

# DOG 小波映射伸缩和平移的动力学分析\*

包伯成<sup>1)†</sup> 胡文<sup>1)‡</sup> 刘中<sup>1)</sup> 康祝圣<sup>4)</sup> 许建平<sup>5)</sup>

1) 南京理工大学电子工程系, 南京 210094)

2) 江苏技术师范学院电气信息工程学院, 常州 213001)

3) 南京航空航天大学信息科学与技术学院, 南京 210016)

4) 电子科技大学电子工程学院, 成都 610054)

5) 西南交通大学电气工程学院, 成都 610031)

(2008 年 7 月 26 日收到, 2008 年 10 月 23 日收到修改稿)

利用对映射的不动点分析和构造相应次数的迭代曲线, 分析了由 DOG 小波窗口函数构造的一维全局光滑迭代映射的动力学特性. 随着尺度伸缩和时间平移, 映射不动点会发生数量上的增加或减少, 产生稳定或不稳定交点、切点或零点. 通过数值仿真得到了动力学行为图、参数分岔图和 Lyapunov 指数谱, 研究和讨论了 DOG 小波映射的倍周期分岔、切分岔、边界危机分岔、周期窗以及不完全 Feigenbaum 树等非线性物理现象.

关键词: DOG 小波映射, 伸缩和平移, 不动点, 迭代曲线

PACC: 0545

## 1. 引 言

分岔和混沌等非线性现象广泛地存在于自然界, 诸如物理学、化学、生物学、地质学技术科学以及社会科学等各个领域. 混沌及其混沌控制在电子系统、保密通信、数据加密、机械震动故障诊断和神经网络等众多领域中得到了广泛的应用<sup>[1-4]</sup>.

自从 Logistic 映射、Hénon 映射和 Lorenz 方程等提出以来, 人们不断发现新的混沌系统<sup>[5-8]</sup>, 或者从已有的映射和方程等系统作延伸构造出新的系统<sup>[9-16]</sup>, 进而对这些系统进行了深入研究, 建立了相应的理论体系<sup>[17-19, 21]</sup>, 并不断报道出新的非线性物理现象<sup>[18-20]</sup>. 尤其是近几年来, Hayes 等人首次通过加载随机信号从一个线性系统中获得了反时间的混沌信号<sup>[22, 23]</sup>, 突破了人们的传统观念, 说明混沌不再是非线性动力学系统所特有的一种形式, 需要人们对混沌及其现象做出重新的认识和正确的评价.

小波函数是一类重要的非线性函数方程, 小波变换有着广泛的应用前景<sup>[24]</sup>. 实际应用中有时会发现经过小波变换后的输出结果中存在分岔现象, 这对于高精度检测和定位等应用是不利的. 分岔现象是由小波函数本身决定的, 因此有必要对小波函

数的动力学特性进行研究.

基于 DOG 小波<sup>[24]</sup>的窗口函数, 本文构造了所对应的一维映射方程. 由于小波映射中尺度的伸缩和时间的平移, 会导致小波映射具有复杂的非线性动力学行为. 本文将利用对映射的不动点分析和构造相应次数的迭代曲线, 分析 DOG 小波映射的动力学特性, 通过数值仿真对该映射进行深入的研究和详细的讨论.

## 2. 小波映射构造和不动点分析

### 2.1. DOG 小波映射构造

用 Gauss 函数的差 (Difference of Gaussians, DOG) 形成的 DOG 小波是 Mexico 草帽小波的良好近似, 其基函数为

$$g(t) = e^{-t^2/2} - 0.5e^{-t^2/8}, \quad (1)$$

DOG 小波基函数与其他小波基函数一样, 都在有效支撑区域之外快速衰减, 它在视觉信息加工研究和边缘检测方面获得了较多的应用<sup>[24]</sup>.

由 DOG 小波的基函数伸缩和平移后生成相应的窗口函数, 其时域形式为

\* 国家自然科学基金 (批准号: 60472059) 资助的课题.

† E-mail: mervinbao@126.com

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right). \quad (2)$$

式中  $a$  和  $b$  分别为尺度伸缩因子和时间平移因子.

由 (2) 式 DOG 小波的窗口函数可以直接构造出一维离散迭代映射

$$x_{n+1} = f(x_n) = \frac{1}{\sqrt{a}} \left[ e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_n-b}{a}\right)^2} - \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{8}\left(\frac{x_n-b}{a}\right)^2} \right]. \quad (3)$$

上式所描述的映射方程包含了伸缩和平移的两个参数,简称 DOG 小波映射.

