

参数不确定永磁同步电机混沌的模糊脉冲控制^{*}

李 东^{1)†} 王时龙¹⁾ 张小洪³⁾ 杨 丹³⁾

1) 重庆大学机械传动国家重点实验室, 重庆 400030)

2) 重庆大学数理学院, 重庆 400030)

3) 重庆大学软件学院, 重庆 400030)

(2008 年 9 月 25 日收到, 2008 年 10 月 28 日收到修改稿)

通过 Takagi-Sugen 控制技术和脉冲控制技术, 建立了参数不确定永磁同步电机的 Takagi-Sugen 模糊脉冲控制模型, 然后利用矩阵分析和 Lyapunov 稳定性理论, 得到了参数不确定永磁同步电机渐进稳定和指数稳定的充分条件, 最后通过实例证实了该结果的正确性. 相比传统的控制方法, 基于 Takagi-Sugen 模型的模糊脉冲控制方法具有一定的优越性.

关键词: 混沌控制, 模糊控制, 脉冲控制, 永磁同步电机

PACC: 0545

1. 引 言

永磁同步电动机(PMSM)具有体积小、重量轻、反应快、效率高等优点. 随着电力电子技术和控制技术的发展, 永磁同步电动机交流伺服系统已经在现代高性能伺服系统中得到了极为广泛的应用^[1-2].

永磁同步电机系统是非线性系统之一, 关于非线性系统的混沌控制得到了充分的研究^[1-24], 比如, 串级滑模变结构控制、自适应串级滑模变结构控制、 H_∞ 控制、模糊控制、脉冲控制等等. 然而相对于普通的非线性系统相比, 永磁同步电机对外部负载扰动和参数变化非常敏感, 于是关于永磁同步电机的控制技术成了永磁同步电机研究的重要内容, 但关于永磁同步电机的混沌控制的研究非常少. 文献 5 提出了永磁同步电机混沌的脉冲控制方法, 但脉冲控制不够灵活; 文献 6 提出了基于微分几何的永磁同步电机混沌控制方法, 但控制不易实现; 文献 7 提出了采用纳入轨道和强迫迁徙方法控制 PMSM 中的混沌, 该控制策略在理论上虽然有效, 但是由于它的控制目标不允许是给定系统自身的轨道或状态, 并且需要系统轨道处于吸引域中时才能施加控制, 因而在实际系统中很难实现; 文献 8 利用状态延迟反馈研究了 PMSM 中的混沌控制, 但是该方法很难确

定控制的周期目标轨道与延迟时间的关系, 而且不容易控制到预知的轨道^[6].

需要指出的是, 由于机械磨损, 建模误差, 或者测量误差会导致永磁同步电机系统参数的不确定性, 于是, 考虑参数不确定的永磁同步电机的混沌控制方法是非常重要的. 模糊控制工作范围宽、适用范围广, 非常适用于非线性系统的控制. 脉冲方式控制伺服电机有可靠性高、不易发生飞车事故, 信号抗干扰性能好等优点, 此外脉冲控制还具有成本低的特点, 对于脉冲控制器的推广起到良好的作用. 本文提出参数不确定的永磁同步电机的 T-S 模糊脉冲控制模型, 然后研究其稳定性, 得到参数不确定的永磁同步电机渐进稳定和指数稳定的充分条件.

2. 参数不确定的永磁同步电机的模糊脉冲控制模型

用 i_d, i_q 表示电流, ω 表示转子角频率, J 表示转动惯量, T_L 表示外部转矩, β 表示是黏性阻尼系数, R_1 表示定子绕组, $L_d - L_q$ 表示 $d - q$ 轴定子电感, ψ_r 表示永久磁通, n_p 表示极对数, 则永磁同步电机可写为

$$\frac{di_d}{dt} = (-R_1 i_d + \omega L_q i_q) L_d,$$

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 60604007 和 50775226), 重庆市科委自然科学基金(批准号: CSTC, 2008BB3308, 2007BB2120)和重庆大学青年骨干教师创新能力培育基金(批准号: CDCX004)资助的课题.

[†] E-mail: lid@cqu.edu.cn

$$\begin{aligned} \frac{di_q}{dt} &= (-R_1 i_d - \omega L_q i_q - \omega \psi_r) / L_q, \\ \frac{d\omega}{dt} &= [n_p \psi_r i_p + n_p (L_d - L_q) i_d i_q - T_L - \beta \omega] / J. \end{aligned} \tag{1}$$

通过仿射变换和时间尺度变换,将(1)式变换成无量纲的状态方程.即 $x = \lambda \tilde{x}, t = \tau \tilde{t}$, 其中

$$\begin{aligned} x &= [i_d \quad i_q \quad \omega]^T, \tilde{x} = [\tilde{i}_d \quad \tilde{i}_q \quad \tilde{\omega}]^T, \\ \lambda &= \begin{bmatrix} \lambda_d & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_q & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} bk & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 1/\tau \end{bmatrix}, \\ b &= \frac{L_q}{L_d}, \\ k &= \frac{\beta}{n_p \tau \psi_r}, \\ \tau &= \frac{L_q}{R_1}. \end{aligned}$$

则无量纲的状态方程为

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{i}_d}{dt} &= -\tilde{i}_d + \tilde{\omega} \tilde{i}_q, \\ \frac{d\tilde{i}_q}{dt} &= -\tilde{i}_q - \tilde{\omega} \tilde{i}_d + \tilde{\gamma} \tilde{\omega}, \\ \frac{d\tilde{\omega}}{dt} &= \alpha(\tilde{i}_q - \tilde{\omega}) + \varepsilon \tilde{i}_d \tilde{i}_q - \tilde{T}_L, \end{aligned} \tag{2}$$

其中 $\gamma = -\frac{\psi_r}{kL_q}, \sigma = \frac{\beta\tau}{J}, \varepsilon = \frac{n_p b \tau^2 k^2 (L_d - L_q)}{J}, \tilde{T}_L = \frac{\tau^2}{J} T_L$.

