

一个改进恒 Lyapunov 指数谱混沌系统的电路实现与同步控制

李春彪^{1)2)†} 陈 谏¹⁾ 朱焕强³⁾

1) 南京理工大学电子工程与光电技术学院, 南京 210094)

2) 江苏经贸职业技术学院工程技术系, 南京 210007)

3) 江苏经贸职业技术学院江苏省食品安全工程技术研究开发中心, 南京 210007)

(2008 年 9 月 21 日收到, 2008 年 10 月 21 日收到修改稿)

基于提出的恒 Lyapunov 指数谱混沌系统, 通过将系统中的参数进行剥离, 得到一个改进型的恒 Lyapunov 指数谱混沌系统. 该混沌系统存在三个重要的特性: 双参数恒 Lyapunov 指数谱、存在全局线性调幅参数和倒相参数. 通过 Lyapunov 指数谱与分岔图结合理论证明与推理, 揭示了该新系统存在的上述动力学特征. 构建实验电路, 实现了改进混沌系统, 物理实验验证了新系统的混沌行为. 最后, 利用单变量反馈控制方法实现了新系统的同步控制, 通过物理实验验证了新系统同步控制的条件.

关键词: 改进恒 Lyapunov 指数谱混沌系统, 电路实现, 同步控制

PACC: 0545

1. 引 言

混沌作为一种复杂的非线性现象, 过去的几十年里在科学及工程应用等领域得到了极大的关注. 混沌动力学行为能够由许多非线性振荡器产生, 非线性振荡器中的非线性元件或者实现二次项、乘积项, 或者实现分段线性项, 或者是其他高次项, 甚至是指数项. 常见的 Lorenz 系统^[1,2]、Rössler 系统^[3]、Chen 系统^[4]、Lü 系统^[5-7]及其他新的混沌系统^[8-11]的混沌特性对于参数非常敏感, 参数的变化与误差使得系统的动力学特性有所变化, 相应的系统相轨将在不动点、周期态、拟周期态与混沌态等不同的区域之间变动.

混沌信号应用于雷达与通信系统已经成为极为活跃的研究领域^[15-18]. 在混沌雷达中, 要求在接收机产生与原发射信号相一致(只是发射信号的延迟与尺度变换)的混沌信号以用来与接收信号进行相关, 完成匹配滤波; 在混沌保密通信中, 发射端将混沌电路产生的信号与隐蔽信息混合调制后发出, 接收端应用同步方法将信息分离. 因此, 要将混沌系统应用于雷达与通信等实际工程中, 必须给出正确可

行的电路实现方案与同步方案^[18-27]. 正是基于这一原因, 十多年来, 人们对混沌同步的研究也不断深入, 提出了许多有效而可行的混沌控制与同步方案^[18-25], 如驱动-响应同步方案^[18,19]、线性与非线性反馈法^[20-24]、自适应控制同步^[25-27]等.

最近, 文献 [12] 在归一化 Colpitts 系统方程^[13,14]的基础上, 改变其非线性指数函数, 用分段线性的绝对值项来代替, 得到一种特殊的混沌吸引子. 该系统存在一个局部变幅参数, 对于系统动力学行为具有特殊的影响. 调整此参数, 能够线性调整系统输出信号中的两维信号的幅值, 而另一维信号幅值保持在原有的取值区间. 与此同时, 系统的 Lyapunov 指数谱却保持恒定.

本文在文献 [12] 提出的新型混沌吸引子基础上, 通过参数剥离得到一种改进的恒 Lyapunov 指数谱混沌系统. 通过简要的理论推理与证明, 结合 Lyapunov 指数谱与分岔图分析, 发现该改进系统具有原系统所不具有的三个显著特性: 存在全局线性调幅参数; 存在倒相参数; 在此两个参数完成线性调幅与倒相作用的同时, 系统维持恒定的 Lyapunov 指数谱. 进一步构建改进混沌系统的实验电路, 在物理上实现了该系统. 在实现过程中, 注意到了电子元器件

† E-mail: goontry@126.com

参数对混沌系统的影响,同时拓宽了混沌信号的频率,研究了电路实现时的频率改变与系统方程之间的对应关系.综合考虑各种同步方案的优劣,选择利用实现简单的单变量耦合反馈控制方法,对改进系统的同步控制进行了电路实验研究,实现了响应系统与驱动系统之间的同步.

2. 恒 Lyapunov 指数谱混沌系统的改进

通过对 Colpitts 振荡器归一化系统方程进行改造,得到一种恒 Lyapunov 指数谱混沌吸引子^[12]

$$\begin{aligned} \dot{x} &= az - c|y| + a, \\ \dot{y} &= az, \\ \dot{z} &= -(x+y)2a - bz, \end{aligned} \quad (1)$$

这里 a, b, c 为实常数,当参数取 $a = 3, b = 0.4, c = 1.62$ 时,系统状态变量的演变呈现混沌特性,非线性绝对值项对于该系统产生混沌动力学行为起着关键的作用.

文献^[12]揭示了该系统的状态变量随着系统参数的变化而产生的动力学行为演变规律,指出在平衡点处, Jacobi 矩阵所对应的特征多项式中不含有变量 a ,因此变量 a 不影响系统在平衡点处的动力学特征.而且系统(1)在任意相点处线性化所得 Jacobi 矩阵所对应的特征值也都与 a 无关,因而 a 不影响相空间上任意一点处的动力学特性.在参数 a 变化时,系统(1)将有相同的 Lyapunov 指数谱.尽管实际计算时,由于受到计算精度的影响和不同参数下系统初始值的简单化的统一处理,使得 Lyapunov 指数谱围绕一个固定值上下波动,但是仿真结果依然能够说明这一恒指数谱的特性.该混沌吸引子在系统局部变幅参数 a 改变时,混沌系统状态变量中的两维信号的幅值随着参数 a 作线性变化,而第三维信号的幅值保持在同样的数值区间.这也就是 a 被称为局部变幅参数的原因.

进一步研究发现,系统(1)中捆绑为一个参数的 a 具有双重含义,一个是常数项控制器 a ,另外一个为系统系数参数 a ,两者可以相互独立,为此,我们引入新的独立的常数项控制器,并将其从系数参数 a 中剥离出来,从而得到如下改进的混沌系统:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= az - c|y| + d, \\ \dot{y} &= az, \\ \dot{z} &= -(x+y)2a - bz, \end{aligned} \quad (2)$$

这里 a, b, c, d 为实常数.显然,当参数取 $d = a$

时,改进的系统(2)便退化为系统(1).但是,系数参数与常数项控制器增益的剥离,增加了混沌系统的可调节性与控制自由度,赋予了系统许多新的特性.下面将进一步研究,当系统局部变幅参数 a 分为两个参数 a, d 以后,改进系统新的动力学特性.

