

电磁感应透明介质中的弱光空间暗孤子环^{*}

余彦超 王登龙[†] 丁建文

(湘潭大学物理系和低维材料及其应用技术教育部重点实验室,湘潭 411105)

(2008 年 9 月 18 日收到,2008 年 10 月 15 日收到修改稿)

利用多重尺度方法,解析地研究了 Λ 型三能级冷原子气及一束较强耦合光组成的电磁感应透明介质体系中的非线性动力学性质.结果表明:一束较弱的探测光能在电磁感应透明介质中形成弱光空间暗孤子,当弱光空间暗孤子沿轴向传播时,它会逐渐演化成一个稳定的弱光空间暗孤子环,这是衍射效应和自散焦效应相互平衡的结果.

关键词:电磁感应透明,弱光空间暗孤子环,多重尺度方法

PACC:4265,3280,0290

1. 引言

空间光孤子的研究是未来实现全光通讯及全光器件的有效途径之一.这种具有固定空间形状的波包作为最基本的信息存储单位在信息处理和信息传输方面具有巨大应用潜力,因此近十几年来引起人们广泛的关注^[1-7].以前对于空间光孤子领域的研究大多局限于传统非线性介质体系.对于传统非线性介质,当入射光波频率接近介质的共振频率时,介质虽然可以产生显著的非线性效应,但对入射光波的吸收也显著增加^[8];如果入射光波频率远离介质的共振频率,介质所能提供的非线性效应非常微弱,这就需要非常强的入射光才能使介质产生显著的非线性效应以平衡衍射效应^[7].但通过这种方式得到的光孤子传播非常快,接近于真空中的光速,不易操控^[9].如果在弱光条件下能产生显著的非线性效应以平衡衍射效应,同时抑制介质对光的吸收去获取稳定的弱光空间光孤子(spatial weak-light solitons),那么空间光孤子离具体的实际应用就为期不远了.电磁感应透明(electromagnetically induced transparency, EIT)效应是实现这一技术的可能途径之一.它是通过光(其频率接近于原子能级之间的跃迁频率)与原子的相互作用,利用量子相干效应,导致出现相干布居囚禁,使上能级没有原子布居,从而

使光穿过原子介质如同在真空中传播不受介质影响,由于频率相近而产生共振,介质会产生显著的非线性效应^[10-13].目前,在 EIT 介质中的孤子动力学性质^[7-9]和弱光条件下的光传输特征如光速变慢^[14,15],光信号存储^[16]等研究,已成为非线性光学中的热点之一.2005 年 Huang 等^[17]研究发现:由于 EIT 效应,由三能级冷原子和一束耦合光组成的 EIT 系统中,可形成超慢亮孤子,然而这一超慢空间亮孤子在传播过程中会因为高阶效应而发生变形、改变传播速度和辐射振幅较小的色散波.Kang 等^[13]研究表明,由于 EIT 介质的共振所提供增强的非线性效应,从而产生光孤子的能量阈值大大降低,所以在 EIT 机理下,产生稳定空间光孤子的能量极低(低至毫瓦级),这将有利于弱光条件下的非线性光学器件的开发.本文发展多重尺度方法,研究一束较弱的探测光及一束较强的耦合光与 Λ 型三能级超冷原子气相互作用的 EIT 介质的非线性动力学性质,得出在 EIT 介质中会存在一种新的非线性元激发——弱光空间暗孤子,尤其是当这种暗孤子沿轴向传播时,将逐渐演化成稳定的弱光空间暗孤子环.

2. Λ 型超冷三能级原子气中空间光孤子的解析解

图 1 示出的 EIT 介质体系是一个 Λ 型超冷三能

^{*} 国家自然科学基金(批准号:10674113),教育部新世纪人才基金(批准号:NCET-06-0707),湖南省自然科学基金(批准号:06JJ50006),湖南省教育厅研究基金(批准号:04A058 和 06A071)资助的课题.

