

# 一种新型电力网络局域世界演化模型<sup>\*</sup>

王光增<sup>1)</sup> 曹一家<sup>1) 2)</sup> 包哲静<sup>1)</sup> 韩祯祥<sup>1)</sup>

1) 浙江大学电气工程学院, 杭州 310027)

2) 湖南大学电气与信息工程学院, 长沙 410082)

(2008 年 9 月 8 日收到, 2008 年 10 月 31 日收到修改稿)

现实世界中的许多系统都可以用复杂网络来描述, 电力系统是人类创造的最为复杂的网络系统之一. 当前经典的网络模型与实际电力网络存在较大差异. 从电力网络本身的演化机理入手, 提出并研究了一种可以模拟电力网络演化规律的新型局域世界网络演化模型. 理论分析表明该模型的度分布具有幂律特性, 且幂律指数在  $3-\infty$  之间可调. 最后通过对中国北方电网和美国西部电网的仿真以及和无标度网络、随机网络的对比, 验证了该模型可以很好地反映电力网络的演化规律, 并且进一步证实了电力网络既不是无标度网络, 也不是完全的随机网络.

关键词: 电力网络, 演化模型, 局域世界, 幂律分布

PACC: 0250, 0565

## 1. 引言

电力系统大停电事故的频发逐渐引起人们对电网连锁故障传播机理和电力系统脆弱性的关注<sup>[1-3]</sup>. 将复杂网络理论应用于大规模电力系统的复杂特性研究是电力系统研究领域的一个热点课题<sup>[4-8]</sup>. 近年来复杂网络研究领域里最重要的研究成果是小世界特性和无标度特性的发现<sup>[9, 10]</sup>. 小世界特性使得当网络中一个节点发生故障时, 不仅仅影响其相邻的节点, 而且能够导致其他非邻近节点发生故障, 引起连锁反应, 最终导致整个系统发生大规模连锁故障<sup>[11]</sup>. 无标度特性使得网络对于随机故障具有惊人的鲁棒性, 但是面对智能攻击时却表现出固有的脆弱性<sup>[12]</sup>.

文献 [13] 验证了部分电力网络具有小世界网络特性和无标度网络特性, 并定性地分析了小世界网络特性对连锁故障传播的影响, 指出小世界网络较小的平均距离和较高聚类系数等性质, 对故障的传播起推波助澜的作用. 文献 [14] 进一步说明了电力网络中存在少量的节点(线路)拥有远远大于其他节点(线路)的介数, 这些节点(线路)的缺失会导致大量最短路径的重新分布, 进而引起系统连锁故障. 文

献 [15] 分析了北美电网拓扑结构所存在的脆弱性. 文献 [16] 则对北美电网的连锁故障进行了建模, 表明北美电网存在着少部分的脆弱节点在导致大规模连锁故障发生的过程中起关键作用.

因此, 网络拓扑对电网的脆弱性和鲁棒性具有重要影响, 研究电力网络的网络特性及其演化模型具有重要意义. 当前研究中, 电网拓扑主要采用实际电网拓扑<sup>[4, 15, 16]</sup>、IEEE 标准测试系统<sup>[5]</sup>以及由树形模型、四边形模型、小世界模型和无标度模型等生成的网络拓扑<sup>[6-8]</sup>. 树形模型与四边形模型过于简单, 与实际电力网络相差甚远. 文献 [13] 进一步指出, 部分电力网络不具有小世界特性, 而部分电力网络的度分布既不是幂率分布也不是指数分布. 因此, 需要一种新的演化模型来揭示电力网络的演化规律.

国内外学者结合不同的网络特性提出了多种新的网络模型<sup>[17-22]</sup>. 文献 [19, 20] 分别提出了幂指数在 1 至 3 和 2 至 3 之间变化的网络模型, 而电力网络的度分布幂指数大于  $3^{[10]}$ . 文献 [21] 针对现实网络中普遍存在的局域世界现象, 提出了局域世界演化模型. 本文从电力网络本身的演化机理入手, 在局域世界演化模型的基础上考虑局域世界之外的随机连接, 提出并研究了一种可以模拟电力网络演化规律的新型局域世界网络演化模型, 通过理论分析给

<sup>\*</sup> 国家重点基础研究发展计划(批准号: 2004CB217902)、国家自然科学基金创新研究群体科学基金(批准号: 50421002)、国家自然科学基金(批准号: 50677062)和教育部新世纪优秀人才支持计划(批准号: NCET-07-0745)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人. E-mail: yijiacao@zju.edu.cn

出了新模型的度分布规律,通过对中国北方电网和美国西部电网的仿真以及和 BA 无标度网络、随机网络的对比,验证了该模型可以很好地拟合电力网络的演化.该模型的提出对于电力系统复杂性研究具有重要意义.