3. 改进的恒 Lyapunov 指数谱混沌系统的显著特性

3.1. 基本的动力学特性分析

由于原系统(1)与改进系统(2)都存在 $\nabla V = \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{y}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{z}}{\partial z} = -b$,因此,当 $b > 0$ 时,系统(1)与(2)都是耗散的.参数剥离使得原系统(1)与改进系统(2)的两个平衡点的取值发生了变化,系统(1)的平衡点为 $S_1 = (a/c, -a/c, 0), S_2 = (-a/c, a/c, 0)$,而改进系统(2)的平衡点为 $S_1 = (d/c, -d/c, 0), S_2 = (-d/c, d/c, 0)$.但是这一改变,并没有影响到系统在平衡点处线性化 Jacobi 矩阵仍然为

$$J_{S_{1,2}} = \begin{bmatrix} 0 & -c \operatorname{sgn}(y) & a \\ 0 & 0 & a \\ -1/2a & -1/2a & -b \end{bmatrix}_{S_{1,2}}. \quad (3)$$

对平衡点 S_1 ,皆有特征方程

$$\lambda^3 + b\lambda^2 + \lambda + c/2 = 0. \quad (4)$$

对平衡点 S_2 ,皆有特征方程

$$\lambda^3 + b\lambda^2 + \lambda - c/2 = 0. \quad (5)$$

根据 Routh-Hurwitz 判据,当 $b > 0, c > 0$ 且满足 $b > c/2$ 即 $c < 2b$ 时,平衡点 S_1 是稳定的.也就是当 $b \leq c/2$,即 $c \geq 2b$ 时,平衡点 S_1 是不稳定的.当 $b > 0, c > 0$ 时,平衡点 S_2 总是不稳定的.当系统参数满足下列关系:

$$b \leq c/2 \quad (6)$$

两个系统的平衡点 S_1, S_2 都是不稳定的,进而有可能产生混沌.

具体地,当 $a = d = 3, b = 0.4, c = 1.62$ 时,两个系统的两个平衡点相同,分别为 $(1.8519, -1.8519, 0)(-1.8519, 1.8519, 0)$.在平衡点处对系统(1),(2)进行线性化得到相同的 Jacobi 矩阵

$$J_e = \begin{bmatrix} 0 & -1.62e_{1,2} & 3 \\ 0 & 0 & 3 \\ -1/6 & -1/6 & -0.4 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

这里 $e_1 = -1, e_2 = 1$. 将平衡点 $(1.8519, -1.8519, 0)$ 代入, 得到对应的特征根为 $\lambda_1 = 0.1401 + i1.0821, \lambda_2 = 0.1401 - i1.0821, \lambda_3 = -0.6803$. 这里为 λ_3 负实根, 而 λ_1 和 λ_2 是一对具有正实部的共轭复根, 平衡点 $(1.8519, -1.8519, 0)$ 是不稳定的, 为三维空间中的一个鞍焦点. 将平衡点 $(-1.8519, 1.8519, 0)$ 代入, 得到所对应的特征根为 $\lambda_1 = -0.4691 + i1.1335, \lambda_2 = -0.4691 - i1.1335, \lambda_3 = 0.5382$; 这里 λ_3 为正实根, 而 λ_1 和 λ_2 是一对具有负实部的共轭复根, 平衡点 $(-1.8519, 1.8519, 0)$ 也是不稳定的, 也是鞍点.

3.2. 双参数恒 Lyapunov 指数谱特性

文献 [12] 指出, 对于原系统 (1), 在平衡点和相空间上任意一点线性化系统得到相同的 Jacobi 矩阵, 如 (3) 式所示. 得到特征方程分别如 (4) (5) 式所示, 其对应的特征值与 a 无关, 因而 a 不影响相空间上任意一点处的动力学特性, 在参数 a 变化时, 系统 (1) 将有相同的 Lyapunov 指数谱, 这是原系统相对于一个参数的恒指数谱特性.

改进系统 (2) 将原系统参数 a 分为两个独立的参数: 一个为系统系数参数 a , 另外一个为常数项控制器 d . 基于相同的原理, 原系统相对于参数 a 保持恒 Lyapunov 指数谱, 也就一定有改进系统相对于双参数 a 与 d 保持恒 Lyapunov 指数谱, 我们把这种

特性称为双参数恒 Lyapunov 指数谱特性.

在系统初始值设定为 $(0, 0, 0)$ 时, 固定参数 $b = 0.4, c = 1.62, d = 3$ 不变, 改变系数参数 a 时的 Lyapunov 指数谱与固定参数 $a = 3, b = 0.4, c = 1.62$ 不变, 改变常数项控制器增益参数 d 时的 Lyapunov 指数谱, 如图 1 所示. 由图 1 可见, 当系数参数 a 从小到大调整时, 改进系统 (2) 一直处于混沌状态, 且系统的 Lyapunov 指数谱保持恒定, 都是 $L_1 = 0.0982, L_2 = 0, L_3 = -0.4981$; 而对于常数项控制器增益 d 从小到大调整时, 改进系统 (2) 同样处于混沌状态, 系统的 Lyapunov 指数谱保持在上述同样恒定的水平. 数值仿真实验证明了上述推理过程的正确性. 仔细观察发现, 在实际数值仿真计算中, 系数参数 a 变化时, Lyapunov 指数谱的波动性要比常数项控制器增益参数 d 稍微大一些, 这是由于参数 a 在系统方程组的三个微分方程中, 误差与波动会受到积累, 因此其对系统动力学特性的影响较仅存在于第一项的常数项控制器 d 要大.

由此可见, 改进系统 (2) 的混沌动力学特性相对于参数 a 与 d 而言, 皆保持独立. 改进系统 (2) 的混沌状态具有稳健性, 同时, 系数参数与常数项控制器增益参数的分离将赋予系统更大的参数变更空间与演变自由度. 值得一提的是, 这种特性在初始值为零时就成立. 这对于系统的硬件实现非常有利, 硬件电路不需要为系统的初始赋值而动用新的元器件.