### 2.2. DOG 小波映射曲线的特征

对式 (3) 进行求导得出

$$f'(x) = -\frac{x-b}{a^2\sqrt{a}} \left[ e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-b}{a}\right)^2} - \frac{1}{8} e^{-\frac{1}{8}\left(\frac{x-b}{a}\right)^2} \right], \quad (4)$$

故映射的临界点为  $x = b$  和  $x = b \pm 2a\sqrt{\ln 4}$ . 当  $x = b$  时 (3) 式具有极大值  $\frac{1}{2\sqrt{a}}$ ; 当  $x = b \pm 2a\sqrt{\ln 4}$  时,

(3) 式具有极小值  $-\frac{3}{16\sqrt{a}}$ . 极大值和极小值只与伸

缩的尺度有关,与平移的时间无关;发生极大值的位置与平移的时间一致,而发生极小值的位置则与伸缩的尺度和平移的时间成线性关系.

(4) 式即为 DOG 小波映射的特征值方程. DOG 小波映射是一维映射,根据一维映射动力系统理论,对于稳定的周期 1 情况,特征值必须位于区间  $[-1, 1]$  中,当特征值越出该区间,则将产生倍周期分岔<sup>[17]</sup>.

### 2.3. 映射不动点分析

图 1 是 DOG 小波映射随尺度伸缩和时间平移时不动点演变的示意图,图中曲线表示  $y = f(x)$ ,斜线(或称对角线)表示  $y = x$ (斜率为 1),映射不动点即为曲线与斜线相交或相切的点,图中曲线所注数值表示伸缩或平移的值.图 1(a)是时间平移因子  $b = 0.1$  时随尺度伸缩,映射不动点发生变化情况示意,图 1(b)是尺度伸缩因子  $a = 0.3$  时随时间平移,映射不动点发生变化情况示意.从图中可以看到,DOG 小波映射随伸缩和平移时,在全局范围内始终有 1 个交点不动点(曲线与对角线的交点),在稳定点和不稳定点之间变化着;同时映射曲线会与对角线相切,产生新的切点,切点分裂成 2 个交点,继而 2 个交点合并相切后消失.

#### 2.3.1. 尺度伸缩情形

从图 1(a)中可以观察到,当尺度缩小时,映射先有 1 个不动点,为与对角线相交的交点,交点的斜率在  $(0, -1)$  的区间内,为稳定的不动点,以周期 1 轨道运行.当  $a = 0.5934$  时,交点斜率刚好为  $-1$ ,不动点位于稳定点和不稳定点的临界点,当尺度进一步缩小,不动点将转变成不稳定点,因此在  $a = 0.5934$  时映射将发生第一次倍周期分岔,进入周期 2 运行轨道.

当尺度缩小到  $a = 0.2265$  时,映射不动点除了原有的 1 个不稳定的交点外,映射曲线刚好与对角线相切,产生了 1 个切点,映射将在这里产生切分岔.切点不动点随尺度进一步缩小,将分裂成 2 个交点,与原有的 1 个交点一起,映射的不动点变成了 3 个,其中 1 个是稳定不动点,将产生一条稳定的周期轨道,形成周期 1 窗口.周期 1 窗口中的周期 1 轨道随着尺度的继续缩小,当  $a = 0.1806$  时,其稳定不动点会变成不稳定不动点,产生窗口内的倍周期分岔,并最终通向混沌.窗口内的次级混沌带将与切点分裂出来的一条不稳定不动点的运行轨道(不能观察到)相遇,发生混沌危机,引起混沌状态的突变,由密

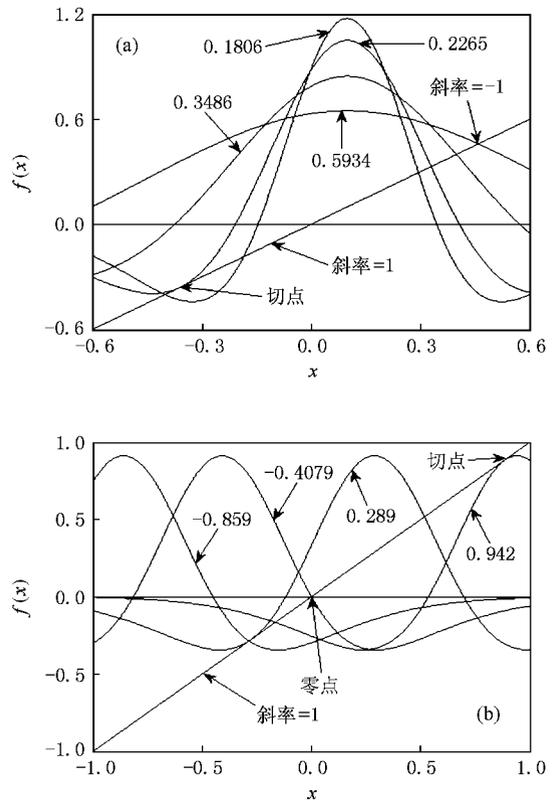


图 1 DOG 小波映射不动点演变示意图 (a)尺度伸缩情形 (b)时间平移情形

致的混沌窄带突然变为较稀疏的混沌宽带。

由此可见,当尺度缩小时映射不动点由最初的 1 个稳定交点转变成 1 个不稳定交点,继而新生成 1 个切点,然后由切点发生分裂,最后变成了 3 个交点。

### 2.3.2. 时间平移情形

从图 1(b)中可以观察到,当时间由负值向正值平移时,与上述尺度缩小情形类似,映射也先有 1 个稳定不动点,为与对角线相交的交点。当  $b = -0.859$  时,交点斜率刚好为  $-1$ ,映射将在这里发生第一次倍周期分岔。当  $b = -0.4079$  时,交点成为零点,从下面的分岔图可以看出,映射在这里没有发生状态突变,该零点不动点是映射的唯一不动点。