设 $x = [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^T = [\tilde{i}_d \quad \tilde{i}_q \quad \tilde{\omega}]^T$, 考虑气隙均匀的永磁同步电动机混沌模型, 即 $L_d = L_q = L$, 则参数不确定永磁同步电动机混沌数学模型可写为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_1 + x_3 x_2, \\ \dot{x}_2 &= -x_3 x_1 - x_2 + \gamma x_3, \\ \dot{x}_3 &= \alpha(x_2 - x_3), \end{aligned} \tag{3}$$

其中 $\gamma \in [r_1, r_2], \sigma \in [l_1, l_2]$.

其矩阵形式表示如下:

$$\dot{x} = Ax + \Phi(x), \tag{4}$$

其中 $\gamma \in [r_1, r_2], \sigma \in [l_1, l_2], \Phi(x) = [x_3 x_2$

$$-x_1 x_3 \quad 0]^T, A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \gamma \\ 0 & \sigma & -\sigma \end{bmatrix}$$
 为不确定矩阵.

$x = [r-1, \sqrt{r-1}, \sqrt{r-1}]^T, x = [r-1, -\sqrt{r-1}, -\sqrt{r-1}]^T, x = [0, 0, 0]^T$.

考虑如下的 T-S 模糊模型的 i th 规则 提出上述

系统的模糊控制模型如下:

Plant Rule i : if $x_3(t)$ is M_i ,

$$\text{then } \dot{x}(t) = A_i x(t) \quad i = 1, 2, \dots, r. \tag{5}$$

其中 M_i 是模糊集, r 是“if-then”规则数, $A_i \in R^{3 \times 3}$,

$$\text{对于 } A_i \text{ 具有如下形式: } A_i = \begin{bmatrix} -1 & d_i & 0 \\ -d_i & -1 & \gamma \\ 0 & \sigma & -\sigma \end{bmatrix}$$
 其

中 d_i 的取值与 $x_3(t)$ 取值有关, 于是 A_i 为不确定矩阵.

根据(5)式所述的“if-then”规则, 永磁同步电机所在的非线性系统可以利用模糊技术实现局部线性化. 对系统(5)加脉冲, 得到如下的模糊脉冲控制模型:

Plant Rule i : if $x_3(t)$ is M_i ,

$$\text{then } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t), & t \neq \tau_j, \\ \Delta x|_{t=\tau_j} = K_{i,j} x(t), & t = \tau_j \end{cases}$$

$$i = 1, 2, \dots, r, j = 1, 2, \dots. \tag{6}$$

其中 $K_{i,j} \in R^{3 \times 3}$ 表示第 j th 脉冲点所施加的脉冲, $\Delta x|_{t=\tau_j} = x(\tau_j^+) - x(\tau_j^-)$.

采用单点模糊化、乘积推理和平均加权反模糊化, 推导出式(6)的模糊 T-S 的状态方程如下:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(x_3(t)) (A_i x(t)), t \neq \tau_j,$$

$$\Delta x|_{t=\tau_j} = \sum_{i=1}^r h_i(x_3(t)) K_{i,j} x, t = \tau_j, \tag{7}$$

其中 $w_i(x_3(t)) = M_i(x_3(t)), h_i(x_3(t)) = w_i(x_3(t)) \prod_{i=1}^r w_i(x_3(t)), \sum_{i=1}^r w_i(x_3(t)) > 0, w_i(x_3(t)) \geq 0, \sum_{i=1}^r h_i(x_3(t)) = 1, h_i(x_3(t)) \geq 0, i = 1, 2, \dots, r$.

本文称(7)式为参数不确定的永磁同步电机的模糊脉冲控制模型.

3. 系统的稳定性条件

本节将讨论系统(7)的稳定性, 需要利用如下引理.

引理 1^[17] 对于任意的矩阵 Σ_1, Σ_2 , 则存在常数 $\varepsilon > 0$ 和矩阵 $\Sigma_3 (0 < \Sigma_3 = \Sigma_3^T)$, 使得下列不等式成立:

$$\Sigma_1^T \Sigma_2 + \Sigma_2^T \Sigma_1 \leq \varepsilon \Sigma_3^T \Sigma_3 \Sigma_1 + \varepsilon^{-1} \Sigma_2^T \Sigma_2^{-1} \Sigma_2.$$

特别地, 当 $\varepsilon = 1, \Sigma_3 = E_0$ (单位阵) 时, 上述不等式也成立.

引理 2 对于任意的 i , 设

$$A_i = \begin{bmatrix} -1 & c_{i1} & 0 \\ c_{i2} & -1 & \gamma_i \\ 0 & \sigma_i & -\sigma_i \end{bmatrix},$$

其中 $\gamma_i \in [r_1, r_2]$, $\sigma_i \in [l_1, l_2]$, 设

$$P_i = \begin{bmatrix} -1 & c_{i1} & 0 \\ c_{i2} & -1 & r_1 \\ 0 & l_1 & -l_2 \end{bmatrix},$$

$$Q_i = \begin{bmatrix} -1 & c_{i1} & 0 \\ c_{i2} & -1 & r_2 \\ 0 & l_2 & -l_1 \end{bmatrix},$$

则 A_i 可以表示为

$$A_i = A_{i0} + E\Sigma_i F, \tag{8}$$

其中

$$A_{i0} = \frac{1}{2}(P_i + Q_i),$$

$$H = (h_{ij})_{3 \times 3} = H_i = \frac{1}{2}(Q_i - P_i);$$

$$\Sigma_i \in \Sigma^* = \{\Sigma \in R^{9 \times 9} : \Sigma = \text{diag}(\epsilon_{11}, \epsilon_{12}, \dots, \epsilon_{13}, \dots, \epsilon_{31}, \dots, \epsilon_{33})\},$$

$$|\epsilon_{jk}| \leq 1, \epsilon_{32} = \epsilon_{33},$$

$$j, k = 1, 2, 3\},$$

$$E = (\sqrt{h_{11}}e_1, \sqrt{h_{12}}e_1, \sqrt{h_{13}}e_1, \dots, \sqrt{h_{31}}e_3, \dots, \sqrt{h_{33}}e_3) \in R^{3 \times 9},$$

$$F = (\sqrt{h_{11}}e_1, \sqrt{h_{12}}e_2, \sqrt{h_{13}}e_3, \dots, \sqrt{h_{31}}e_1, \dots, \sqrt{h_{33}}e_3)^T \in R^{9 \times 3},$$

$$e_1 = (1, 0, 0)^T,$$

$$e_2 = (0, 1, 0)^T,$$

$$e_3 = (0, 0, 1)^T.$$

类似地 ,

$$A = \begin{bmatrix} -1 & c_1 & 0 \\ c_2 & -1 & \gamma \\ 0 & \sigma & -\sigma \end{bmatrix},$$

