

# 轴棱锥产生无衍射光束自再现特性的几何光学分析\*

吴逢铁<sup>†</sup> 江新光 刘 彬 邱振兴

(华侨大学信息科学与工程学院, 泉州 362021)

(2008 年 9 月 19 日收到, 2008 年 11 月 11 日收到修改稿)

由几何光学方法分析轴棱锥产生无衍射光束自再现特性, 很好地解释了无衍射光束自再现的形成原理. 在菲涅耳近似条件下, 利用菲涅耳衍射理论可以对光传输进行很好地描述, 而光束经过障碍物后的很小距离内, 菲涅耳衍射近似条件已不满足, 衍射理论不再适合描述光束的传输特性, 这时可以利用几何光学分析光束传输特性. 首先从几何光学角度对轴棱锥产生无衍射光束的自再现特性进行了详细的描述, 并对光束传输进行仿真, 最后通过实验验证轴棱锥产生无衍射光束的自再现特性, 实验结果与理论分析相符合.

关键词: 无衍射光束, 几何光学, 轴棱锥, 自再现

PACC: 4225, 4215, 4215D

## 1. 引 言

无衍射 Bessel 光束具有高斯光束及普通光束不曾有的重要特性——重建特性<sup>[1]</sup>, 当无衍射光束经过障碍物会产生畸变, 但传输一段距离后, 光束将恢复其无衍射特性. 重建特性在微粒操控和生物医学工程中具有广泛的应用前景. 利用这一特性, 人们在单束无衍射光中实现了多层面不同位置的微粒操控<sup>[2,3]</sup>.

我们知道, 普通聚焦光俘获粒子只能在焦点附近, 焦点小可俘获小粒子, 但光束发散很快. 而无衍射 Bessel 光束具有长距离的高亮度聚焦特性, 可实现大范围的粒子俘获. 产生无衍射光束的方法有多种, 如环缝-透镜法, 计算机全息法, 轴棱锥法等, 其中利用轴棱锥产生无衍射光束具有转换效率高<sup>[4]</sup>、装置简单、光损伤阈值高<sup>[5]</sup>等显著优点, 因此利用轴棱锥产生无衍射光束的特性得到深入的研究<sup>[6-9]</sup>. 在无衍射光束的重建方面, 1998 年 Bouchal 等简单分析了轴棱锥产生无衍射光束的自再现特性<sup>[10]</sup>, 2002 年 Garcés-Chavez 等<sup>[2]</sup>利用无衍射光束的自再现特性成功实现多层面的微粒操控, 2004 年和 2007 年 Marcelino 等人分别利用环缝-透镜和轴棱锥法产生的 Bessel 光进行光束重建的研究<sup>[11,12]</sup>, 但是轴棱锥

产生无衍射光束的自再现原理及其光束传输过程一直没有一个较完整的解释. 本文提出一种新的诠释方法, 利用几何光学形象地描述了轴棱锥产生的无衍射光束经过障碍物的自再现过程. 利用光线追迹, 可以清晰地看到无衍射光束的自再现过程及其形成原理, 同时我们还给出了多层面微粒的自再现演绎过程.

## 2. 模拟分析

单色平面波入射轴棱锥形成的无衍射光束可以解释为入射和出射锥形波的叠加<sup>[12]</sup>. 在线性介质中传播的平面波波动方程可用亥姆赫兹方程来表示:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E}{\partial r} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + k^2 E = 0. \quad (1)$$

波动方程 (1) 式的解为

$$E(x, y, z) = \left\{ \begin{array}{l} E_0 H_0^{(1)}(k_r r) \exp(ik_z z) \\ E_0 H_0^{(2)}(k_r r) \exp(ik_z z) \end{array} \right\}, \quad (2)$$

其中  $E_0$  是振幅,  $H_0^{(1)}(k_r r)$  和  $H_0^{(2)}(k_r r)$  是 Hankel 函数,  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $k^2 = k_r^2 + k_z^2$ ,  $k_r = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  和  $k_z$  分别表示径向和纵向波数.

(2) 式括号中表示为两种波的线性叠加, 用函数  $H_0^{(1)}(k_r r)$  和  $H_0^{(2)}(k_r r)$  分别表示入射和出射锥形波, 光波叠加部分就形成了无衍射 Bessel 光束.