随着时间平移值的进一步增大,当  $b = 0.289$  时,映射生成 1 个切点,映射将在这里发生切分岔,产生一条稳定的周期 1 轨道和另两条不稳定的不能观察到运行轨道。按例这将会在分岔图上形成周期 1 窗口,但由于周期 1 轨道将变得越来越稳定,不去历经一般分岔现象时的倍周期分岔过程,且在区间内与不稳定运行轨道不产生相遇,因此周期 1 轨道将保持着鲁棒稳定性。直到  $b = 0.942$  时,映射曲线上 2 个不稳定交点相遇并合并生成 1 个切点,紧接着切点消失,DOG 小波映射在这之后仅存在着 1 个稳定的不动点。

综上所述,当时间平移时,映射不动点将由最初的 1 个稳定交点转变成 1 个不稳定交点,然后相切另生成 1 个新的切点,切点发生分裂,变成 3 个交点;一段范围变化后,其中 2 个不稳定交点合并相切并消失,最后映射只保留 1 个稳定的不动点。

### 2.3.3. 零点不动点

DOG 小波映射初值为 0 时,产生零点不动点的二参数之间的关系可以由(3)式求得。令  $[x_{n+1}, x_n] = [0, 0]$  则  $a$  与  $b$  有以下关系式:

$$b = \pm \sqrt{\frac{8}{3} \ln 2} \cdot a = \pm 1.5396a. \quad (5)$$

零点不动点在一定的条件下会产生映射运行轨道状态的突变。

## 3. 数值仿真和结果分析

### 3.1. 参数动力学行为分布

尺度伸缩和时间平移二参数同时变化时,在不

同的初值下 DOG 小波映射的动力学行为分布图如图 2 所示。图 2 是根据周期数的大小使用相应的黑白灰度将该映射点在参数平面中绘出,白色代表周期 1,黑色代表混沌,周期数越大则灰度越深。可以看出,大周期数和混沌区域主要集中在两个区间内,在此区间内还夹杂着大量小周期数,说明在混沌区域内存在切分岔引发的阵发混沌周期窗口。

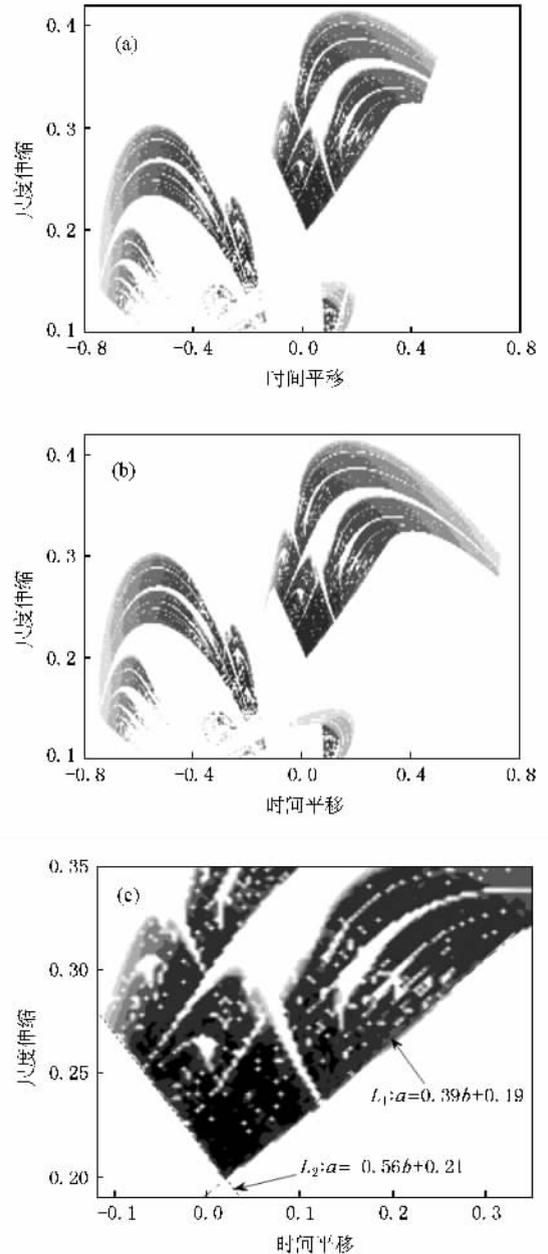


图 2 参数动力学行为分布图 (a)初值 0 (b)初值 0.5 (c)局部图

图 2(a)和(b)说明在不同的初值下,DOG 小波映射的动力学行为存在着一定范围内的差异。在大

部分区间内,其动力学行为大致相同,但在  $a, b = [0.1, 0.15] \times [0, 0.2]$  和  $a, b = [0.3, 0.4] \times [0.4, 0.7]$  的一些小区间内,则存在着较明显的差异。