其中 $\gamma \in [r_1, r_2]$, $\sigma \in [l_1, l_2]$, 设

$$P = \begin{bmatrix} -1 & c_1 & 0 \\ c_2 & -1 & r_1 \\ 0 & l_1 & -l_2 \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} -1 & c_1 & 0 \\ c_2 & -1 & r_2 \\ 0 & l_2 & -l_1 \end{bmatrix},$$

则 A 可以表示为

$$A = A_0 + E\Sigma F, \tag{9}$$

其中

$$A_0 = \frac{1}{2}(P + Q),$$

$$H = (h_{ij})_{3 \times 3} = H = \frac{1}{2}(Q - P);$$

$$\Sigma \in \Sigma^* = \{\Sigma \in R^{9 \times 9} : \Sigma = \text{diag}(\epsilon_{11}, \epsilon_{12}, \dots, \epsilon_{13}, \dots, \epsilon_{31}, \dots, \epsilon_{33})\},$$

$$|\epsilon_{jk}| \leq 1, \epsilon_{32} = \epsilon_{33},$$

$$j, k = 1, 2, 3\}.$$

显然 , 对于任意的 i 和 $\Sigma_i \in \Sigma^*$, 有

$$1) \Sigma_i \Sigma_i^T = \Sigma_i^T \Sigma_i \leq I (9 \times 9 \text{ 单位阵});$$

$$2) EE^T = \text{diag}\{\sum_{j=1}^3 h_{1j}, \sum_{j=1}^3 h_{2j}, \sum_{j=1}^3 h_{3j}\};$$

$$3) F^T F = \text{diag}\{\sum_{i=1}^3 h_{i1}, \sum_{i=1}^3 h_{i2}, \sum_{i=1}^3 h_{i3}\}.$$

根据引理 1 , 系统 (7) 可以写为

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(x_3(t)) (A_{i0} + E\Sigma_i F)x(t), \quad t \neq \tau_j,$$

$$\Delta x|_{t=\tau_j} = \sum_{i=1}^r h_i(x_3(t)) K_{ij} x, \quad t = \tau_j. \tag{10}$$

接下来 , 我们将讨论系统 (10) 的稳定性 .

定理 1 设 λ_i 是矩阵 $A_{i0}^T + A_{i0} + F^T F + EE^T$ 的最大特征值 , $\lambda(\alpha) = \max\{\lambda_i\}$, $0 < \delta_j = \tau_j - \tau_{j-1} < \infty$ 是脉冲间距 , $\beta_j = \sum_{i=1}^r \|(I + K_{ij})\|^2$. 如果 $\lambda(\alpha) \geq 0$ 且存在一个常数 $\xi > 1$, 使得对于任意的 j 满足

$$\ln(\xi\beta_j) + \lambda(\alpha)\delta_j \leq 0, \tag{11}$$

则系统 (10) 是全局渐进稳定的 .

证明 设 Lyapunov 函数为 $V(x) = \frac{1}{2} x^T x$.

当 $t \neq \tau_j$, 根据引理 2 ,

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r h_i(x_3(t)) x^T [(A_{i0} + E\Sigma_i F)^T \\ &\quad + (A_{i0} + E\Sigma_i F)] x \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r h_i(x_3(t)) x^T \\ &\quad \times [(F^T \Sigma_i^T E^T + A_{i0}^T) \\ &\quad + (A_{i0} + E\Sigma_i F)] x \\ &\leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r h_i(x_3(t)) x^T [A_{i0}^T + A_{i0} \\ &\quad + F^T F + E\Sigma_i \Sigma_i^T E^T] x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r h_i(x_3(t)) x^T [A_{i0}^T + A_{i0} + F^T F + EE^T] x \\ &\leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \lambda_i h_i(x_3(t)) x^T x \\ &\leq \frac{1}{2} \lambda(\alpha) x^T \sum_{i=1}^r h_i(x_3(t)) x \\ &= \lambda(\alpha) V(x(t)), \end{aligned} \tag{12}$$

$t \in (\tau_{i-1}, \tau_j) \quad (j = 1, 2, \dots)$

当 $t = \tau_j$ 时,由引理 1,

$$\begin{aligned} V(x(\tau_j^+)) &= \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^r h_i(x_3(t)) [(I + K_{ij})x(\tau_j)]^T \right) \\ &\quad \times \left(\sum_{k=1}^r h_k(x_3(t)) [(I + K_{kj})x(\tau_j)] \right) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^r h_i(x_3(t)) h_k(x_3(t)) x^T(\tau_j) \\ &\quad \times (I + K_{ij}) [(I + K_{kj})x(\tau_j)] \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r h_i^2(x_3(t)) x^T(\tau_j) [I + K_{ij}]^T \\ &\quad \times [(I + K_{ij})x(\tau_j)] \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{1 \leq i < k \leq r} h_i(x_3(t)) h_k(x_3(t)) x^T(\tau_j) \\ &\quad \times (I + K_{ij}) [(I + K_{kj})x(\tau_j)] \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{1 \leq i < k \leq r} h_k(x_3(t)) h_i(x_3(t)) x^T(\tau_j) \\ &\quad \times (I + K_{ij}) [(I + K_{kj})x(\tau_j)] \\ &\leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r h_i^2(x_3(t)) x^T(\tau_j) [I + K_{ij}]^T \\ &\quad \times [(I + K_{ij})x(\tau_j)] \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{1 \leq i < k \leq r} h_i(x_3(t)) h_k(x_3(t)) x^T(\tau_j) \\ &\quad \times [(I + K_{ij}) (I + K_{kj}) \\ &\quad + (I + K_{kj}) (I + K_{ij})] x(\tau_j) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r h_i^2(x(t)) x^T(\tau_j) \|I + K_{ij}\|^2 x(\tau_j) \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{1 \leq i < k \leq r} h_i(x_3(t)) h_k(x_3(t)) x^T(\tau_j) \\ &\quad \times \|I + K_{ij}\|^2 x(\tau_j) \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{1 \leq k < i \leq r} h_i(x_3(t)) h_k(x_3(t)) x^T(\tau_j) \\ &\quad \times \|I + K_{ij}\|^2 x(\tau_j) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^r h_i(x_3(t)) h_k(x_3(t)) x^T(\tau_j) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\times \|I + K_{ij}\|^2 x(\tau_j) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r h_i(x_3(t)) x^T(\tau_j) \|I + K_{ij}\|^2 x(\tau_j) \\ &= \beta_j V(x(\tau_j)) \quad j \in N. \end{aligned} \tag{13}$$