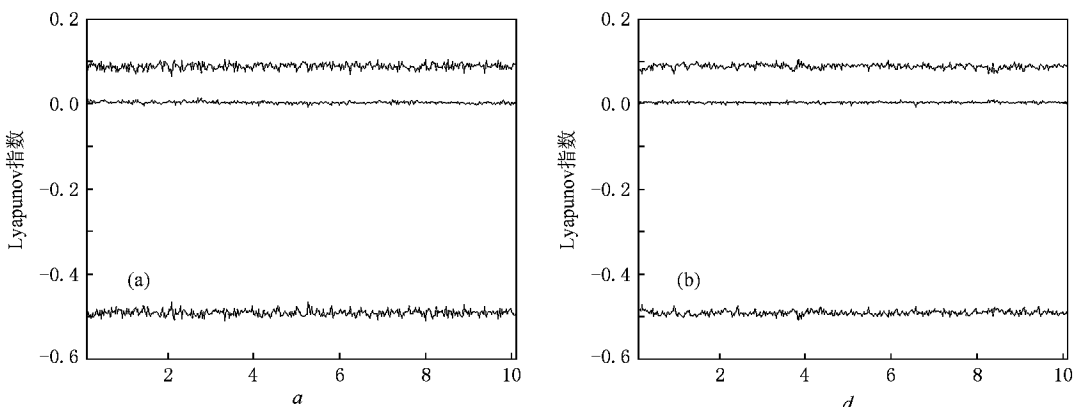


图 1 系统 (2) 双参数恒 Lyapunov 指数谱特性 (a) 系数参数 a 变化下的 Lyapunov 指数谱, 考察区间为 $a \in [0.1, 10.1]$, (b) 常数项控制器增益 d 变化下的 Lyapunov 指数谱, 考察区间为 $d \in [0.1, 10.1]$

3.3. 全局线性调幅参数与局部调幅参数并存

文献 [12] 指出, 调整参数 a 后原系统 (1) 输出三维信号的幅度变化情况呈现如下规律: 当 a 增加

时, 系统 x, y 信号的幅度也随之增大; 当 a 减小时, 系统 x, y 信号的幅度也随之减小. 上述增减变化与参数 a 之间呈线性关系, 且无论 a 增加或者减小, 系统 z 信号的幅度在同一个取值区间. 因此, 将系统

(1)中的参数 a 定义为局部调幅参数,或者称为局部幅度调节器^[12].

对于改进系统(2),常数项控制器增益参数 d 和系数参数 a 变化时,系统状态变量所对应的信号幅值也会受到调整,其变化规律分别如图2与图3所示.从分岔图上可以看出,对于改进系统,存在全局线性调幅参数.当常数项控制器增益 d 发生变化时,系统输出信号 x, y, z 皆随着此参数作线性变化,故可以称常数项参数 d 为全局线性调幅参数.全局线性调幅参数的存在性是改进系统的另一个显著特征.

常数项控制器增益 d 起到全局线性调幅的作用,很容易从系统的线性变换中得以证明.我们注意到,改进系统(2)的非线性作用通过绝对值项来实现,但是绝对值项也是一个分段一次项,具有一次项的形式.因此,对这种系统进行线性变换就比较容易.比如,对改进系统作线性变换,令 $x = kx^*, y = ky^*, z = kz^*$,于是改进系统(2)就变成如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{x}^* &= az^* - c|y^*| + d/k, \\ \dot{y}^* &= az^*, \\ \dot{z}^* &= -\frac{1}{2a}x^* - \frac{1}{2a}y^* - bz^*, \end{aligned} \quad (8)$$

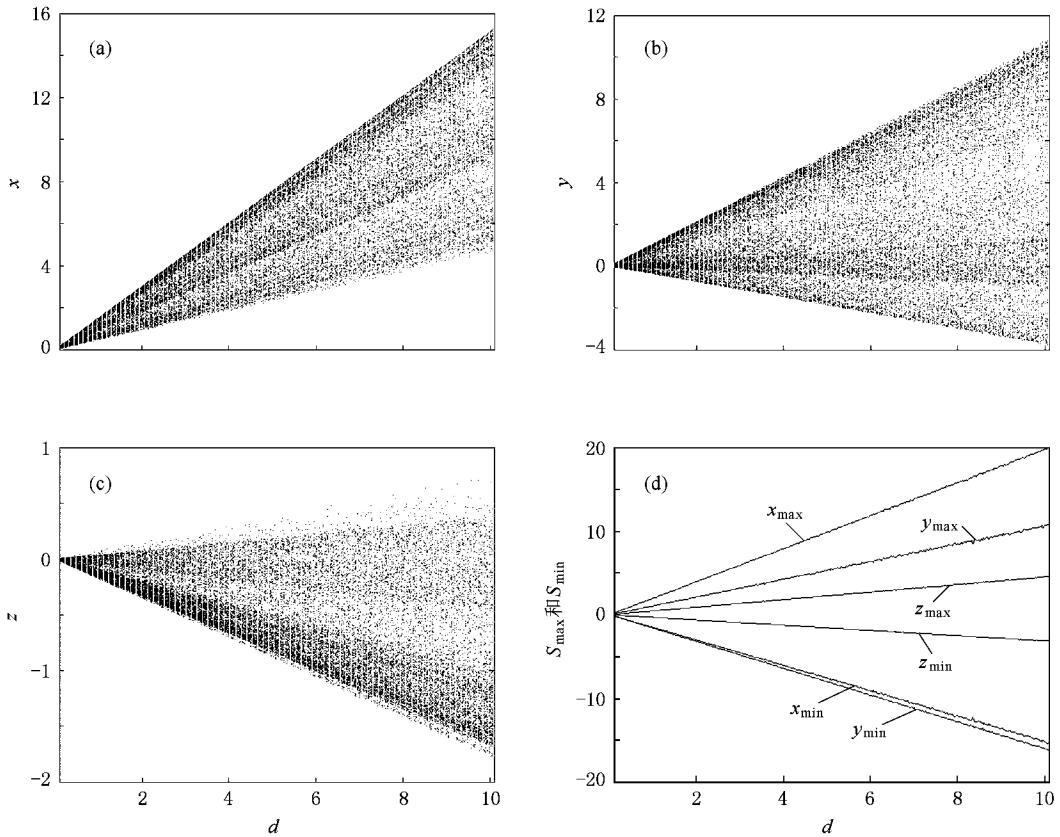


图2 改进系统(2)的参数 d 变化时信号幅度的变化情况 (a) x - d 分岔图(Poincaré 截面为 $z = 0$), (b) y - d 分岔图(Poincaré 截面为 $z = 0$), (c) z - d 分岔图(Poincaré 截面为 $x = 0$), (d) 全局调幅参数 d 变化下的信号幅值变化曲线

从(8)式容易看出,改进系统输出的三个状态变量的线性调整对应于常数项控制器 d 的尺度变化.因此,常数项 d 能够线性调整输出信号的幅值,这是改进系统(2)所特有的,改进系统从原系统参数中剥离出一个全局线性调幅参数.