[†] 通讯联系人, E-mail: dlwang@xtu.edu.cn

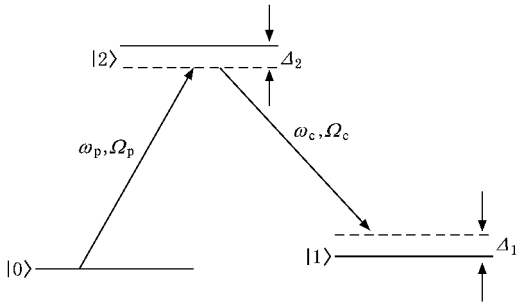


图1 由一个较高能级 $|2\rangle$ 及两个较低能级 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 组成的三能级冷原子系统,分别与较弱的脉冲型探测光(其光学频率 ω_p 和 $|2\rangle$ 与 $|0\rangle$ 之间的跃迁频率相近)及一束较强的连续型耦合光(其光学频率 ω_c 和 $|2\rangle$ 与 $|1\rangle$ 之间的跃迁频率相近)的相互作用($\Delta_1 = \omega_p - \omega_c - (\omega_1 - \omega_0)$, $\Delta_2 = \omega_p - (\omega_2 - \omega_0)$,分别表示双光子失谐和单光子失谐)

级原子气系统与一束较弱的脉冲型探测光(频率为 ω_p)和一束较强的连续型耦合光(频率为 ω_c)发生相互作用的体系.基于半经典方法,可以推得如下 Maxwell-Schrödinger 方程组^[17]:

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} + \Delta_1 + i\gamma_1\right) A_1 + \Omega_c^* A_2 = 0, \quad (1a)$$

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} + \Delta_2 + i\gamma_2\right) A_2 + \Omega_p A_0 + \Omega_c A_1 = 0 \quad (1b)$$

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0, \quad (1c)$$

其中 A_j 表示能级 $|j\rangle$ 的原子布居概率幅,满足关系 $|A_0|^2 + |A_1|^2 + |A_2|^2 = 1$; Ω_p, Ω_c 分别是探测光及耦合光的半拉比频率(the half Rabi frequency); Ω_c^* 是 Ω_c 的共轭函数; E 表示系统的总光场; Δ_1, Δ_2 分别为双光子失谐(two-photon detuning)和单光子失谐(one-photon detuning); γ_1, γ_2 是被唯象地引入,分别代表由于其他近邻能级的影响造成的原子布居在能级 $|1\rangle$ 和 $|2\rangle$ 的衰减率; $P = N_a \sum_{j=0,1} \{ p_{j2} A_2 A_j^* \exp[i(k_j z - \omega_j t)] \} + c.c.$ 是原子系统的极化强度,其中 N_a 表示原子密度, p_{02}, p_{12} 分别为能级 $|0\rangle, |1\rangle$ 向能级 $|2\rangle$ 跃迁的偶极矩阵元; c, ϵ_0 分别是真空中的光速及介电常数.在传统的非线性介质中,光与原子的相互作用一般利用密度矩阵方程来描述,对于 EIT 介质由于体系的耦合光非常强,导致原子系统的自发辐射被极大地抑制,通常采用概率幅方程代替密度矩阵方程^[18].由于体系的耦合光强度非常大且不衰减,通常可以把耦合光看成是恒量^[7].此外,由于体系中探测光的脉冲足够

宽,在极短的时间内探测光的强度几乎不发生变化,从而可以认为探测光随时间的变化非常慢,在慢变包络近似情况下,可认为探测光不随时间改变,从而方程(1)可简化为以下非线性薛定谔方程:

$$i \frac{\partial \Omega_p}{\partial z} + \frac{c}{2\omega_p} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \Omega_p + \kappa \frac{d_2 \Omega_p}{D(1 + W|\Omega_p|^2)} = 0, \quad (2)$$

其中 $D = |\Omega_c|^2 - d_1 d_2$, $W = (|d_2|^2 + |\Omega_c|^2) |D|^2$, $d_j = \Delta_j + i\gamma_j$ ($j = 1, 2$), $\kappa = \frac{N_a \omega_p |p_{02}|^2}{2\hbar \epsilon_0 c}$, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.对方程(2)左边第三项围绕 $|\Omega_p|^2 = 0$ 作泰勒展开且保留到二阶,同时引入无量纲参量 $s = L_{\text{diff}}^{-1} z$, $R = R_{\perp}^{-1} r$, $u = \Omega_p / \Omega_0$, 其中 $L_{\text{diff}} = \omega_p R_{\perp}^2 / c$, $R_{\perp}^{-1} \Omega_0 = 1/\sqrt{W}$ 分别表示探测光的特征衍射长度,光束半径以及特征拉比频率,就可以得到无量纲的非线性薛定谔方程

$$i \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \right) u + a(1 - |u|^2)u = 0, \quad (3)$$