考查(12)式中 $j = 1$ 的情况,对于任意的 $t \in (\tau_0, \tau_1]$,有

$$V(x(t)) \leq V(x(\tau_0)) \exp(\lambda(\alpha)(t - \tau_0)). \tag{14}$$

于是,有

$$V(x(\tau_1)) \leq V(x(\tau_0)) \exp(\lambda(\alpha)(\tau_1 - \tau_0)). \tag{15}$$

根据(13)有

$$\begin{aligned} V(x(\tau_1^+)) &\leq \beta_1 V(x(\tau_1)) \\ &\leq \beta_1 V(x(\tau_0)) \\ &\quad \times \exp(\lambda(\alpha)(\tau_1 - \tau_0)), \end{aligned} \tag{16}$$

因此,对于所有的 $t \in (\tau_0, \tau_1]$,有

$$\begin{aligned} V(t, x) &\leq V(\tau_1^+, x) \exp(\lambda(\alpha)(t - \tau_1)) \\ &\leq \beta_1 V(\tau_0, x) \exp(\lambda(\alpha)(t - \tau_0)). \end{aligned} \tag{17}$$

类似地,对于任意的 j 和 $t \in (\tau_j, \tau_{j+1}]$,有

$$V(t, x) \leq \beta_j \dots \beta_2 \beta_1 V(\tau_0, x) \exp(\lambda(\alpha)(t - \tau_0)). \tag{18}$$

根据条件(11)有

$$\beta_j \exp(\lambda(\alpha)\delta_j) \leq 1/\xi, \quad j \in N. \tag{19}$$

因此,对任意的 $t \in (\tau_j, \tau_{j+1}] \quad j \in N$,

$$\begin{aligned} V(x(t)) &\leq V(x(\tau_0)) \beta_1 \beta_2 \dots \beta_j \exp(\lambda(\alpha)(t - \tau_0)) \\ &= V(x(\tau_0)) [\beta_1 \exp(\lambda(\alpha)\delta_1)] \dots \\ &\quad \times [\beta_j \exp(\lambda(\alpha)\delta_j)] \exp(\lambda(\alpha)(t - \tau_j)) \\ &\leq V(x(\tau_0)) \frac{1}{\xi^j} \exp(\lambda(\alpha)(t - \tau_j)). \end{aligned} \tag{20}$$

所以,当 $t \rightarrow \infty$ 时, $k \rightarrow \infty$ 且 $V(t, x) \rightarrow 0$.故系统(10)是全局渐进稳定的.证毕!

接下来,考虑几种特殊情况,一是实施等间距脉冲(即对所有的 $j, \delta = \delta_j$),二是实施等脉冲(即对所有的 $j, K = K_{ij}$).针对上述情况,得到如下推论.

推论 1 如果对系统(10)实施等间距脉冲,设 λ_i 是矩阵 $A_{i0}^T + A_{i0} + F^T F + EE^T$ 的最大特征值, $\lambda(\alpha) = \max_i \{\lambda_i\}, \beta_j = \sum_{i=1}^r \|(I + K_{ij})\|^2$. 如果 $\lambda(\alpha) \geq 0$ 且存在一个常数 $\xi > 1$,使得对于任意的 j 满足

$$\ln(\xi \beta_j) + \lambda(\alpha)\delta \leq 0, \tag{21}$$

则系统(10)是全局渐进稳定的.

推论 2 如果对系统(10)实施等脉冲,设 λ_i 是矩阵 $A_{i0}^T + A_{i0} + F^T F + EE^T$ 的最大特征值, $\lambda(\alpha) = \max_i \{\lambda_i\}, 0 < \delta_j = \tau_j - \tau_{j-1} < \infty$ 是脉冲间距, $\beta_j =$

$\sum_{i=1}^r \|(I + K_i)\|^2$. 如果 $\lambda(\alpha) \geq 0$ 且存在一个常数 $\xi > 1$, 使得对于任意的 j 满足

$$\ln(\xi\beta) + \lambda(\alpha)\delta_j \leq 0, \quad (22)$$

则系统 (10) 是全局渐进稳定的.

定理 2 设 λ_i 是矩阵 $A_{i0}^T + A_{i0} + F^T F + EE^T$ 的最大特征值 $\lambda(\alpha) = \max_i \{\lambda_i\}$, $0 < \delta_j = \tau_j - \tau_{j-1}$

$< \infty$ 是脉冲间距 $\beta_j = \sum_{i=1}^r \|(I + K_{i,j})\|^2$. 如果 $\lambda(\alpha) < 0$ 且存在一个常数 $0 \leq \xi < -\lambda(\alpha)$, 使得对所有的 j 满足

$$\ln(\beta_j) - \xi\delta_j \leq 0, \quad (23)$$

则系统 (10) 是全局指数稳定的.