与此同时,改进系统中的系数参数 a 变化时,系统输出信号的变化情况也有别于原混沌系统(1).在改进系统(2)中,系数参数 a 的变化,并不能线性调整系统输出信号中的 x, y ,相反, x, y 信号却保

持其幅值不变,系统状态变量 z 所对应的信号也不再保持不变,而是由于受到 a 的作用发生非线性变化.这两点恰好与原系统(1)相反,因此我们也可以称系数参数 a 为局部调幅参数,但是这里的调幅是一种非线性调幅,而且只是针对 z 信号的调幅.

进一步仿真也得到全局线性调幅参数 d 与局部调幅参数 a 变化时,系统三维输出信号的最小值和最大值变化曲线,如图2(d)和图3(d)所示.实际上,当全局线性调幅参数 d 和局部调幅参数 a 进一

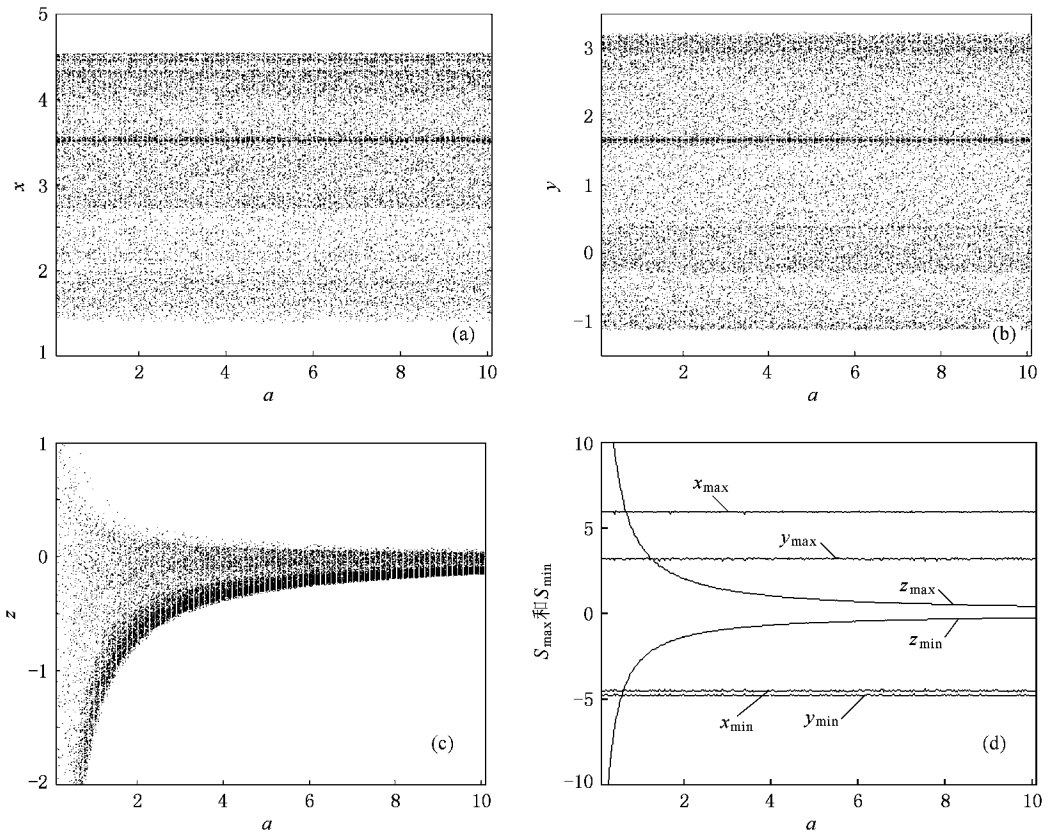


图3 改进系统 2) 的参数 a 变化时信号幅度的变化情况 (a) x - a 分岔图 (Poincaré 截面为 $z = 0$), (b) y - a 分岔图 (Poincaré 截面为 $z = 0$), (c) z - a 分岔图 (Poincaré 截面为 $x = 0$), (d) 局部调幅参数 a 变化下的信号幅值变化曲线

步增加时,系统输出信号 x, y, z 的变化趋势及规律与给出的分岔图及信号幅值演变图是一致的.也就是随着全局线性调幅参数 d 的进一步增大,系统输出信号的幅值依然呈线性增加,而 Lyapunov 指数谱保持恒定;同样,当局部调幅参数 a 进一步增大,系统输出信号中的两维信号 x, y 的幅值将依然保持不变,而第三维信号 z 将进一步呈非线性减小,与

此同时, Lyapunov 指数谱保持恒定.只是幅度增加 (对应于参数 d) 或者非线性衰减 (对应于参数 a) 以后,相应地也增加了电路实现的难度,所以在区间 $d \geq 10.1, a \geq 10.1$ 上,没有给出数值仿真结果.

3.4. 局部调幅参数 a 的倒相作用

将改进系统 2) 作变换 (x, y, z, a, b, c, d)

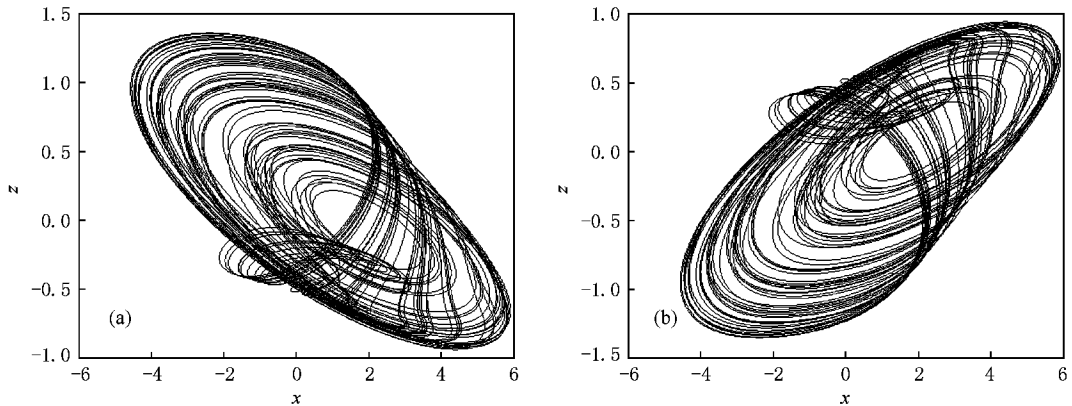


图4 $b = 0.4, c = 1.62, d = 3$ 时改进系统 2) 的奇怪吸引子在 x - z 相平面上的投影 (a) $a = 3$ (b) $a = -3$

$\rightarrow(x, y, -z, -a, b, c, d)$,发现系统具有不变性,也就是改进系统(2)的输出信号 z 将随着局部调幅参数 a 的极性的改变而改变,局部调幅参数对于系统输出的 z 信号具有倒相作用,如图4所示,图中吸引子正好沿 z 方向颠倒了一下.因此,我们也可以将局部调幅参数 a 定义为倒相参数.