其中 $a = \kappa d_1 L_{\text{diff}} / D$.若将 a 写为 $a = a_R + ia_1$,则 $a_R = \kappa L_{\text{diff}} \Delta_1 (|\Omega_c|^2 - \Delta_1 \Delta_2) [(|\Omega_c|^2 - \Delta_1 \Delta_2)^2 + \Delta_1^2 \gamma_2^2]$, $a_1 = \kappa L_{\text{diff}} \Delta_1^2 \gamma_2 [(|\Omega_c|^2 - \Delta_1 \Delta_2)^2 + \Delta_1^2 \gamma_2^2]$.在 EIT 系统中,引入强耦合光所导致的相干布居囚禁将抑制介质对光的吸收(a_1 是表征介质对光的吸收).如文献[7]所示,若将⁸⁵Rb 原子的 $|5S_{1/2}, F=2\rangle, |5S_{1/2}, F=3\rangle$ 和 $|5P_{1/2}, F=2\rangle$ 分别作为 $|0\rangle, |1\rangle$ 和 $|2\rangle$ 能级.系统的物理参数分别是 $\gamma_1 \approx 1.0 \times 10^3$ Hz, $\gamma_2 \approx 6.0 \times 10^6$ Hz, $\kappa = 6.0 \times 10^8$ cm⁻¹ s⁻¹, $\Omega_c = 1.0 \times 10^7$ s⁻¹, $\Delta_1 = -2.0 \times 10^5$ s⁻¹, $\Delta_2 = -1.0 \times 10^9$ s⁻¹, 探测光波长 $\lambda_p = 800$ nm, 光束半径 $R_{\perp} = 40$ μm , 衍射长度 $L_{\text{diff}} \approx 1.25$ cm, 从而就可以得到 $a \approx 1.5 + 0.018i$.这说明系数 a 的虚数部分 a_1 对于 a 的贡献非常小,从而说明在 EIT 介质中,介质对光的吸收是可以忽略的.因此,在下面的推导过程中,我们仅保留 a 的实数部分.

随后,我们设 u 的形式为 $u = A(s, R) \exp[i\varphi(s, R)]$ 将其代入方程(3),分离实,虚部,就得到关于振幅 $A(s, R)$ 和相位 $\varphi(s, R)$ 的两个耦合方程

$$-A \frac{\partial \varphi}{\partial s} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial R^2} - A \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial R} \right)^2 + \frac{1}{2R} \frac{\partial A}{\partial R} + aA - aA^3 = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial A}{\partial s} + \frac{\partial A}{\partial R} \frac{\partial \varphi}{\partial R} + A \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial R^2} + A \frac{1}{2R} \frac{\partial \varphi}{\partial R} = 0. \quad (5)$$

由于上述方程仍是不可积的,一般难以得出其精确解析解.在此,我们引入奇异摄动理论中的多重尺度方法^[19,20]进行渐进展开

$$A = 1 + b(\xi, \tau) = 1 + \varepsilon^2 b_0(\xi, \tau) + \varepsilon^4 b_1(\xi, \tau) + \dots, \quad (6)$$

$$\varphi = -s + \varphi(\xi, \tau) = -s + \varepsilon \varphi_0(\xi, \tau) + \varepsilon^3 \varphi_1(\xi, \tau) + \dots, \quad (7)$$

其中 ε 是一与相对振幅相关的小量.慢变量 $\xi = \varepsilon(R - Cs)$ 和 $\tau = \varepsilon^3 s$ 描述光孤子各向的动力学演化,其中 C 表示无量纲速度.将方程(6)和(7)代入方程(4)和(5),比较 ε 各次幂的系数,分别得到

$$2ab_0 - C \frac{\partial \varphi_0}{\partial \xi} = 0, \quad (8)$$

$$2ab_1 - C \frac{\partial \varphi_1}{\partial \xi} = b_0 C \frac{\partial \varphi_0}{\partial \xi} - \frac{\partial \varphi_0}{\partial \tau} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varphi_0}{\partial \xi} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 b_0}{\partial \xi^2} - 3ab_0^2, \quad (9)$$

和

$$C \frac{\partial b_0}{\partial \xi} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial \xi^2} = 0, \quad (10)$$

$$C \frac{\partial b_1}{\partial \xi} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial \xi^2} = \frac{b_0}{2} \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial \xi^2} + \frac{1}{2C\tau} \frac{\partial \varphi_0}{\partial \xi} + \frac{\partial b_0}{\partial \tau} + \frac{\partial b_0}{\partial \xi} \frac{\partial \varphi_0}{\partial \xi}. \quad (11)$$