图 3(c) 是参数动力学分布局部图,从图中可以观察到,其分布具有一定的变化规律,明显出现两个周期区域与混沌区域的边界,且可以用两条参数的关系直线线性近似,分别为:  $L_1: a = 0.39b + 0.19$  和  $L_2: a = -0.56b + 0.21$ . 在  $L_1$  边界附近,DOG 小波映射的 1 次迭代曲线生成 1 个切点,将发生切分岔,形成 1 条稳定的周期 1 运行轨道;而在  $L_2$  边界附近,DOG 小波映射的 2 次迭代曲线生成 2 个切点,将发生切分岔,形成 1 条稳定的周期 2 运行轨道. 这种物理现象,文献[19-20]称之为边界危机分岔 (Boundary crisis bifurcation).

图 2 中出现的较大的周期窗口是周期 3 窗,次大的周期窗口是周期 4 窗. 如果在图上取一条水平或者垂直的直线,就可以得到单一参数变化时的分岔图,分别对应于尺度伸缩或时间平移为分岔参数时的动力学行为。

### 3.2. DOG 小波映射的分岔

图 3 和图 4 是尺度伸缩和时间平移其中一个参数固定、另一个参数变化时的分岔图,这里初值无特别说明时设定为 0.

#### 3.2.1. 伸缩与 Feigenbaum 常数

图 3(a) 和 (b) 是时间平移因子在  $b = 0.1$  时 DOG 小波映射尺度在  $[0.1, 0.7]$  范围内伸缩的分岔图和对应的 Lyapunov 指数谱. 观察图 3(a) 可见,尺度伸缩时映射发生了逆分岔现象. 随着尺度缩小,发生了倍周期分岔,依次出现了周期 2, 4, 8, 16, ... . 当  $a = 0.3486$  和  $a = 0.2265$  时,映射发生了切分岔,分别形成了较明显的周期 3 窗和周期 1 窗. 周期 1 窗口的形成原因已经在对映射不动点分析时作了说明. 周期 3 窗口也是因映射的 3 次迭代曲线上同时形成 3 个切点导致了切分岔而引起的。

图 3(a) 中出现周期 2, 4, 8, 16, ... 所对应尺度值分别为:  $a_1 = 0.5934, a_2 = 0.4421, a_3 = 0.4168, a_4 = 0.4115$ , 可以计算出尺度值  $a_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) 序列间隔比的极限分别为:

$$\delta_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n - a_{n-1}}{a_{n+1} - a_n} = 5.9802, \quad (6)$$

$$\delta_2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n - a_{n-1}}{a_{n+1} - a_n} = 4.7736. \quad (7)$$

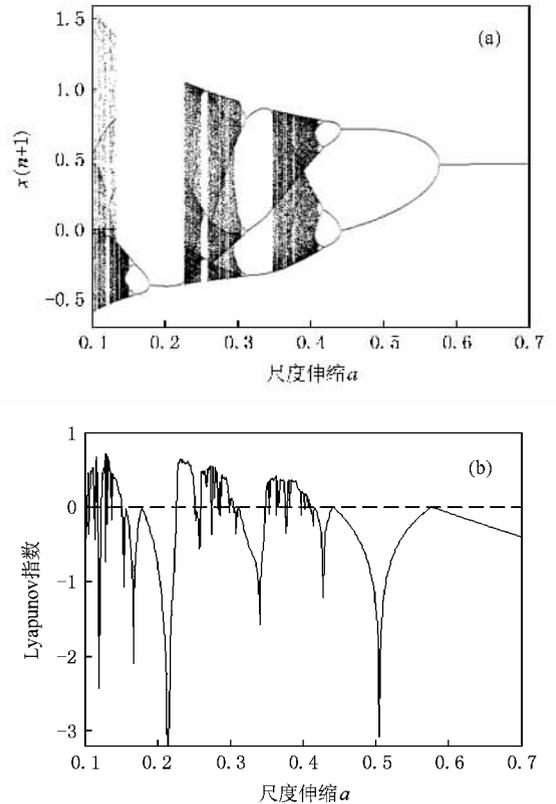


图 3 尺度伸缩的分岔行为 (a) 分岔图 (b) Lyapunov 指数谱

式 (6) 和式 (7) 给出的  $\delta_1$  和  $\delta_2$  与 Feigenbaum 常数  $\delta = 4.66920\dots$  相差较大. 这说明 DOG 小波映射不严格具有单峰 Logistic 映射等所决定的系统的一些共同规律,即在通向混沌道路的一系列倍周期分岔过程中,在参数空间中都表现出自相似性. 尽管 DOG 小波映射的分岔行为没有严格遍历 Feigenbaum 的倍周期分岔过程,但从图 3 中可以看到,分岔图仍然表现出了一定的自相似性。