由于将系统线性化,所得 Jacobi 矩阵所对应的特征值与 a 无关,因而 a 的改变(包括极性的改变)不影响系统的动力学特性.所以,这一倒相作用也不改变系统的其他性质,也就是在局部调幅参数 a 的

负值区间,改进系统(2)的 Lyapunov 指数谱同样保持恒定不变,如图5(a)所示.同时,二维信号 x, y 的幅值保持不变,第三维信号 z 的幅值将受到非线性调整,如图5(b)(c)(d)所示.

局部变幅参数的这一倒相作用对于该系统应用于混沌通信与其他信息处理系统中具有重要的意义.显然,这一倒相作用是原系统(1)所没有的.同样,上述倒相作用的研究区间,也都局限在 $-0.1 \geq a \geq -10.1$ 的情况,对于 $a < -10.1$ 的情况也类似,改进系统(2)的动力学特性演变规律相同.

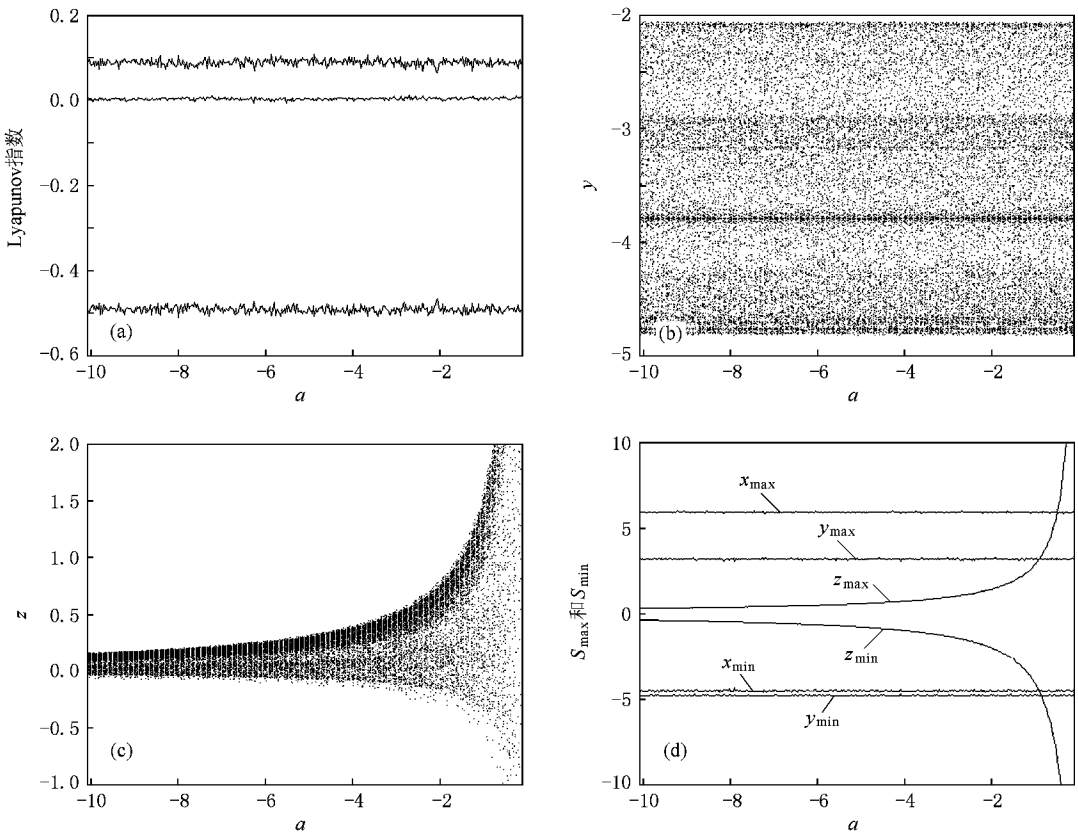


图5 改进系统(2)倒相参数 a 变化时的系统特性 (a) 参数 a 变化下的恒 Lyapunov 指数谱特性, (b) y - a 分岔图(Poincaré 截面为 $z = 0$), (c) z - a 分岔图(Poincaré 截面为 $x = 0$), (d) 负区间上, 参数 a 变化下的信号幅值变化曲线

4. 电路实现

图6为改进的恒 Lyapunov 指数谱系统(2)的电路实现原理图.该电路由三路模拟运算电路所组成,分别实现改进系统(2)中的状态变量 x, y, z .图6中运算放大器及其外围电路实现加、减、反相、积分、绝对值运算,其中由运算放大器与二极管连接成的反馈电路完成绝对值运算.

为了获得大的动态电压工作范围,选择 LM741

作为实验电路中的运算放大器,实际实验电路如图7所示.这种运算放大器由双电源供电,且在正负两极有着较大的动态工作范围,供电电压可以达到 $\pm 22\text{V}$,这将容易验证调整全局线性调幅参数 d 导致的信号幅值的线性变化规律.根据电路建立如下方程:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{R_4}{R_5 C_1 R_3} z - \frac{R_4}{R_5 C_1 R_1} |y| + \frac{R_4}{R_5 C_1 R_2} V_1, \\ \dot{y} &= \frac{R_9}{R_{10} C_2 R_8} z, \end{aligned}$$