\* 国家自然科学基金(批准号: 60477041)和福建省自然科学基金(批准号: A0710011)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人, E-mail: ftwu@public.qz.fj.cn

$$H_0^{(1)}(k_r r) + H_0^{(2)}(k_r r) = 2J_0(k_r r). \quad (3)$$

利用光学设计软件对轴棱锥建模,采用标准序表面来设计轴棱锥模型.要建立像轴棱锥锥面效果的标准表面,曲率半径必须设置很小的值,而二次曲面常数必须小于 $-0.1$ .对于底角(轴棱锥底平面与锥面间的夹角,如图1所示)为 $\gamma$ 的轴棱锥锥面的二次曲面常数可以根据以下式计算:

$$C = -\left(\frac{1}{\tan^2 \gamma} + 1\right). \quad (4)$$

锥面的曲率半径的精确值设置没有太高要求,但必须使它的值远小于入射光斑半径的值.下面我们仿真模拟了轴棱锥产生无衍射光束的光线追迹图,其中模拟参数为:入射光斑半径 $d = 10 \text{ mm}$ ,底角 $\gamma = 5^\circ$ ,根据(4)式可以计算出二次曲率常数 $C = -131.65$ ,选择锥面的曲率半径为 $-0.05$ .追迹结果如图1所示,图中深色区域就是两个锥形波叠加产

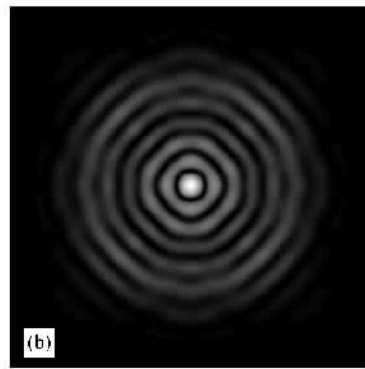
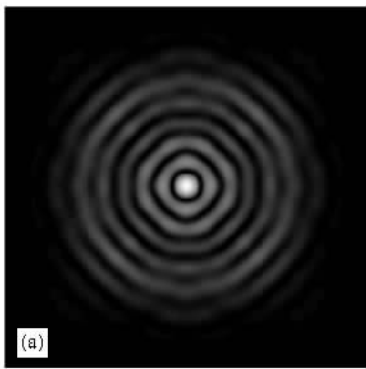


图2 物理光学分析得出的截面光强分布图 (a) $z = 100 \text{ mm}$ ; (b) $z = 200 \text{ mm}$

利用设计软件加入障碍物,可以仿真无衍射光束经过障碍物的光传输过程.选择半径为 $1 \text{ mm}$ 的圆形障碍物,图3为无衍射光束传输距离 $z = 100 \text{ mm}$ 处放置障碍物的光线追迹图.从图中可以明显看出,无衍射光束经过障碍物自再现的原因.光束传输遇到不透明的障碍物时,会形成一小段的几何阴影,但障碍物没能阻挡后面无衍射光束的形成,所谓的自再现无衍射光束其实就是障碍物没能阻挡的其他光束叠加形成的.也就是说,只要障碍物的尺寸合理,无衍射光束遇到障碍物,不会影响后面无衍射光束的形成.

无衍射光束的自再现过程也可以通过衍射理论分析模拟的.只是人们不能很好的计算模拟光束经过障碍物后的微小距离内的光强分布.根据实验观察,在障碍物后面出现了边缘波,这种衍射贝塞尔模式就是泊松或 $A_{\text{rago}}$ 光斑<sup>[12]</sup>.在菲涅耳近似条件下,

生的无衍射光束,由简单的几何分析可知,通过轴棱锥产生无衍射光束的最大传输距离由公式 $Z_{\text{max}} \approx \frac{d}{(n-1)\gamma}$ 给出<sup>[13]</sup>,代入上述参数可得 $Z_{\text{max}} = 229.30 \text{ mm}$ ,模拟追迹图中像平面距离为 $240 \text{ mm}$ .

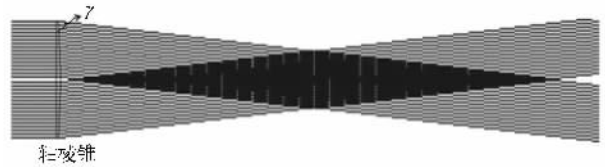


图1 轴棱锥产生无衍射光束的几何光学追迹图

利用软件中的物理光学传输仿真功能可以模拟出无衍射光束的截面光强分布图,图2模拟的是 $z = 100 \text{ mm}$ 和 $z = 200 \text{ mm}$ 处无衍射光束的截面光强分布图.



