长,并且根据输入波长的不同,产生出相应的切比雪夫光混沌序列.

- [1] Wang J Z, Wang Y L, Wang M Q 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5048 (in Chinese)[王继志、王应龙、王美琴 2006 物理学报 **55** 5048]
- [2] Yu S M, Qiu S S, Luo W M 2000 *J. Guilin Inst. Electron. Techn.* **20** 56 (in Chinese)[禹思敏、丘水生、罗伟民 2000 桂林电子工业学院学报 **20** 56]
- [3] Li G H, Lei Y Y 2005 *Chin. J. Quantum Electron.* **22** 415 (in Chinese)[李国辉、雷云逸 2005 量子电子学报 **22** 415]
- [4] Liu Y Z, Jiang C S, Lin C S 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 709 (in Chinese)[刘扬政、姜长生、林长圣 2008 物理学报 **57** 709]
- [5] Yang D X, Li G, Cheng G D 2004 *Chin. J. Comput. Mech.* **21** 257 (in Chinese)[杨迪雄、李刚、程耿东 2004 计算力学学报 **21** 257]
- [6] Gan L C, Wu Y X 2000 *Acta Elect. Sin.* **28** 1 (in Chinese)[甘良才、吴燕翔 2000 电子学报 **28** 1]
- [7] Li X C, Guo D H, Zeng Q, Wu B X 2003 *Telecomm. Techn.* **6** 13 (in Chinese)[李晓潮、郭东辉、曾权、吴伯僖 2003 电讯技术 **6** 13]
- [8] Liu X L, Yu C X, Xin X J, Zhang Q 2007 *Electron. Lett.* **43** 1159
- [9] Umeno K 2004 *J. National Inst. Inf. Commun. Techn.* **51** 163
- [10] Zhang L H, Liao X F, Wang X B 2005 *Comput. Appl.* **25** 1133 (in Chinese)[张林华、廖晓峰、汪学兵 2005 计算机应用 **25** 1133]
- [11] Luo L J, Li Y S, Li T, Dong Q T 2005 *Comput. Simul.* **22** 285 (in Chinese)[罗利军、李银山、李彤、董青田 2005 计算机仿真 **22** 285]
- [12] Lai J W, Zhou S P, Li G H, Xu D M 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 2328 (in Chinese)[赖建文、周世平、李国辉、徐得名 2000 物理学报 **49** 2328]

An optimization scheme for generating of Chebyshev optical chaotic sequence^{*}

Liu Hui-Shi^{1)†} Yu Chong-Xiu¹⁾ Yin Xiao-Li²⁾ Zhang Qi²⁾ Xin Xiang-Jun²⁾

1) *Key Laboratory of Optical Communication and Lightwave Technologies of Ministry of Education, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China*

2) *School of Electronic Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China*

(Received 12 July 2008 ; revised manuscript received 15 October 2008)

Abstract

The methods of generating spread-spectrum sequences with Mach-Zehnder interferometer are studied, also the principle and the scheme of a reported Chebyshev chaotic sequence generator is analyzed. To eliminate the limitation caused by the size of optical elements, a new scheme using the properties of cosine function is put forward. By using voltage to adjust the refractive index of the arms of Mach-Zehnder interferometer, a wavelength adaptive generator can be realized, with which different Chebyshev optical chaotic sequences with different input wavelengths could be obtained.

Keywords: Chebyshev map, chaotic sequence, Lyapunov exponent, optical chaotic sequence generator

PACC: 0545

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60577045), the Specialized Resench Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20050013002), the Program for the New Century Excellent Talents in University of Ministry of Education, China (Grant No. NECT-07-0111) and the Scientific Research Foundation for the Returned Overseas Chinese Scholars from Ministry of Education, China.

[†] E-mail: liuhuishi@gmail.com