#### 3.2.2. 平移与周期窗内不完全 Feigenbaum 树

图 4(a) 和 (b) 是尺度伸缩因子在  $a = 0.3$  时 DOG 小波映射在  $[-1, 1]$  范围内时间平移的分岔图和对应的 Lyapunov 指数谱,图 4(c) 是映射对应于图 4(a) 的局部分岔图. 固定  $a = 0.3$ , 图 5(a), (b) 和 (c) 则分别是  $b = -0.07912, b = -0.07473$  和  $b = 0.14793$  时映射的 6 次、12 次上半区和 4 次迭代曲线。

从图 4(a) 中可以看出,DOG 小波映射随时间平移时非线性动力学现象更加丰富,随着时间因子的变化,出现了倍周期分岔、混沌、切分岔、阵发混沌、周期窗以及不完全倍周期 Feigenbaum 树等现象。

我们先观察时间因子  $b$  在  $[-0.07912,$

-0.05858 区间内 DOG 小波映射的分岔行为. 在  $b = -0.07912$  位置时, 映射的 6 次迭代曲线如图 5(a) 所示, 映射在这里发生了切分岔, 形成了两个平行的周期 3 窗口. 在平行的周期 3 窗内, 映射出现了不完全倍周期 Feigenbaum 树现象, 形成了 6 个二次分谐. 二次分谐在  $b = -0.07473$  位置开始, 并在  $b = -0.06701$  位置结束. 映射在分谐开始时刻的 12 次迭代曲线如图 5(b) 所示, 为了便于观察, 图 5(b) 中只给出了上半区的迭代曲线.