通过比较(8)式和(10)式可得 $C^2 = a$.同样,比较(9)式和(11)式可以得到

$$8C \frac{\partial b_0}{\partial \tau} + 24ab_0 \frac{\partial b_0}{\partial \xi} - \frac{\partial^3 b_0}{\partial \xi^3} + \frac{4C}{\tau} b_0 = 0. \quad (12)$$

令 $w = \varepsilon^2 b_0$,且通过变换 $\xi = \varepsilon(R - Cs) = \varepsilon R'$, $\tau = \varepsilon^3 s$ 可以得出

$$\frac{\partial w}{\partial s} + 3Cw \frac{\partial w}{\partial R'} - \frac{1}{8C} \frac{\partial^3 w}{\partial R'^3} + \frac{1}{2s} w = 0. \quad (13)$$

该方程是典型的柱 Korteweg-de Vries 方程(KdV 方程),其单孤子解可写为

$$w = k(s) \operatorname{sech}^2 \{ \lambda(s) [R' - \beta(s)] \}, \quad (14)$$

其中 $k = k_0 \exp \left[-\frac{2}{3} \ln(s + s_0) \right]$ 表示孤子的幅度, s_0 对应于孤子出现在背景中的初始轴向位置, k_0 表示在初始轴向位置的孤子的振幅,

$$\lambda = C \sqrt{-2k_0 \exp \left[-\frac{2}{3} \ln(s + s_0) \right]}$$

为孤子的宽度, $\beta = 3sCk_0 \exp \left[-\frac{2}{3} \ln(s + s_0) \right] + l$ 其中 l 为实常数.最后我们就得到了非线性薛定谔方程(3)的孤子解

$$u = \{1 + k(s) \operatorname{sech}^2 [\lambda(R' - \beta)]\} \exp(i\varphi). \quad (15)$$

3. 数值计算 Λ 型超冷三能级原子气中空间光孤子的性质

为了直观地研究 EIT 系统下弱光空间孤子的动力学行为,在此我们对方程(15)进行了一系列的数值计算.图 2 示出了表征光强分布的波包形状在不同的轴向位置的变化情况.取 $s_0 = 1.0$ 作为形成弱光空间暗孤子的初始位置.在图 2(a)中可以看出,当 $s = 3.0$ 时,在平面的中心位置出现一个强度的下陷,在平面中形成一个“坑”,其中心位置为最小值,周围是相对稳定的背景.显然,这就是在 EIT 系统中形成的弱光空间暗孤子.这是由于光束在介质中传播时,一方面因为介质固有的衍射效应光束会随着传输距离的增加而发散,另一方面在自散焦介质中折射率反比光强分布,使总折射率在光束的中心处较弱,而在光束边缘处较强,类似于普通的凹透镜,使光汇聚于光束边缘,产生自散焦效应.在 EIT 体系中,自散焦效应会显著增强,这不同于在传统非线性介质体系中的自散焦效应非常微弱的情况^[21].当衍射效应和自散焦效应相互平衡时,在 EIT 介质中形成弱光空间暗孤子^[22].当传输到轴向位置为 $s = 8$ 时(见图 2(b)),在背景平面中心位置的弱光空间暗孤子中心处不再是最小值,代之以峰的出现,但峰的顶部低于背景平面,同时弱光空间暗孤子的宽度增大,幅度减小,这意味随着轴向传播距离的增加,弱光空间暗孤子逐渐演化为弱光空间暗孤子环,且这个空间暗孤子环处于生长过程中.当传输到轴向位置为 $s = 12$ 时(见图 2(c)),暗孤子环沿径向扩展,幅度进一步减小,在背景平面中心位置的洞的中心处出现一个小的平台,且平台的顶部与背景平面高度一致,这就在背景平面中形成一个圆环,这说明空间暗孤子环已经形成.当传输到轴向位置为 $s = 18$ 时(见图 2(d)),空间暗孤子环沿径向进一步扩展,幅度进一步减小,中心的平台进一步扩大,环的宽度进一步增加.但与轴向位置为 $s = 12$ 时相比,暗孤子环的宽度与幅度基本保持不变,幅度随着其半径的增加而缓慢减小.这表明系统处于动力学稳定状态.综合以上结果可以得出,在衍射效应和自散焦效应的平衡下,三能级冷原子气中能够形成弱光空间暗