图3 轴棱锥产生无衍射光束经过障碍物的光线追迹图

光束经过障碍物后的远场光束特性可以利用菲涅耳衍射理论和巴比涅原理进行分析计算,能对光束进行很好地描述,而光束经过障碍物后的很小距离内,假设菲涅耳近似仍然成立,即菲涅耳区深区处,因为 $z$ 非常小,导致积分函数中的二次位相因子作快速振荡,使得积分主要贡献来自稳相点附近,这时衍射场分布的计算结果就是孔径的几何投影,即此时可以利用几何光学进行描述.因此无衍射光束经过障碍物的衍射光强纵向分布基本接近于图4所示,图

中无衍射中心出现的阴影就是障碍物造成的。

根据上面的分析可知,如果在无衍射光束中间放置两个或者更多的障碍物,经过一段距离的传输,无衍射光束还会恢复原来的光束特性。下面分别对两个和三个障碍物的情况进行光线模拟。

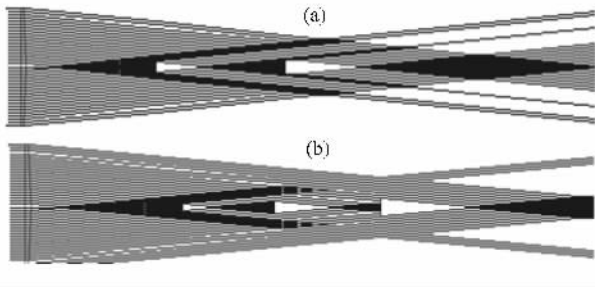


图 4 无衍射光束经过两个和三个障碍物的自再现模拟图

图 4(a)模拟的是无衍射光束经过两个障碍物的自再现图形,其中深色部分是同锥角的锥形波叠加部分,具有贝塞尔分布形式。图 4(b)是无衍射光束经过三个不同大小障碍物的自再现图形,圆形障碍物大小从左至右直径分别为 0.5 mm,1 mm 和 2 mm。从图中还可以看出,障碍物越小,重建距离就越小,因此应用无衍射光束操控微小粒子时,重建距离也非常小,这样就可以对不同层面的多个微粒进

行操控。

### 3. 实 验

实验结果很好的说明了轴棱锥产生无衍射光束的自再现特性,图 5 是实验装置图。实验中采用 3 mW He-Ne 激光(波长 632.8 nm)作为光源,输出光经过透镜扩束准直后入射到底角  $\gamma = 0.5^\circ$  的石英轴棱锥(其折射率  $n = 1.5$ )上。以轴棱锥顶点作为  $z$  轴零点,根据实际无衍射光斑大小选择半径  $r = 0.2$  mm 的圆形障碍物,将其放置在  $z = 55$  cm 处的无衍射光束中心。利用体视显微镜(可连续放大,最大放大倍数为 50 倍)和 CCD 照相机组成的系统记录无衍射光束经过障碍物后的自再现演变过程(如图 6 所示)。由简单的几何光学计算可知,圆形障碍物的几何阴影距离约为 4.58 cm,即障碍物重建位置应在  $z = 59.58$  cm 处。图 6(a)是重建前  $z = 50$  cm 的无衍射光斑图,图 6(b)(c)(d)和(e)是无衍射光束由障碍物遮挡到完全重建的演变过程。其中(b)是放置障碍物处的截面光斑图(c)是二分之一重建距离拍摄的衍射光斑图(d)是开始重建的衍射光斑图,而(e)则是完全重建拍摄的截面光斑图,可以看到完全重建后的光束恢复了障碍物前的无衍射光束特性。

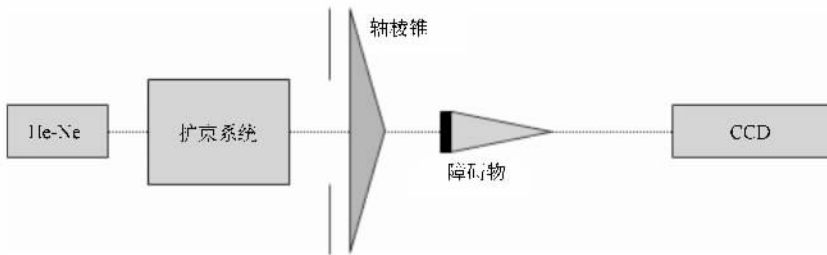


图 5 轴棱锥产生无衍射光束自再现特性的实验装置图

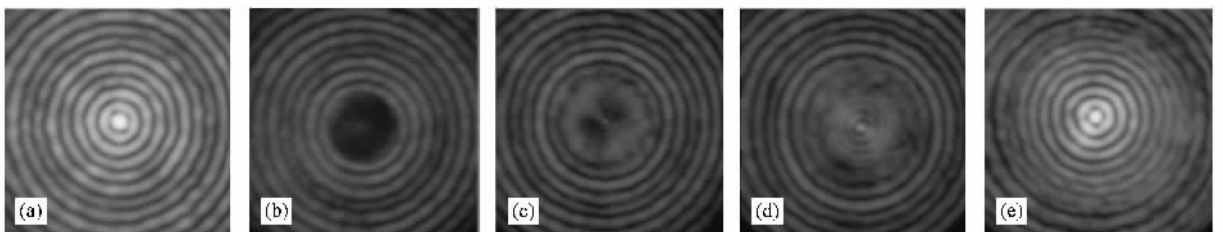


图 6 实验拍摄轴棱锥产生无衍射光束自再现特性的演变过程 (a)  $z = 50$  cm (b)  $z = 55$  cm (c)  $z = 57.3$  cm (d)  $z = 59.6$  cm (e)  $z = 73.3$  cm