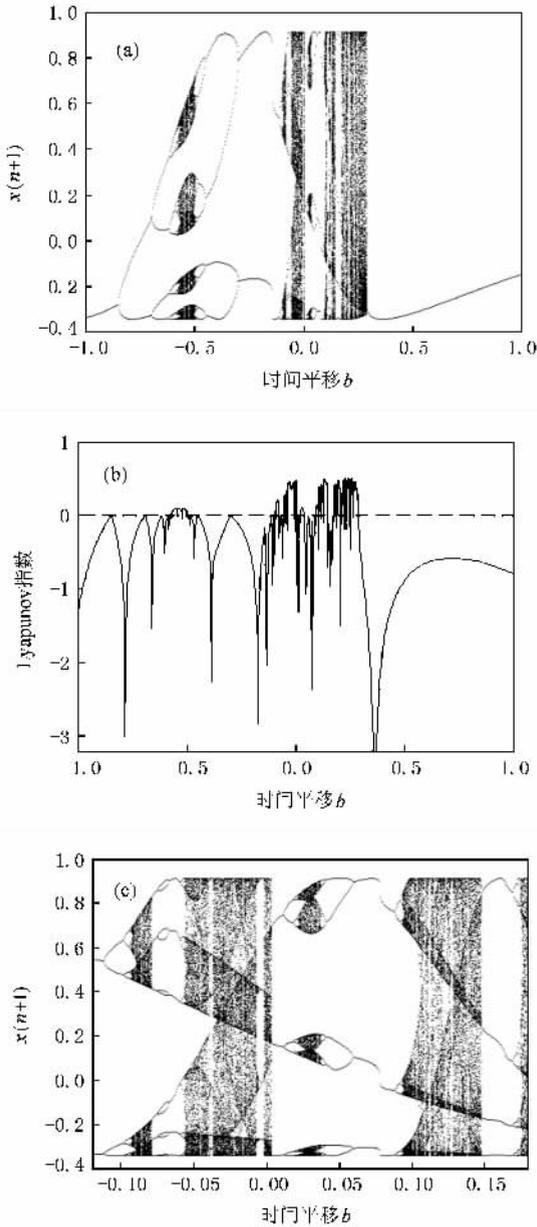


图 4 时间平移的分岔行为 (a)分岔图 (b) Lyapunov 指数谱, (c)局部分岔图

从图 5(b) 中可以看出, 映射的 12 次迭代曲线

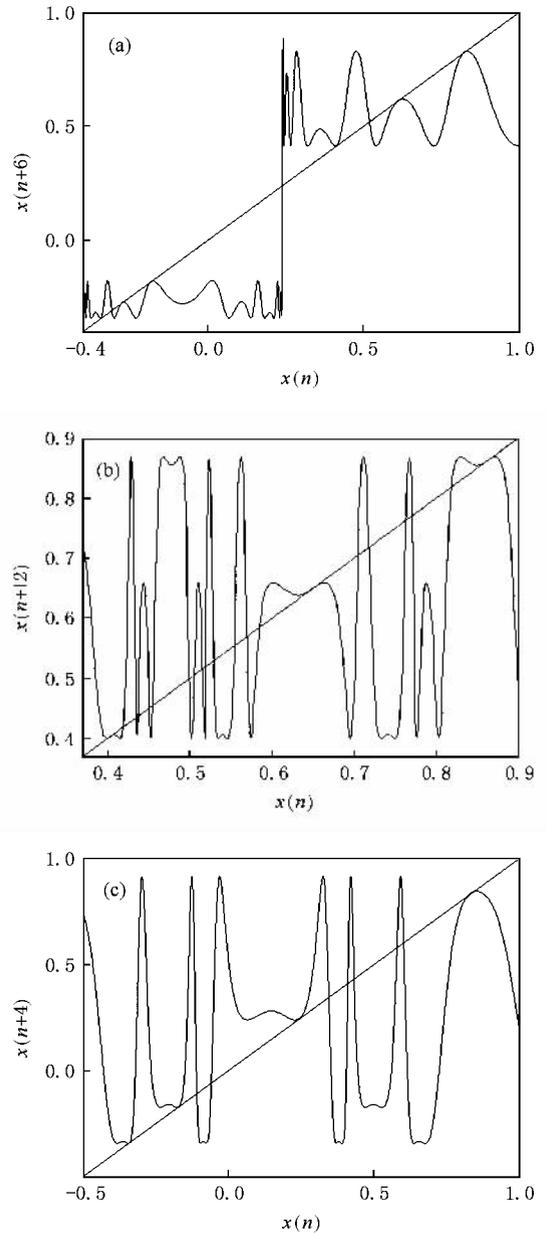


图 5 DOG 小波映射的迭代曲线 (a) 6 次迭代曲线 (b) 12 次上半区迭代曲线 (c) 4 次迭代曲线

生成了 6 个切点, 当时间平移值增大, 则 6 个切点分裂生成  $6 \times 3$  个交点, 其中有 12 个交点的斜率都是略大于 -1, 而另 6 个略大于 1, 也即 12 个是稳定的, 6 个是不稳定的. 这样就产生了 6 条稳定周期 2 轨道. 当  $b = -0.06701$  时,  $6 \times 3$  个交点在此重新合并成 6 个切点, 并转变成 6 个稳定交点, 形成了 6 条周期 1 轨道.

图 5(c) 给出了  $b = 0.14793$  时映射的四次迭代曲线, 映射在这里发生了切分岔, 出现了周期 4 窗口.

这样,通过构造映射的迭代曲线,我们揭示了 DOG 小波映射在分岔图上形成周期窗和窗内不完全 Feigenbaum 树现象的原因.