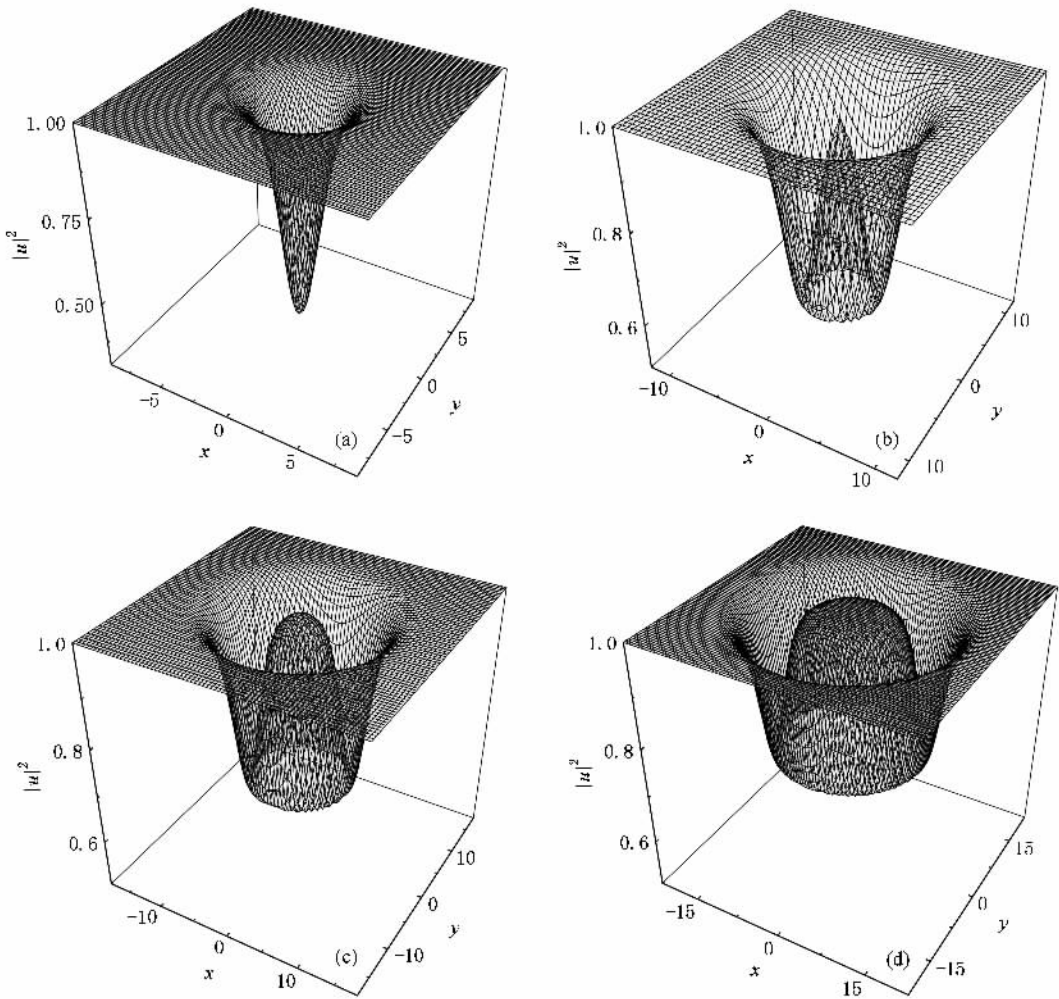


图2 表征光的强度在不同的轴向位置的分布(其中参数 $s_0 = 1.0$, $k_0 = -1.0$, $l = 0.0$, $a = 1.5$) (a) $s = 3.0$ (b) $s = 8.0$ (c) $s = 12.0$ (d) $s = 18.0$


孤子.随着轴向距离的增加,弱光空间暗孤子中心会出现一个与背景强度一致的平台,进而形成一个弱光空间暗孤子环,该空间暗孤子环沿径向扩展,幅度和宽度基本保持不变.

4. 结 论

利用多重尺度方法,解析地研究了三能级冷原子气系统中由一束弱探测光形成的弱光空间暗孤子的动力学行为,得到了一个表征光的拉比频率的波

包振幅的柱 KdV 方程,进而得到其孤子的解析解.通过数字计算发现:由于电磁感应透明(EIT)机理的耦合光所诱导的量子干涉效应,介质对光信号的吸收大大降低,从而在弱探测光激发下,通过衍射效应和自散焦效应之间的精确平衡,在三能级原子系统中能够得到弱光空间暗孤子.随着轴向传输距离的增加,弱光暗孤子中心还会出现一个与背景强度一致的平台,从而形成一个弱光空间暗孤子环,该空间暗孤子环沿径向扩展,幅度和宽度基本保持不变,达到动力学稳定状态.