证明 设 Lyapunov 函数为 $V(x) = \frac{1}{2} x^T x$. 类似定理 1 的证明 (12)–(18) 式成立, 根据条件 (23), 可得

$$\beta_j \exp(-\xi\delta_j) \leq 1, \quad j \in N, \quad (24)$$

于是, 对于任意的 $t \in (\tau_j, \tau_{j+1}]$, $k \in N$,

$$\begin{aligned} V(x(t)) &\leq V(x(\tau_0))\beta_1\beta_2\cdots\beta_j \exp(\lambda(\alpha)(t - \tau_0)) \\ &= V(x(\tau_0))\beta_1\beta_2\cdots\beta_j \exp((-\xi)(t - \tau_0)) \\ &\quad \times \exp((\lambda(\alpha) + \xi)(t - \tau_0)) \\ &\leq V(x(\tau_0))\beta_1\beta_2\cdots\beta_j \exp((-\xi)(\tau_j - \tau_0)) \\ &\quad \times \exp((\lambda(\alpha) + \xi)(t - \tau_0)) \\ &= V(x(\tau_0))[\beta_1 \exp(-\xi(\tau_1 - \tau_0))] \cdots \\ &\quad \times [\beta_j \exp(-\xi(\tau_j - \tau_{j-1}))] \\ &\quad \times \exp((\lambda(\alpha) + \xi)(t - \tau_0)) \\ &\leq V(x(\tau_0)) \exp((\lambda(\alpha) + \xi)(t - \tau_0)). \end{aligned} \quad (25)$$

注意到 $0 \leq \xi < -\lambda(\alpha)$, 因此 $\lambda(\alpha) + \xi < 0$, 故系统 (10) 是全局指数稳定的. 证毕!

类似推论 1 和 2, 可以得到在实施等间距脉冲和等脉冲下的系统 (10) 指数稳定的条件.

4. 系统仿真研究

考虑如下的参数不确定的永磁同步电机:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_1 + x_3 x_2, \\ \dot{x}_2 &= -x_3 x_1 - x_2 + \gamma x_3, \\ \dot{x}_3 &= \sigma(x_2 - x_3), \end{aligned} \quad (26)$$

其中 $\sigma = 5.45 \pm 0.2$, $\gamma = 20 \pm 1$, 在实验中, σ 取区间 $[5.25 \ 5.65]$ 中的随机值, γ 取区间 $[19 \ 21]$ 中的随

机值. 取初值 $x_0 = [0.6 \ 0.8 \ 0.2]$.

其模糊脉冲控制模型如下:

Plant Rule i : if $x_3(t)$ is M_i

$$\text{then} \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t), & t \neq \tau_j, \\ \Delta x|_{t=\tau_j} = K_{i,j} x(t), & t = \tau_j \end{cases} \quad (27)$$

$i = 1 \ 2 \ \dots \ r; \quad j = 1 \ 2 \ \dots$

考虑具有两个“if-then”规则的情况, 可以得到该系统的模糊脉冲控制模型如下:

Rule i : if $x_3(t)$ is M_i ,

$$\text{then} \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t), & t \neq \tau_j, \\ \Delta x = K_{i,j} x(t), & t = \tau_j \end{cases}$$

$i = 1 \ 2$ 和 $j \in N$.

可以计算 $x_3(t) \in [-d, d] = [-12.5504, 12.5504]$, 于是可以设计具有两个“if-then”规则的状态矩阵如下:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & -12.5504 & 0 \\ 12.5504 & -1 & \gamma \\ 0 & \sigma & -\sigma \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 12.5504 & 0 \\ -12.5504 & -1 & \gamma \\ 0 & \sigma & -\sigma \end{bmatrix},$$

$$M_1(x_3(t)) = 0.5 \times \left(1 + \frac{x_3(t)}{d}\right),$$

$$M_2(x_3(t)) = 0.5 \times \left(1 - \frac{x_3(t)}{d}\right).$$

首先两个子系统是稳定的, 以子系统的状态矩阵为 A_1 为例, 其稳定的状态图见图 1.

但是整个系统并不稳定, 其系统状态图见图 2.

根据定理 1 和推论 1—2 可以计算得出以下结果:

$$A_{10} = \begin{bmatrix} -1.0000 & -12.5504 & 0 \\ 12.5504 & -1.0000 & 5.4500 \\ 0 & 20.0000 & -20.0000 \end{bmatrix},$$

$$A_{20} = \begin{bmatrix} -1.0000 & 12.5504 & 0 \\ -12.5504 & -1.0000 & 5.4500 \\ 0 & 20.0000 & -20.0000 \end{bmatrix},$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4472 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 1.0000 \end{bmatrix},$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4472 & 0 & 0 & 1.0000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 \end{bmatrix}^T,$$