### 3.2.3. 零点和不同初值的状态突变

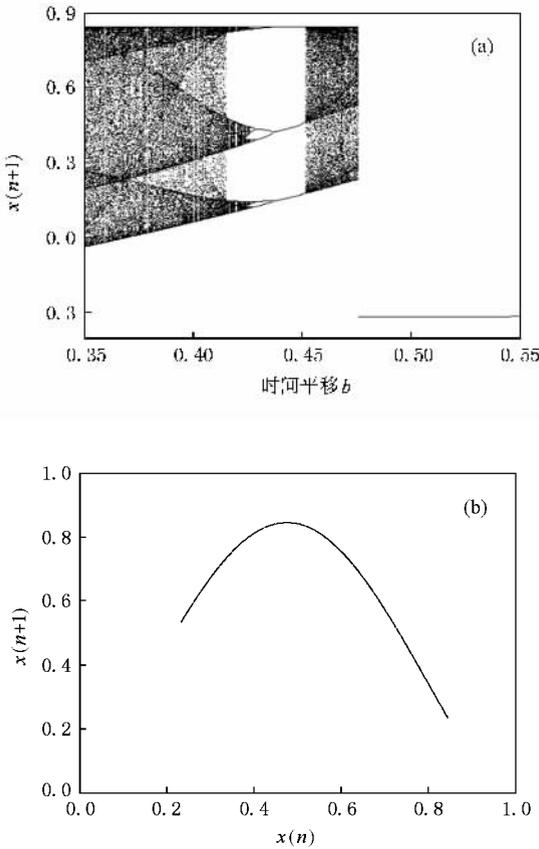


图 6 分岔图和吸引子 (a)有状态突变的分岔图 (b)混沌吸引子

图 6 (a)给出了尺度伸缩因子在  $a = 0.35$  时 DOG 小波映射在  $[0.35, 0.55]$  范围内时间平移的分岔图.从图 6 (a)中可见,分岔图在  $b = 0.4758$  附近裂变成了两个部分,右侧为周期 1 区域,左侧为混沌区域.该精确位置是  $b^* = \sqrt{\frac{8}{3} \ln 2} a = 0.35 \sqrt{\frac{8}{3} \ln 2}$ ,这时吸引子是出现在坐标  $[x_{n+1}, x_n] = [0, 0]$  上的一个点.当  $b = b^* - 10^{-10}$  时,映射存在着如图 6 (b)所示的混沌吸引子;而当  $b = b^* + 10^{-10}$  时,则为坐标  $[x_{n+1}, x_n] = [-0.3418, -0.3418]$  的周期 1. DOG 小波映射的运行轨道在这里发生了状态突变,这是由于映射的 1 个不动点转变成零点时导致的.

参考图 1 (b)所示的 DOG 小波映射不动点演变示意图,可以发现映射在时间因子由负值向正值平移时在  $b = 0.4$  附近生成的新切点没有引起映射出现切分岔.其次,从图 6 (a)中可以观察到,在

$[0.4158, 0.4516]$  区间内,映射出现了混沌区域蜕变成周期区域并周期不断减半的逆分岔.同时,还可以从图 1 (b)中判断出映射在出现零点的附近,其不动点有 1 个稳定交点和 2 个不稳定交点构成,且转变成零点的两个不稳定交点是由切点分裂产生的.由此说明了映射运行状态在零点发生突变是映射本身在参数变化范围内有着非常复杂的动力学行为而引发的.

图 7 给出了在初值为 0.5 时图 4 (a)所对应参数值的分岔图和 Lyapunov 指数谱.可以看到,时间因子在  $[0.6236, 0.7343]$  区间内平移时,映射运行轨道由稳定的周期 1 状态跳变成混沌状态.这与图 2 (b)分布图上所显示的情况相一致.在此参数变化区间内,从图 1 (b)中可以判断出,映射不动点由 1 个稳定交点和 2 个不稳定交点构成,由于映射在此前区域发生的切分岔形成了一条可以观察到的稳定周期 1 运行轨道和两条不能观察到的不稳定运行轨道.当映射以初值 0.5 进行迭代时,就有可能使得两条不稳定轨道在此参数范围内相遇,发生混沌危机,引起运行轨道状态突变.

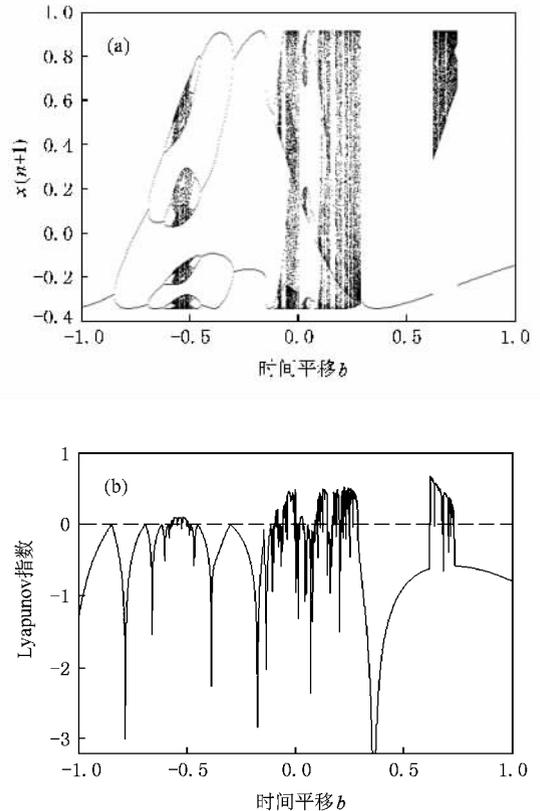


图 7 初值为 0.5 时的分岔行为 (a)分岔图 (b) Lyapunov 指数谱

## 4. 结 论

DOG 小波映射是一维全局光滑迭代映射方程, 尺度伸缩和时间平移使得不动点会发生数量上的增加或减少, 产生稳定或不稳定交点、切点或零点, 导致了该小波映射具有丰富的非线性动力学行为. 本文利用对映射的不动点演变轨迹分析和采用仿真手

段构造相应次数的迭代曲线, 全面分析了 DOG 小波映射的动力学特性, 其分析方法和仿真工具可以应用到其他映射系统的动力学特性研究中.

进行小波映射非线性动力学现象的深入研究有助于更加了解小波函数本身的动力学特性, 对小波的广泛应用有着重要的指导意义. 同时, DOG 小波映射特有的一些非线性动力学特性, 为非线性物理现象的研究提供了一个较好的映射方程实例.