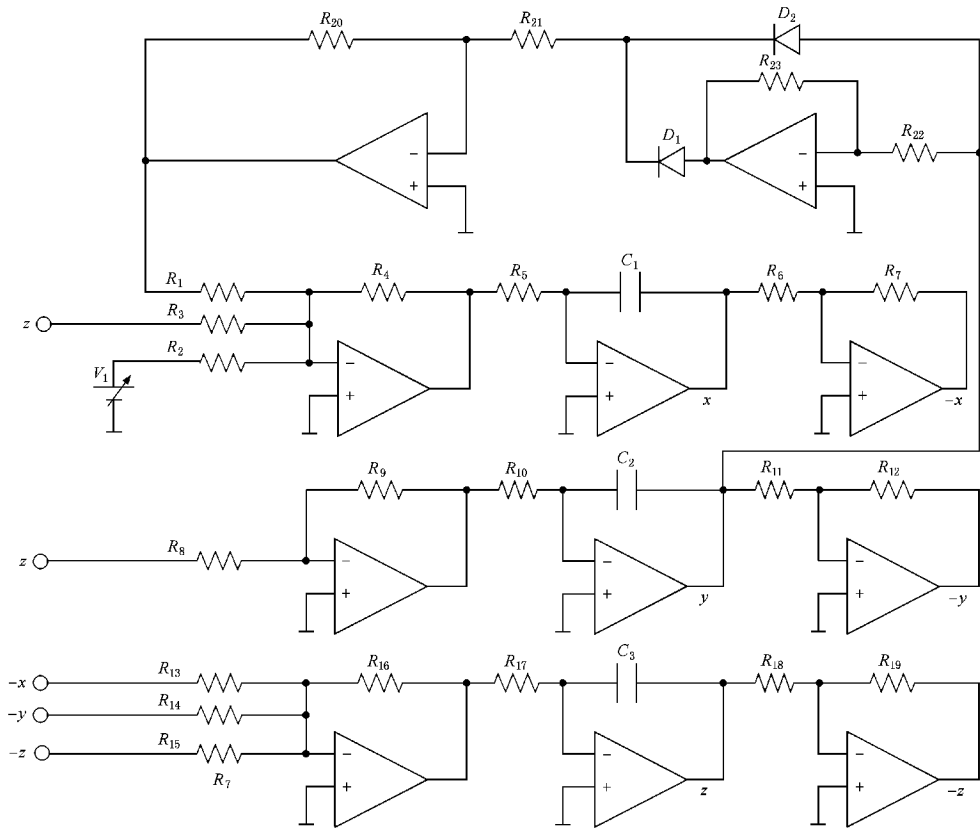


图 6 改进系统(2)的电路实现原理图

$$\dot{z} = -\frac{R_{16}}{R_{17} C_3 R_{13}} x - \frac{R_{16}}{R_{17} C_3 R_{14}} y - \frac{R_{16}}{R_{17} C_3 R_{15}} z, \quad (9)$$

根据系统特点, 参数取值为 $a = 3$, $b = 0.4$, $c = 1.62$, $d = 5$, 取 $C_1 = C_2 = C_3 = 1 \mu\text{F}$, $R_4 = 900 \Omega$, $R_1 = 27.778 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 45 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 15 \text{ k}\Omega$, $R_5 = 20 \text{ k}\Omega$, $V_1 = 5 \text{ V}$, $R_9 = 900 \text{ k}\Omega$, $R_8 = 15 \text{ k}\Omega$, $R_{24} = 45 \text{ k}\Omega$, $R_{10} = 20 \text{ k}\Omega$, $R_{16} = 400 \Omega$, $R_{13} = R_{14} = 120 \text{ k}\Omega$, $R_{17} = 20 \text{ k}\Omega$, $R_{15} = 50 \text{ k}\Omega$. 根据这组参数, 可以验证得到的电路数学模型与系统(2)完全一致. 实际电路取与上述参数相近的标称值.

实际上, 这样实现的电路得到的混沌信号频率相当低, 不足 1 Hz , 信号很难在一般的模拟示波器上清楚地显示出来, 用模拟示波器看到的输出端的信号只是按照混沌规律运动的直流信号的缓慢平移. 这显然不利于分析研究, 也不利于将这种新系统应用于混沌雷达、通信加密或者基于混沌信号的流体搅拌中. 为了提高其频率, 最简单、直接的方法是减小电容. 这里在实际的电路中, 将电容 $1 \mu\text{F}$ 的 C_1 , C_2 , C_3 , 调整为 $C_1 = C_2 = C_3 = 1000 \text{ pF}$, 也就是

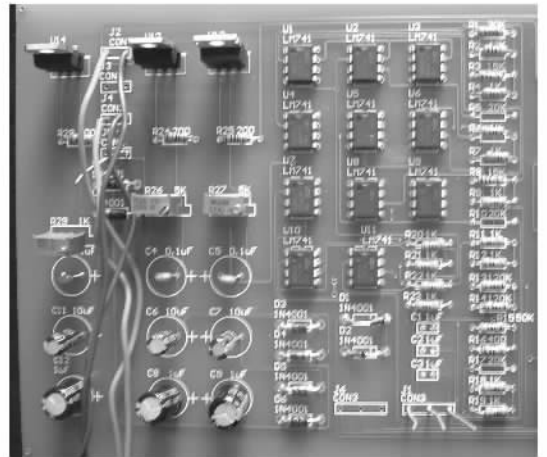


图 7 改进系统(2)的实际实验电路

将频率放大为原来的 $k = 1000$ 倍. 这样就可以在普通示波器上看到连续、清晰、完整而稳定的混沌波形, 如图 8 所示. 容易证明, 当所有电容都缩小为原来的 $1/k$, 其他参数都不作改变时, 电路的系统方程变为

$$\dot{x} = k(az - c|y| + d),$$

$$\begin{aligned} \dot{y} &= kaz, \\ \dot{z} &= k\left(-\frac{1}{2a}x - \frac{1}{2a}y - bz\right). \end{aligned} \quad (10)$$

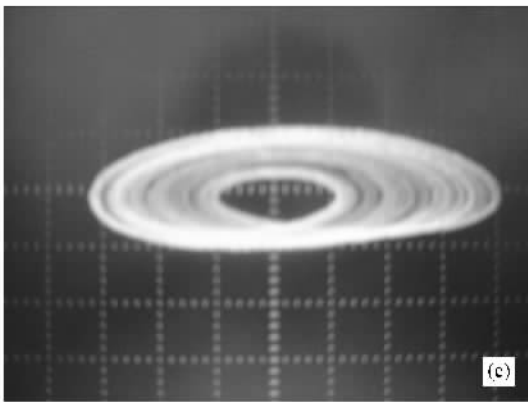
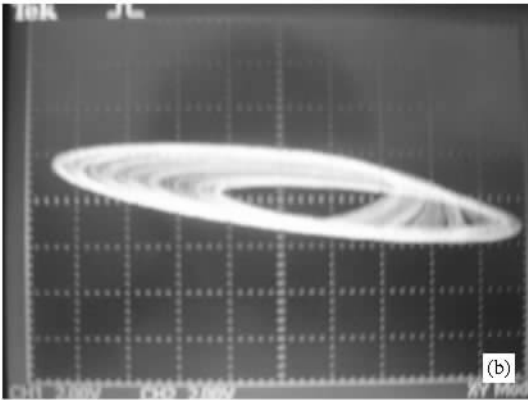
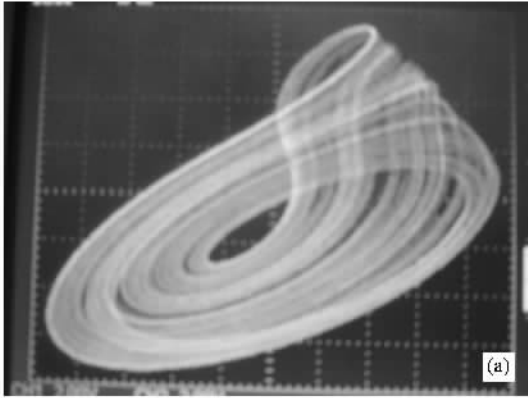