$$\lambda(\alpha) = 11.5861 > 0.$$

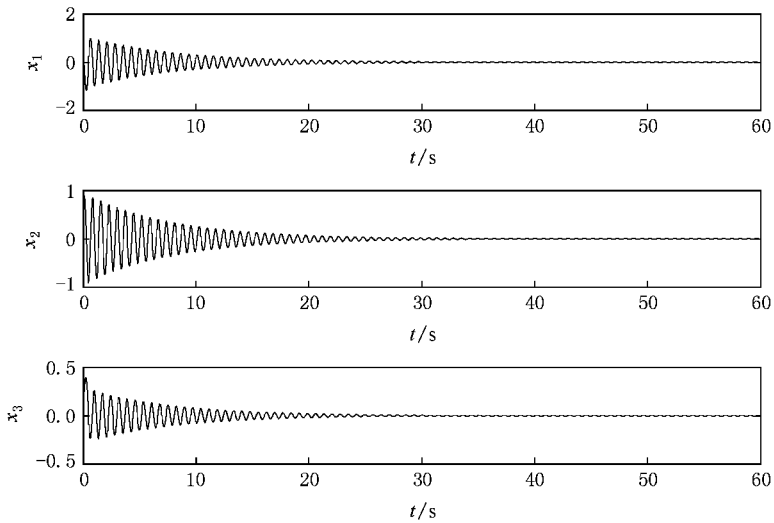


图 1 子系统的状态图

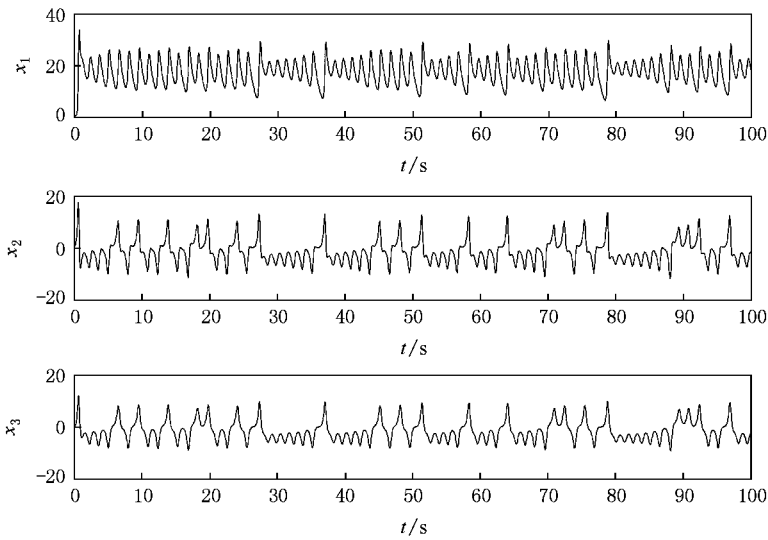


图 2 不稳定系统的状态图

根据上面的计算结果,设 $\xi = 1.01$, 针对不同脉冲间距 δ , 设计不同的脉冲控制器 $K_{i,j}$, 并将所得结果进行模拟如下:

1) 当 $\delta = 0.05$ 时, 欲使其满足 $\ln(\xi\beta) + \lambda(\alpha)\delta \leq 0$ 则 $\beta \leq 0.5547$, 根据 $\beta = \sum_{i=1}^2 \|(I + K_i)\|^2$, 针对任意的 i , 我们可以选择脉冲控制矩阵

$$K_i = \begin{bmatrix} -0.45 & 0 & 0 \\ 0 & -0.45 & 0 \\ 0 & 0 & -0.45 \end{bmatrix},$$

使其满足 $\beta = \|I + K\|^2 < 0.5547$ 和 $\ln(\xi\beta) + \lambda(\alpha)\delta \leq 0$.

在上面计算的结果下实施控制, 得到系统(26)的状态图见图 3.

2) 当 $\delta = 0.1$ 时, 欲使其满足 $\ln(\xi\beta) + \lambda(\alpha)\delta \leq 0$ 则 $\beta \leq 0.3108$ 根据 $\beta = \sum_{i=1}^2 \|(I + K_i)\|^2$, 针对任意的 i , 我们可以选择脉冲控制矩阵

$$K_i = \begin{bmatrix} -0.69 & 0 & 0 \\ 0 & -0.69 & 0 \\ 0 & 0 & -0.69 \end{bmatrix},$$

使其满足 $\beta = \|I + K\|^2 < 0.3108$ 和 $\ln(\xi\beta) + \lambda(\alpha)\delta \leq 0$.

在上面计算的结果下实施控制, 得到系统(26)的状态图见图 4.

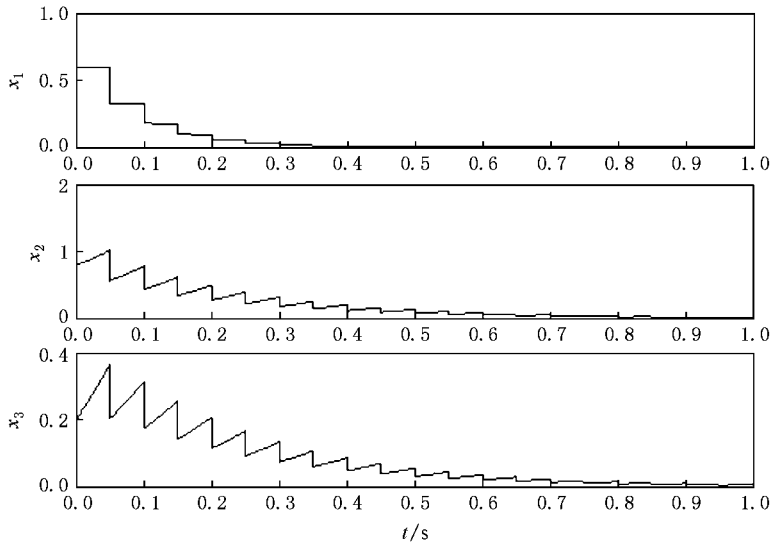


图 3 模糊脉冲控制下的系统状态图($\delta = 0.05$)

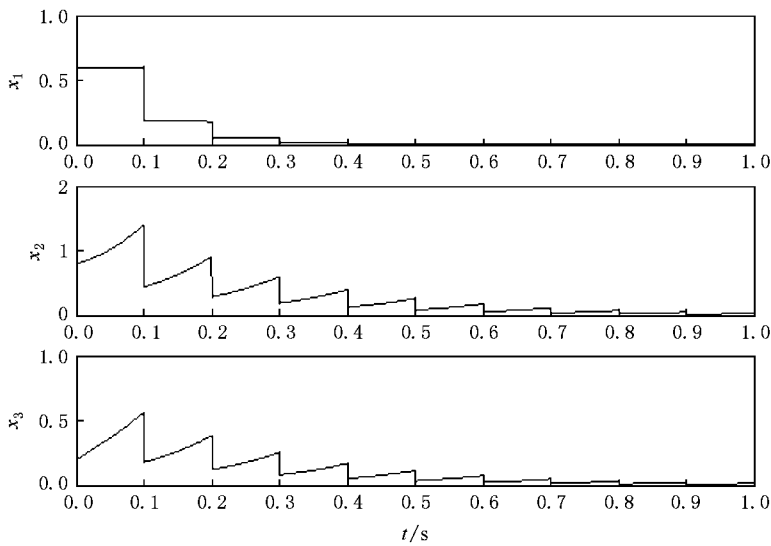


图 4 模糊脉冲控制下的系统状态图($\delta = 0.1$)

相反,如果脉冲间距发生了变化,如果还是采用如 1)所示的脉冲控制器,系统会变得不稳定,相应的系统状态图见图 5.