## 2. 复杂网络模型及其度分布

### 2.1. 复杂网络模型简介

现实世界中的大多数复杂系统可以用网络的形式来描述.早期的规则网络所能描述的系统极其有限.1959年,Erdős和Rényi提出了ER随机网络<sup>[23]</sup>,其随机性十分符合真实网络的某些特性,但是对于动态演化系统中所表现出来的一些重要特性,如社会理论中的马太效应等无法予以说明.WS小世界网络<sup>[9]</sup>和BA无标度网络<sup>[10]</sup>的提出,突破了随机网络模型的束缚,为复杂网络的研究提供了基础.小世界网络介于规则网络和随机网络之间,通过很小的概率切断规则网络中原始的边,并随机选择新的节点重新连接,它同时具有较大的聚类系数和较小的特征路径长度.无标度网络的度分布在整体上服从幂律分布  $P(k) \sim k^{-3}$ ,网络中个体的尺度相差悬殊,没有特征度值.此外,国内外学者结合网络的实际特性,对复杂网络进行了更深入的研究.针对现实网络中普遍存在的局域世界现象,文献<sup>[21]</sup>提出了局域世界演化模型,该模型在选取局域世界时使用了随机策略,而文献<sup>[22]</sup>建立的邻域演化模型中提出了“邻域”概念,将局域世界的概念更加具体化.

本文提出的新模型在局域世界演化模型的基础上考虑了局域世界之外的随机连接.基本的局域世界网络的构造算法为

- 1) 增长:开始于较少的节点数( $m_0$ )和连接数( $e_0$ ).
- 2) 从已存在的节点中随机选择  $M$  个节点作为新加入节点的“局域世界”.
- 3) 优选连接:加入一个新节点连接到该节点的“局域世界”中,连接概率为

$$\Pi_{\text{local}}(k_i) = \Pi(i \in \text{local world}) \frac{k_i}{\sum_{j \in \text{local}} k_j}, \quad (1)$$

其中  $\Pi(i \in \text{local world}) = M/(m_0 + t)$ .

经过  $t$  时间间隔后,该算法产生一个具有  $N = t + m_0$  个节点,  $mt + e_0$  条边的新网络.局域世界模型

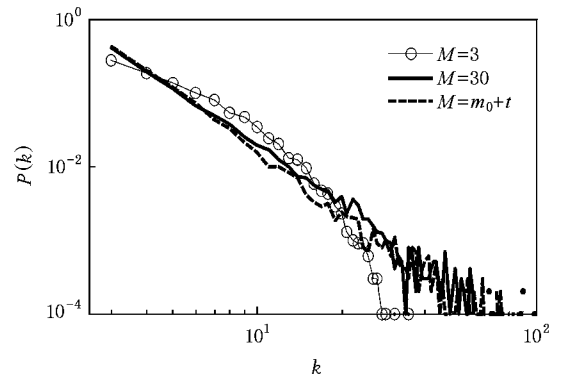


图1 局域世界网络的度分布

可以产生从随机网络到无标度网络的过渡网络,图1给出了  $m_0 = m = 3$ ,  $M = 3, 30$ ,  $m_0 + t$  情况下局域世界网络的度分布.

### 2.2. 复杂网络的度分布

度是单独节点的属性中简单而又重要的概念.节点  $i$  的度  $k_i$  定义为与该节点连接的其他节点的数目.一个节点的度越大就意味着这个节点在某种意义上越“重要”.网络中所有节点  $i$  的度  $k_i$  的平均值称为网络的(节点)平均度,记为  $\langle k \rangle$ .网络中节点的度的分布情况可用分布函数  $P(k)$  来描述,  $P(k)$  表示一个随机选定的节点的度恰好为  $k$  的概率.度分布函数反映了函数系统的统计特征,理论上利用度分布可以计算出其他表征全局特性参数的量化数值<sup>[24]</sup>.图2给出了几种典型复杂网络的度分布.

## 3. 新型电力网络演化模型

### 3.1. 电力网络拓扑建模原则和特征

电力网络可以抽象成为一个具有  $N$  个节点和  $K$  条线路的复杂网络,节点包括发电厂和变电站,输电线、变压器支路是电网拓扑中的边.