- [ 1 ] Liu Z ,Zhu X H ,Hu W ,Jiang F 2007 *Int. J. Bifur. Chaos* **17** 1735
- [ 2 ] Venkatasubramanian V ,Leung H 2005 *IEEE Sign. Process. Lett.* **12** 528
- [ 3 ] Long M ,Qiu S S 2007 *Chin. Phys.* **16** 2254
- [ 4 ] Zhou W J ,Yu S M 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4738 ( in Chinese )  
[ 周武杰、禹思敏 2008 物理学报 **57** 4738 ]
- [ 5 ] Chen G R ,Ueta T 1999 *Int. J. Bifur. Chaos* **9** 1465
- [ 6 ] Lü J H ,Chen G R 2002 *Int. J. Bifur. Chaos* **12** 659
- [ 7 ] Lü J H ,Chen G R ,Cheng D Z 2004 *Int. J. Bifur. Chaos* **14** 1507
- [ 8 ] Bao B C ,Li C B ,Xu J P ,Liu Z 2008 *Chin. Phys.* **17** 4022
- [ 9 ] Wang G Y ,Liu J B ,Zheng X 2007 *Chin. Phys.* **16** 2278
- [ 10 ] Bao B C ,Liu Z 2008 *Chin. Phys. Lett.* **25** 2396
- [ 11 ] Wang F Z ,Qi G Y ,Chen Z Q ,Yuan Z Z 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3137 ( in Chinese ) [ 王繁珍、齐国元、陈增强、袁著祉 2007 物理学报 **56** 3137 ]
- [ 12 ] Yu S M 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3374 ( in Chinese ) [ 禹思敏 2008 物理学报 **57** 3374 ]
- [ 13 ] Chen L ,Peng H J ,Wang D S 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3337 ( in Chinese ) [ 谌 龙、彭海军、王德石 2008 物理学报 **57** 3337 ]
- [ 14 ] Yu W P ,Wei X P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3969 ( in Chinese ) [ 于万波、魏小鹏 2006 物理学报 **55** 3969 ]
- [ 15 ] Wang X Y ,Liang Q Y 2005 *Acta Mech. Sin.* **37** 522 ( in Chinese ) [ 王兴元、梁庆永 2005 力学学报 **37** 522 ]
- [ 16 ] Wang X Y ,Luo C 2005 *Acta Mech. Sin.* **37** 346 ( in Chinese ) [ 王兴元、骆 超 2005 力学学报 **37** 346 ]
- [ 17 ] Avrutin V ,Schanz M 2006 *Nonlinearity* **19** 531
- [ 18 ] Jain P ,Banerjee S 2003 *Int. J. Bifur. Chaos* **13** 3341
- [ 19 ] Osinga H M ,Krauskop B ,Doedel E J 2006 *Bristol Cent. Appl. Nonl. Math.* 879
- [ 20 ] Osinga H M ,Feudel U 2000 *Physica D* **141** 54
- [ 21 ] Robinson R C 2004 *An Introduction to Dynamical Systems : Continuous and Discrete* ( Pearson Prentice Hall : Upper Saddle River )
- [ 22 ] Hayes S T 2005 *J. Phys. Conf. Series* **23** 215
- [ 23 ] Corron N J ,Hayes S T ,Pethel S D ,Blakely J N 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 024101
- [ 24 ] Mallat S 1998 *A Wavelet Tour of Signal Processing* ( Academic Press : San Diego ,CA )

# Dynamical analysis of DOG wavelet mapping with dilation and translation \*

Bao Bo-Cheng<sup>1,2)†</sup> Hu Wen<sup>1,3)</sup> Liu Zhong<sup>1)</sup> Kang Zhu-Sheng<sup>4)</sup> Xu Jian-Ping<sup>5)</sup>

1) *Department of Electronic Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China*

2) *School of Electrical and Information Engineering, Jiangsu Teachers University of Technology, Changzhou 213001, China*

3) *College of Information Science and Technology, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China*

4) *School of Electronic Engineering, University of Electronics Science and Technology of China, Chengdu 610054, China*

5) *School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China*

( Received 26 July 2008 ; revised manuscript received 23 October 2008 )

## Abstract

A 1-D smooth map constructed from DOG wavelet function is discussed in this paper. With analysis on the fixed points and the constructed iterative curves, its dynamical characteristics are thoroughly studied. It is found that the number of the fixed points will increase or decrease depending on the dilation and translation operation of the wavelet and thus the stable or unstable cross points and tangent point or zero points are produced. Numerical calculations are performed to obtain the dynamic behavior, bifurcation diagrams and Lyapunov spectra. Some nonlinear phenomena such as period-doubling bifurcation, tangent bifurcation, boundary crisis bifurcation, periodic window, and imperfect Feigenbaum-tree are revealed and investigated.

**Keywords :** DOG wavelet map, dilation and translation, fixed point, iterative curve, dynamical characteristic

**PACC :** 0545

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 60472059 ).

† E-mail : mervinbao@126.com