3)当 $\delta = 0.2$ 时,欲使其满足 $\ln(\xi\beta) + \lambda(\alpha)\delta \leq 0$ 则 $\beta \leq 0.0976$ 根据 $\beta = \sum_{i=1}^2 \|(I + K_i)\|^2$,针对任意的 i 我们可以选择脉冲控制矩阵

$$K_i = \begin{bmatrix} -0.91 & 0 & 0 \\ 0 & -0.91 & 0 \\ 0 & 0 & -0.91 \end{bmatrix},$$

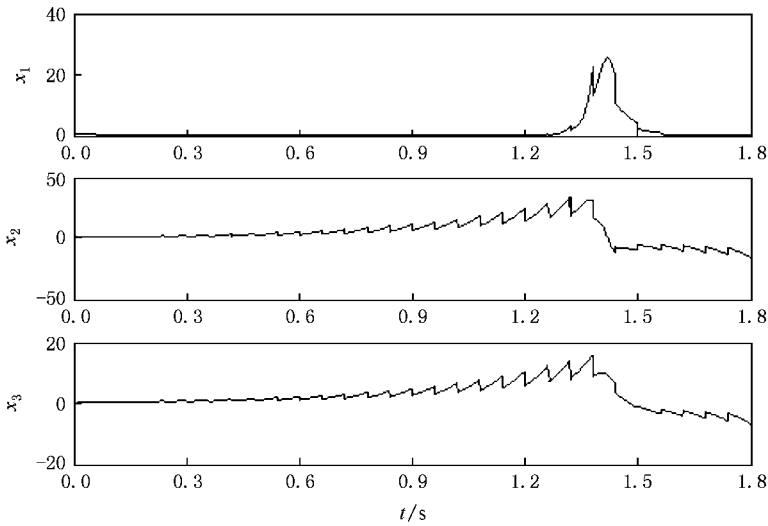
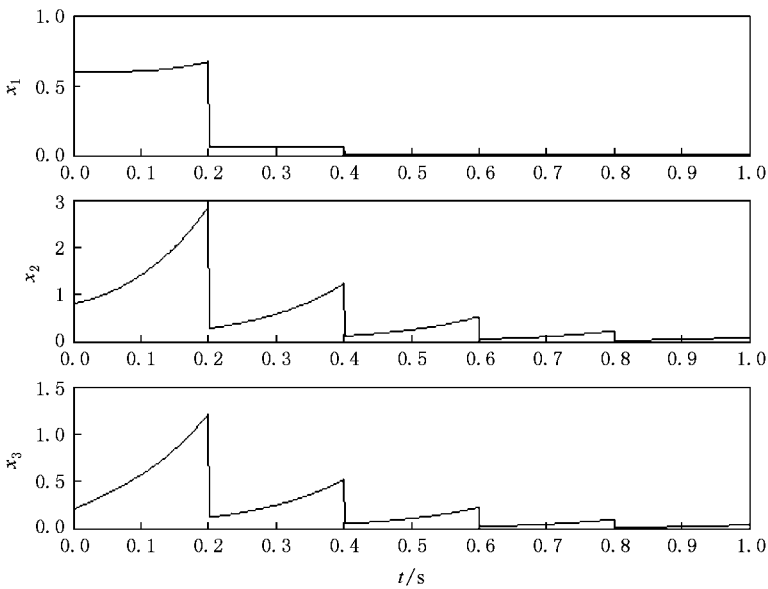
使其满足 $\beta = \|I + K\|^2 < 0.0976$ 和 $\ln(\xi\beta) + \lambda(\alpha)\delta \leq 0$.

在上面计算的结果下实施控制,得到系统(26)的状态图见图 6.

4)当 $\delta = 0.5$ 时,欲使其满足 $\ln(\xi\beta) + \lambda(\alpha)\delta \leq 0$ 则 $\beta \leq 0.0030$ 根据 $\beta = \sum_{i=1}^2 \|(I + K_i)\|^2$,针对任意的 i 我们可以选择脉冲控制矩阵

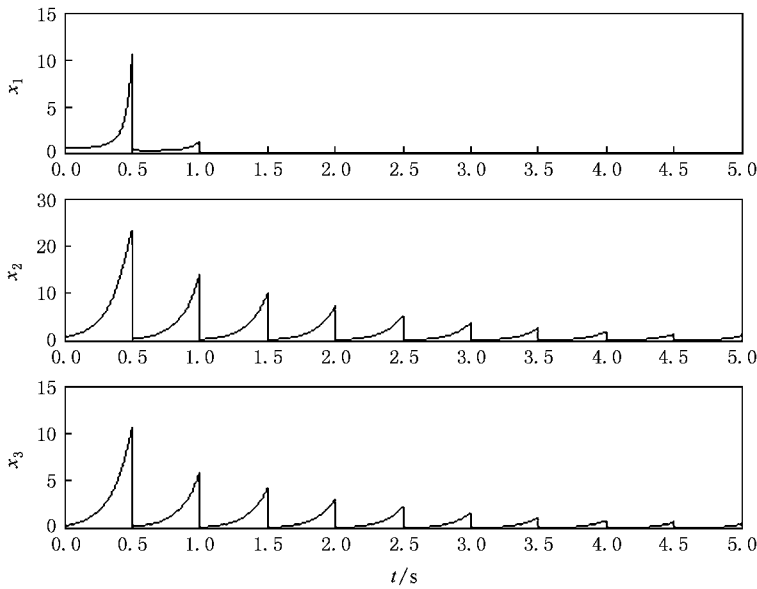
$$K_i = \begin{bmatrix} -0.997 & 0 & 0 \\ 0 & -0.997 & 0 \\ 0 & 0 & -0.997 \end{bmatrix},$$

使其满足 $\beta = \|I + K\|^2 \leq 0.0030$ 和 $\ln(\xi\beta) + \lambda(\alpha)\delta \leq 0$.