图8 实验中观察到的混沌吸引子 (a) $x-y$ 的平面投影, (b) $x-z$ 的平面投影 (c) $y-z$ 的平面投影

比较方程(2)与(10),系统的状态变量变化的速度提高了 k 倍,所以电容量的改变不影响系统的相平面图,而只是改变显示的速率.此法可以应用于混沌线路输出信号频谱的压扩,从而使混沌系统能够应用于混沌通信的加密体系或者雷达系统中.

实验中,调整上述电路中的可调电压 V_1 (实际等价于调整电源转换电路中的可调电位器),便看到

系统输出混沌吸引子的大小在改变,而且混沌吸引子的形状保持不变,验证了上述关于全局线性调幅参数 d 的调幅、恒 Lyapunov 指数谱的结论.

这里还要强调,电路实验系统中绝对值运算电路采用的二极管可以是普通的二极管,为了取得好的实验效果,绝对值运算电路中使用的二极管最好采用点接触型的结电容很小且正向压降很小的锗管.如果不能完全做到这一点,为了减少二极管导通电压门限给绝对值运算带来的影响,应该将 d 提高,也就是将可调电压 V_1 调高.

5. 单变量耦合反馈控制同步实验研究

混沌同步控制的方法很多,如驱动-响应同步、线性与非线性反馈法、自适应控制同步等.这里采用比较简单的单变量耦合反馈控制手段来实现两个改进混沌系统之间的同步.由于单变量耦合反馈同步控制只用到驱动系统输出信号中的一个变量,使得该方法常被用于两个或者多个演化规律相同的自治混沌系统之间的同步.只要把其中一个系统输出的某一变量,以适当的耦合强度反馈耦合到另一个系统中去,就可以控制被耦合的系统,最终实现两个系统的同步.

令驱动系统为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= az_1 - c|y_1| + d, \\ \dot{y}_1 &= az_1, \\ \dot{z}_1 &= -\frac{1}{2a}x_1 - \frac{1}{2a}y_1 - bz_1, \end{aligned} \quad (11)$$

响应系统为

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= az_2 - c|y_2| + d, \\ \dot{y}_2 &= az_2 + k(y_1 - y_2), \\ \dot{z}_2 &= -\frac{1}{2a}x_2 - \frac{1}{2a}y_2 - bz_2. \end{aligned} \quad (12)$$

数值仿真发现,当耦合控制增益 $k \geq 0.5$ 时,两个混沌系统便逐渐达到同步,并随着控制器增益 k 的增大,两个系统达到同步所需要的时间越来越短,同步效果也会更好.同步控制实验电路,只要将上述两个相同的电路通过(12)式表示的耦合方法耦合在一起即可.比如,为了简单起见,这里设定 $k = a = 3$,这样只要将其中驱动系统的输出 y_1 信号接上一个与 R_8 一样的电阻加到响应系统中第二路的运算加法电路的反相输入端,同时将响应系统自身输出 $-y_2$ 也做相同处理即可.反馈控制电路如图9所

示,图中 $R_8 = R_{81} = R_{82} = 15 \text{ k}\Omega$.如此设定,利用示波器可以观察到状态同步图和误差曲线,如图 10 所示.从图 10 可以看出,驱动系统与响应系统之间实现了同步.

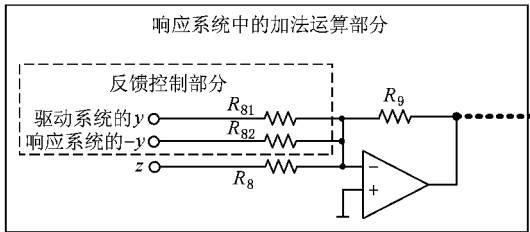


图 9 反馈控制器电路图

基于同样的方法,分别针对 x_1-x_2 和 z_1-z_2 两种耦合情况进行了类似的同步控制研究.在利用 Matlab 软件仿真与电路实现发现,对 x_1-x_2 作为耦合状态进行同步控制与 y_1-y_2 一致,而利用 z_1-z_2 作耦合反馈进行同步控制的效果稍差,要求反馈控制增益在 $k \geq 1.2$.由此可见,这种改进系统,采用单变量耦合线性反馈控制能够取得很好的同步控制效果.

6. 结 论

基于新近提出的一种恒 Lyapunov 指数谱混沌系统,通过参数剥离,对这种系统进行了改进.经理论分析与推导,结合 Lyapunov 指数谱、分岔图、系统状态变量演变幅值分析,得到了该改进系统具有下列三个显著特性:双参数恒指数谱特性,系统对于两个参数都表现出混沌的鲁棒性.全局线性调幅参数的存在性,改进系统中常数项控制器增益成了线性调整系统状态变量幅值的调节器.局部调幅参数的倒相作用,系统存在特殊的系数参数 a ,其变化时系统中输出的 x, y 信号的振荡幅值保持不变,而只能调整系统输出信号中的第三维 z 信号,且在负区间呈现相同的规律,同时对 z 信号做倒相处理.