随着社会经济的发展和电力需求的增加,不断有新变电站出现,本模型使用节点和连接的增加来模拟电网的生长.新建变电站一般从邻近的主要变电站输入电力,因此电网的生长表现出一定的局域世界演化特性.另外,也不排除远距离输电的可能性,即新节点可能存在与其局域世界之外的远程连接.本模型使用概率  $p$  决定新节点是否连接到其局

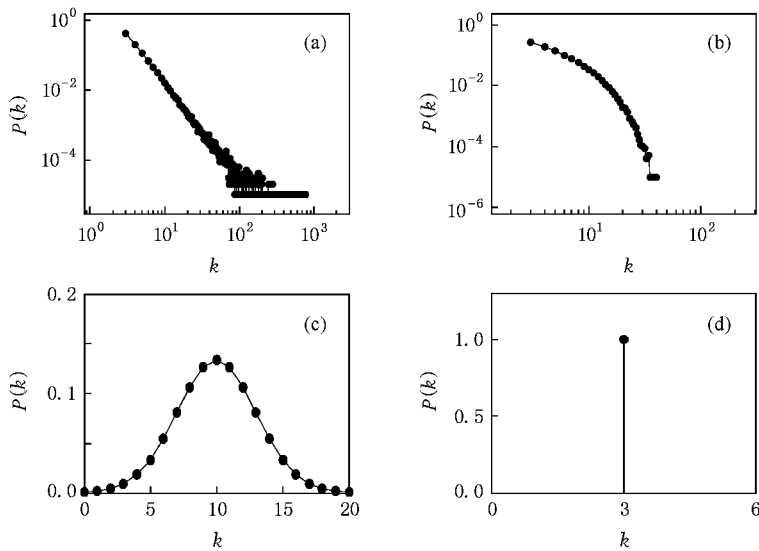


图 2 几种典型复杂网络的度分布 (a)幂率分布 (b)指数分布 (c)泊松分布 (d) Delta 分布

域世界之内,电力系统发展的每一步都是经过规划的,但规划取决的因素很多,各个因素又可能非常不同,以至于很难看出所建设的网络在拓扑结构上有什么简单、确定的法则,这样的网络结构仍可以说具有随机的成分.因此,电力网络的演化,既有局域世界演化的特征,也有随机演化的因素.

3.2. 新模型的构造算法

新的网络演化模型按照如下算法构造：

- 1) 增长：开始于较少的节点数(  $m_0$  )和连接数(  $e_0$  ),每次新加入一个节点并连接到  $m$  个已存在的节点上.
- 2) 确定局域世界：随机从网络已有的节点中选取  $M$  个节点(  $M \geq m$  ),作为新加入节点的局域世界.
- 3) 连接：给定概率  $p$ ,新加入的节点以  $p$  的概率连接到局域世界内部的节点,以(  $1 - p$  )的概率连接到局域世界之外的节点.与局域世界内部节点连接使用优选连接,优选连接概率为

$$\Pi_{\text{local}}(k_i) = \Pi(i \in \text{local world}) \frac{k_i}{\sum_{j \in \text{local}} k_j}, \quad (2)$$

与局域世界外部的节点连接使用随机连接,连接概率为

$$\Pi_{\text{nonlocal}}(k_i) = \Pi(i \notin \text{local world}) \frac{1}{m_0 + t - M}. \quad (3)$$

这样,经过  $t$  个时间步长,这种算法可以产生一个拥有  $N = t + m_0$  个节点和  $mt + e_0$  条边的网络.

3.3. 新模型的度分布分析

下面使用平均场方法<sup>[25]</sup>分析新模型的度分布规律.在网络生成过程中,既存在随机连接,又存在优选连接,因此,新节点连接到节点  $i$  的概率为

$$\Pi(k_i) = p\Pi_{\text{local}}(k_i) + (1 - p)\Pi_{\text{nonlocal}}(k_i), \quad (4)$$

假设  $k$  是连续的,则概率  $\Pi(k_i)$  可以看作  $k_i$  的连续变化率,于是对于节点  $i$  有

$$\frac{\partial k_i}{\partial t} = m\Pi(k_i), \quad (5)$$

合并(2)–(4)式可得

$$\begin{aligned} \Pi(k_i) = & p \frac{M}{m_0 + t} \frac{k_i}{\sum_{\text{local}} k_i} \\ & + (1 - p) \frac{m_0 + t - M}{m_0 + t} \frac{1}{m_0 + t - M}. \end{aligned} \quad (6)$$

为简化分析,下面的分析中使用如下假设

$$\sum_{\text{local}} k_i = k_i M, \quad (7)$$

其中平均度数  $k_i = (2mt + e_0) / (m_0 + t)$ ,合并(5)–(7)式得

$$\frac{\partial k_i}{\partial t} = \frac{pk_i}{2t} + \frac{m(1 - p)}{t}. \quad (8)$$

考虑初始条件,即节点  $i$  在  $t_i$  时刻加入网络时的度数为  $k_i(t_i) = m$ ,可得到微分方程(8)的解为

$$k_i(t) = 2m(p-1) + m(2-p)\left(\frac{t}{t_i}\right)^{\frac{2}{p}}. \quad (9)$$

由公式(9)可得,某个节点度数小于  $k$  的概率为

$$P(k_i(t) < k) = P\left(t_i > t\left[\frac{m(2-p)}{k + 2m(1-p)}\right]^{\frac{2}{p}}\right). \quad (10)$$