图 5 实施不当控制器的系统不稳定状态图($\delta = 0.1$)图 6 模糊脉冲控制下的系统状态图($\delta = 0.2$)

但这只是理论上存在这样的脉冲控制器,实际上产生这样大的脉冲是非常困难的,即使在上面计算的结果下实施控制,可以使得系统达到稳定状态,受控系统(28)的状态图见图7,但从效率和经济上考虑都是不允许的,因此,本文不推荐使用这样的模糊脉冲控制器。

根据上面的模拟结果,可以看出,按照本文所提供的方法实施模糊脉冲控制,能使系统较快地达到稳定状态,相比传统的模糊控制,采取模糊脉冲控制具有可靠性高、不易发生飞车事故,信号抗干扰性能好等优点,相比传统的脉冲控制,其工作范围更宽,适用范围更广。

图7 模糊脉冲控制下的系统状态图($\delta = 0.5$)

5. 结 论

本文综合利用了脉冲控制和模糊控制的优点,提出模糊脉冲控制的混沌模型,设计一种能够综合两种控制方法的优点的控制器,然后研究其稳定性,得出了参数不确定的两种永磁同步电机的稳定性充

分条件,最后通过数值模拟,体现了所研究结果的有效性,同时也指出,当脉冲间距比较大的时候,模糊控制的控制难度越来越大,理论上虽然存在相应的模糊控制器,但实际应用是成本增大,不利于实际利用,于是,在脉冲间隔比较小的情况小,做相应的模糊脉冲控制是非常有效的。

- [1] Elmas C , Ustun O 2008 *Control Engineering Practice* . **16** 260
- [2] Lee T S , Lin C H , Lin F J 2005 *Control Engineering Practice* **13** 425
- [3] Baik I C , Kim K H 2000 *Control Systems Technology* **8** 47
- [4] Baik I C , Kim K H , Youn M J 1998 *Electric Power Applications* **145** 369
- [5] Li D , Wang S L , Zhang X H , Yang D , Wang H 2008 *Chin . Phys . B* **17** 1678
- [6] Wei D Q , Luo X S , Fang J Q , Wang B H 2006 *Acta Phys . Sin .* **55** 54 (in Chinese) [韦笃取、罗晓曙、方锦清、汪秉宏 2006 物理学报 **55** 54]
- [7] Li Z , Zhang B , Mao Z Y 2002 *Control Theory Appl .* **18** 53 (in Chinese) [李 忠、张 波、毛宗源 2002 控制理论与应用 **18** 53]
- [8] Ren H P , Liu D , Li J 2003 *Proc . CSEE* **23** 175 (in Chinese) [任海鹏、刘 丁、李 洁 2003 中国电机工程学报 **23** 175]
- [9] Lin F J , Chiu S 1998 *Control Theory and Applications* **145** 63
- [10] Wai R J 2001 *Industrial Electronics* **48** 926
- [11] Attaianesse C , Perfetto A , Tomasso G 1999 *Electric Power Applications* **146** 391
- [12] Hsien T L , Sun Y Y , Tsai M C 1997 *Electric Power Applications* **144** 173
- [13] Yan J R , Shen J H 1999 *Nonlinear Analysis* **37** 245
- [14] Luo X S , Wang B H 2001 *Chin Phys .* **10** 17
- [15] Zhao Y B , Zhang D Y , Zhang C J 2007 *Chin . Phys .* **16** 933
- [16] Liu B , Liu X Z , Liao X X 2004 *J . Math . Anal . Appl .* **290** 19
- [17] Sanchez E N , Perez J P 1999 *IEEE Transactions on Circuits Systems* **46** 1395
- [18] Wu C L , Ma S J , Sun Z K , Fang T 2006 *Acta Phys . Sin .* **55** 6253 (in Chinese) [吴存利、马少娟、孙中奎、方 同 2006 物理学报 **55** 6253]
- [19] Cao J D 2003 *Phys . Lett . A* **307** 136
- [20] Liu J D , Yu Y M 2007 *Acta Phys . Sin .* **56** 1297 (in Chinese) [刘建东、余有明 2007 物理学报 **56** 1297]
- [21] Li Y , Yang B J , Yuan Y , Liu X H 2007 *Chin Phys .* **16** 1072
- [22] Liu X W , Huang Q Z , Gao X , Shao S Q 2007 *Chin Phys .* **16** 2272
- [23] Li D , Wang H , Yang D , Wang S L 2008 *Chin Phys . B* **17** 4091
- [24] Li D , Zhang X H , Yang D , Wang S L 2009 *Acta Phys . Sin .* **58** 1432 (in Chinese) [李 东、张小洪、杨 丹、王时龙 2009 物理学报 **58** 1432]

Fuzzy impulsive control of chaos in permanent magnet synchronous motors with parameter uncertainties^{*}

Li Dong^{1,2)†} Wang Shi-Long¹⁾ Zhang Xiao-Hong³⁾ Yang Dan³⁾

1) *State Key Laboratories of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400030, China*

2) *College of Mathematics & Physics Science, Chongqing University, Chongqing 400030, China*

3) *College of Software Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, China*

(Received 25 September 2008 ; revised manuscript received 28 October 2008)

Abstract

In this paper, the Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy impulsive control model for PMSMs with parameter uncertainties is established via the T-S modeling technique and impulsive technique. Based on the new model, the control conditions of asymptotical and exponential stability for PMSMs with parameter uncertainties have been derived by Lyapunov method and matrix analysis. An illustrative example is also given to show the effectiveness of our results. Compared with the existing results, the obtained results exhibit certain advantage.

Keywords : chaotic control, fuzzy control, impulsive control, permanent magnet synchronous motors

PACC : 0545

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60604007, 50775226), the Chongqing Natural Science Foundation (Grant Nos. CSTC, 2008BB3308 and 2007BB2120), and the Innovation Training Foundation of Chongqing University (Grant No. CDCX004).

[†] E-mail : lid@cqu.edu.cn