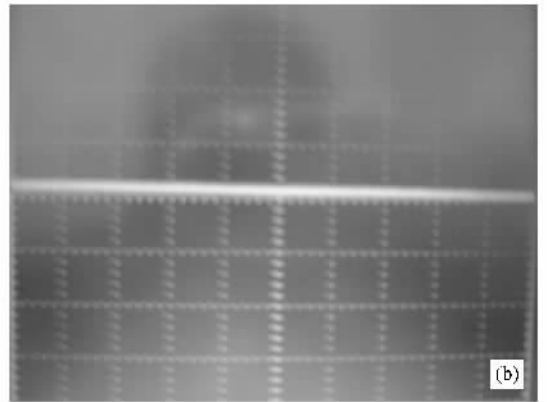
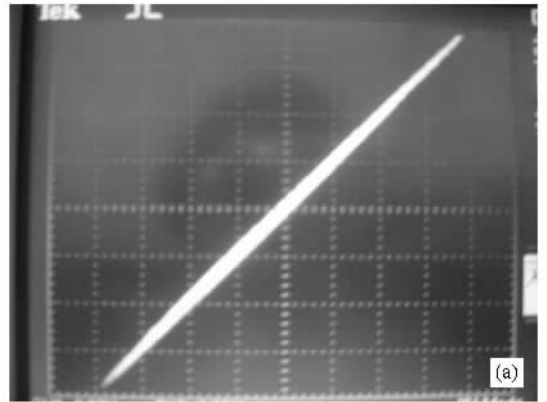


图 10 响应系统与驱动系统的状态同步图以及误差曲线
(a) y_1-y_2 状态同步图 (b) 误差 $e(t) = y_1 - y_2$

应该指出的是,这三个特性是文献 [12] 提出的原恒指数谱系统所不具备的.本文根据系统方程构建了实现电路并在物理上实现了该系统,从而验证了系统的混沌行为,证实了混沌吸引子的演变规律.同时,还指出了电路信号频率与数值信号频率之间的不同导致的仿真与物理实现之间的重要区别.最后,利用单变量反馈控制方法实现了该系统的同步控制.实验结果与数值仿真相一致.该系统两个重要参数的调幅、倒相和恒指数谱特性以及单变量耦合的同步控制,使得该系统在混沌雷达、通信加密和其他信息处理系统中有着广阔的应用前景.



- [1] Lorenz E N 1993 *The Essence of Chaos* (Seattle : University of Washington Press) p148
- [2] Stewart I 2002 *Nature* **406** 948
- [3] Rössler O E 1976 *Phys. Lett. A* **57** 397
- [4] Chen G , Ueta T 1999 *Int. J. Bifur. Chaos* **9** 1465
- [5] Lü J , Chen G 2002 *Int. J. Bifur. Chaos* **12** 659
- [6] Lü J , Chen G , Zhang S 2002 *Int. J. Bifur. Chaos* **12** 1001
- [7] Lü J , Chen G , Cheng D 2004 *Int. J. Bifur. Chaos* **14** 1507
- [8] Cai G L , Tan Z M , Zhou W H , Yu W T 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6230 (in Chinese)[蔡国梁、谭振梅、周维怀、余文桃 2007 物理学报 **56** 6230]
- [9] Wang G Y , Qiu S S , Xu Z Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3295 (in Chinese)[王光义、丘水生、许志益 2006 物理学报 **55** 3295]
- [10] Wang F Z , Qi G Y , Chen Z Q , Zhang Y H , Yuan Z Z 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4005 (in Chinese)[王繁珍、齐国元、陈增强、张宇辉、袁著祉 2006 物理学报 **55** 4005]
- [11] Yu S M 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4111 (in Chinese)[禹思敏 2004 物理学报 **53** 4111]
- [12] Li C B , Wang D C 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 764 (in Chinese)[李春彪、王德纯 2009 物理学报 **58** 764]
- [13] Maggio G M , Feo O D , Kennedy M P 1999 *IEEE Trans. Circuits Syst. I* **46** 1118
- [14] Maggio G M , di Bernardo M 2000 *IEEE Trans. Circuits Syst. I* **47** 1160
- [15] Hu W , Liu Z , Li C B 2008 *IEEE Trans. Aeros. Electron. Sys.* **44** 367
- [16] Liu Z , Zhu X H , Hu W 2007 *Int. J. Bifur. Chaos* **17** 1735
- [17] Kolumban G , Kennedy M P , Chua L O 1998 *IEEE Trans. Circuits Syst. I* **45** 1129
- [18] Pecora L M 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821
- [19] Carroll T L , Pecora L M 1991 *IEEE Trans. Circ. Sys.* **38** 453
- [20] Parmananda P 1998 *Phys. Lett. A* **240** 55
- [21] Wang F Q , Liu C X 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5055 (in Chinese) [王发强、刘崇新 2006 物理学报 **55** 5055]
- [22] Zhu Z Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 6248 (in Chinese)[朱志宇 2006 物理学报 **55** 6248]
- [23] Wang X Y , Meng J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 726 (in Chinese) [王兴元、孟 娟 2008 物理学报 **57** 726]
- [24] Wu X J , Wang X Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 6261 (in Chinese) [武相军、王兴元 2006 物理学报 **55** 6261]
- [25] Guan X P , Fan Z P , Peng H P , Wang Y Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2108 (in Chinese)[关新平、范正平、彭海朋、王益群 2001 物理学报 **50** 2108]
- [26] Hu J , Zhang Q J 2008 *Chin. Phys.* **17** 503
- [27] Cai G L , Zheng S , Tian L X 2008 *Chin. Phys.* **17** 2412

Circuit implementation and synchronization of an improved system with invariable Lyapunov exponent spectrum

Li Chun-Biao^{1,2,3)†} Chen Su¹⁾ Zhu Huan-Qiang³⁾

1) (School of Electronic Engineering and Optoelectronic Techniques ,

Nanjing University of Science and Technology , Nanjing 210094 , China)

2) (Department of Engineering Technology , Jiangsu Institute of Economic and Trade Technology , Nanjing 210007 , China)

3) (Research and Development Center of Food Safety Engineering Technology of Jiangsu Province ,

Jiangsu Institute of Economic and Trade Technology , Nanjing 210007 , China)

(Received 21 September 2008 ; revised manuscript received 21 October 2008)

Abstract

By differentiating the parameters of a newly proposed chaotic system with invariable Lyapunov exponent spectrum , an improved chaotic system is reported in this paper. The system has three important properties which can be summarized as : invariable Lyapunov exponent spectrum for two parameters , existence of the global linear amplitude adjuster and the phase reversal parameter. Simulation analysis by Lyapunov exponent spectrum and bifurcation diagram combined with theoretical reasoning and theory proving , the dynamical characteristics of the system are investigated and expounded. An analog electronic circuit is designed to implement the improved system , and then the chaotic behavior is verified by physics experiments. Finally , the synchronization of the new chaotic system is realized by using the single variable coupling feedback , and meanwhile the circuit of synchronization is presented and the synchronization condition is verified.

Keywords : improved chaotic system with invariable Lyapunov exponent spectrum , circuit implementation , synchronization control

PACC : 0545