## 4. 结 论

文章创意性的从几何光学角度分析解释了轴棱锥产生无衍射光束的自再现特性. 通过几何光线追迹模拟可以清楚地看到无衍射光束的自再现过程, 同时也能说明自再现的特性是由无衍射光束的形成方式决定的. 可以这么说, 无衍射光束经过障碍物的自再现特性, 表现为微小障碍物只是阻碍了微粒后

面很小一段距离的内无衍射光束的形成, 而没有妨碍到后面远距离无衍射光束的形成, 因此表现出来的就是无衍射光束经过障碍物后的自再现特性. 同时实验也证明了这一点, 在障碍物后面出现了阴影区, 光束经过一段距离的传输后就会出现完整的无衍射光束. 实验结果跟理论分析是相符合的, 研究结果让人们对无衍射光束的自再现特性有了一个更直观的认识, 对实际应用光镊具有更好的指导意义.

- [ 1 ] MacDonal d R P , Boothroyd S A 1996 *Opt. Commun.* **122** 169
- [ 2 ] Garcés-Chavez V , McGloin D 2002 *Nature* **419** 145
- [ 3 ] Liu B , Wu F T , Jiang X G 2009 *Chin. J. Lasers* **36** 379 ( in Chinese ) [ 刘 彬、吴逢铁、江新光 2009 中国激光 **36** 379 ]
- [ 4 ] Angelies M D , Cacciapuoti L , pierattini G , Tino G M 2003 *Opt. Lasers Eng.* **39** 283
- [ 5 ] Wu F T , Chen Y B , Guo D D 2007 *Appl. Opt.* **46** 4943
- [ 6 ] Zeng X H , Wu F T 2008 *Opt. Eng.* **31** 083401
- [ 7 ] Jiang X G , Wu F T 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4202 ( in Chinese ) [ 江新光、吴逢铁 2008 物理学报 **57** 4202 ]
- [ 8 ] Wu F T , Jiang X G , Liu B , Qu Z X 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2410 ( in Chinese ) [ 吴逢铁、江新光、刘 彬、邱振兴 2009 物理学报 **58** 2410 ]
- [ 9 ] Anguiano-Morales M , Amalia M *et al* 2008 *Opt. Commun.* **281** 401
- [ 10 ] Bouchal Z , Wagner J , Chlup M 1998 *Opt. Commun.* **151** 207
- [ 11 ] Anguiano-Morales M , Balderas-Mata S E 2004 *Proc. SPIE* **5622** 1440
- [ 12 ] Anguiano-Morales M , Méndez-Otero M M 2007 *Opt. Eng.* **46** 078001
- [ 13 ] Wu F T , Zeng X H 2008 *Acta Opt. Sin.* **28** 174 ( in Chinese ) [ 吴逢铁、曾夏辉 2008 光学学报 **28** 174 ]

# Geometric optics analysis on self-reconstruction of the nondiffracting beam generated from an axicon<sup>\*</sup>

Wu Feng-Tie<sup>†</sup> Jiang Xin-Guang Liu Bin Qiu Zhen-Xing

( *College of Information Science & Engineering , Huaqiao University , Quanzhou 362021 , China* )

( Received 19 September 2008 ; revised manuscript received 11 November 2008 )

## Abstract

Self-reconstruction of the nondiffracting beam generated from an axicon was analyzed for the first time based on the geometrical optics and the formation principle of self-reconstruction was well explained. In the Fresnel approximation , beam transmission characteristics were described well using the theory of Fresnel diffraction. But the approximation condition will not satisfy in the quite little distance after beam passing through the obstacle and the diffraction theory is no longer suitable. In such case , geometrical optics can be used to describe the beam transmission characteristics. In this paper , self-reconstruction of the nondiffracting beam generated from an axicon was analyzed in detail based on the geometrical optics. Simulation and experimental observation of the self-reconstruction characteristic are presented. The experimental results agree with the theoretical analysis.

**Keywords** : nondiffracting beam , geometrical optics , axicon , self-reconstruction

**PACC** : 4225 , 4215 , 4215D

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China( Grant No. 60477041 ) and the Natural Science Foundation of Fujian Province , China( Grant No. A0710011 ).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail : ftwu@public.qz.fj.cn