[1] Segev M 1998 *Optical and Quantum Electronics* **30** 503

[2] Stegeman G I, Segev M 1999  **286** 1518

[3] Hu W, Ouyang S G, Yang P B, Guo Q, Lan S 2008 *Phys. Rev. A* **77** 033842

- [4] Liu J S ,Zhang D Y ,Liang C H 2000 *Chin . Phys .* **9** 667
- [5] Zhang Y ,Hou C F ,Sun X D 2007 *Chin . Phys .* **16** 159
- [6] Kivshar Y S ,Yang X P 1994 *Phys . Rev . E* **50** 40(R)
- [7] Hang C ,Huang G X ,Deng L 2006 *Phys . Rev . E* **74** 046601
- [8] Hong T 2003 *Phys . Rev . Lett .* **90** 183901
- [9] Wu Y ,Deng L 2004 *Opt . Lett .* **29** 2064
- [10] Harris S E ,Field J E ,Imamoglu A 1990 *Phys . Rev . Lett .* **64** 1107
- [11] Fleischhauer M ,Imamoglu A ,Marangos J P 2005 *Rev . Mod . Phys .* **77** 633
- [12] Wang B ,Li S J ,Chang H ,Wu H B ,Xie C D ,Wang H 2005 *Acta Phys . Sin .* **54** 4136 (in Chinese) [王 波、李淑静、常 宏、武海斌、谢常德、王 海 2005 物理学报 **54** 4136]
- [13] Kang H ,Hernandez G ,Zhu Y F 2004 *Phys . Rev . Lett .* **93** 073601
- [14] Hau L V ,Harris S E ,Dutton Z ,Behroozi C H 1999 *Nature* **397** 594
- [15] Wu H B ,Chang H ,Ma J ,Xie C D ,Wang H 2005 *Acta Phys . Sin .* **54** 3632 (in Chinese) [武海斌、常 宏、马 杰、谢常德、王 海 2005 物理学报 **54** 3632]
- [16] Liu C ,Dutton Z ,Behroozi C H ,Hau L V 2001 *Nature* **409** 490
- [17] Huang G X ,Deng L ,Payne M G 2005 *Phys . Rev . E* **72** 016617
- [18] Dutton Z 2002 *Ph . D . Thesis* (Harvard University)
- [19] Wang D L ,Yan X H ,Liu W M 2008 *Phys . Rev . E* **78** 026606
- [20] Zhang W X ,Wang D L ,He Z M ,Wang F J ,Ding J W 2008 *Phys . Lett . A* **327** 4407
- [21] Kang H ,Zhu Y F 2003 *Phys . Rev . Lett .* **91** 093601
- [22] Kivshar Y S ,Luther-Davies B 1998 *Phys . Rep .* **298** 81

Spatial weak-light ring dark solitons in an electromagnetically induced transparency medium^{*}

She Yan-Chao Wang Deng-Long[†] Ding Jian-Wen

(*Physics Department and Key Laboratory of Low Dimensional Materials & Application Technology of Ministry of Education ,Xiangtan University ,Xiangtan 411105 ,China*)

(Received 18 September 2008 ; revised manuscript received 15 October 2008)

Abstract

By using multiple-scale method ,we analytically study the nonlinear dynamical properties of an electromagnetically induced transparency medium with three-level atoms and a strong coupling light field . It is shown that a weak probe light beam can form spatial weak-light dark solitons . When it propagates along axial direction ,the dark soliton will transform into a steady spatial weak-light ring dark soliton ,which results from the balance of the interplay between beam diffraction and refractive nonlinearity .

Keywords : electromagnetically induced transparency , spatial weak-light ring dark solitons , multiple-scale methods

PACC : 4265 , 3280 , 0290

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10674113) ,the Program of New Century Excellent Talents in University of Ministry of Education ,China (Grant No. NCET-06-0707) ,the Natural Science Foundation of Hunan Province ,China (Grant No. 06JJ50006) ,and the Scientific Research Foundation Bureau of Hunan Province ,China (Grant Nos. 04A058 and 06A071) .

[†] Corresponding author . E-mail : dlwang@xtu.edu.cn