假设新节点在相同的时间间隔内加入网络,则  $t_i$  的概率密度为

$$P_i(t_i) = \frac{1}{m_0 + t}. \quad (11)$$

由此可得

$$\begin{aligned} & P\left(t_i > t\left[\frac{m(2-p)}{k + 2m(1-p)}\right]^{\frac{2}{p}}\right) \\ &= 1 - P\left(t_i \leq t\left[\frac{m(2-p)}{k + 2m(1-p)}\right]^{\frac{2}{p}}\right) \\ &= 1 - \frac{t}{m_0 + t}\left[\frac{m(2-p)}{k + 2m(1-p)}\right]^{\frac{2}{p}}, \quad (12) \end{aligned}$$

$P(k)$  的概率密度为

$$\begin{aligned} P(k) &= \frac{\partial P(k_i(t) < k)}{\partial k} \\ &= \frac{2t}{P(m_0 + t)}[m(2-p)]^{\frac{2}{p}} \frac{1}{[k + 2m(1-p)]^{+\frac{2}{p}}} \\ &\approx \frac{2}{p}[m(2-p)]^{\frac{2}{p}} \frac{1}{[k + 2m(1-p)]^{+\frac{2}{p}}}, \quad (13) \end{aligned}$$

由  $0 < p \leq 1$  得  $0 \leq 2m(1-p) < 2m$ , 当  $k$  较大时有  $k + 2m(1-p) \approx k$  结合公式(13)得

$$P(k) \sim k^{-\gamma}, \quad (14)$$

其中  $\gamma = (1 + 2/p)$ . 由(14)式可见,新模型的度分布具有幂尾特性,且通过调节参数  $p$ ,可以使幂尾的斜率在  $3-\infty$  之间变化.图3给出了  $N = 10000$ ,  $m_0 = m = 3$ ,  $M = 20$ ,  $p = 1, 0.5, 0.25$  时新模型的度分布曲线.

## 4. 案例研究

我们对多个大型电网进行了仿真,下面给出中美两大电网的仿真结果以及几种典型网络模型的对比数据.美国西部电网拥有 4941 个节点和 6594 条连边,目前国际上研究小世界模型的电网测试系统数据基本都是采用美国西部电网数据.中国北方电网主要由华北电网、东北电网、华中电网、川渝电网组成,拥有 8092 个节点和 9018 条连边.由于 WS 小世界模型和 ER 随机网络模型的度分布与实际电网的度分布相差较远,本文未列出其对比数据.

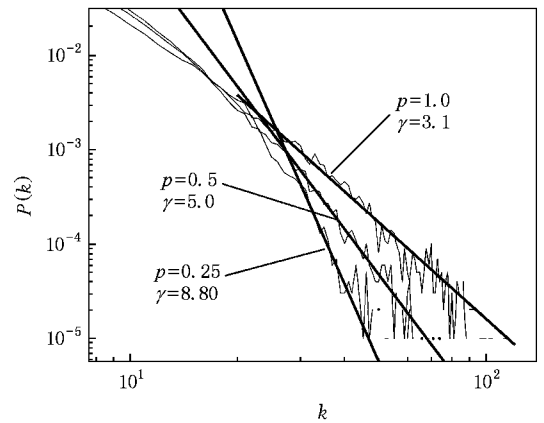


图3 新模型的度分布

图4给出对中国北方电网和美国西部电网的仿真结果.仿真参数为:  $m_0 = m = 1$ ,  $M = 10$ , 节点数与被仿真的实际电网相同.仿真结果采用 100 次运行的平均值.由图4(a)可见,当  $p = 0.1$  时,新模型可以很好地拟合中国北方电网的度分布曲线.图4(b),(c)表明  $p = \alpha$  (完全随机网络)和  $p = 1$  (局域世界网络)以及 BA 无标度网络都不能拟合中国北方电网的度分布曲线.由图4(d)可见,当  $p = 0.3$  时,新模型可以很好地拟合美国西部电网的度分布曲线.图4(e),(f)表明  $p = \alpha$  (完全随机网络)和  $p = 1$  (局域世界网络)以及 BA 无标度网络都不能拟合美国西部电网的度分布曲线.仿真结果说明电力网络即不是标准的无标度网络也不是完全的随机网络.

由仿真结果可见,中国北方电网的随机性大于美国西部电网.近年来对网络耐受“随机故障”和“蓄意攻击”的鲁棒性的研究说明:网络的无标度性越强,耐受随机故障的能力越强,而耐受蓄意攻击的能力越弱.我们的仿真结果说明:中国电网耐受随机故障的能力较弱,小规模电网停电事故还较多,但耐受攻击的能力较强,发生大规模事故的可能性要小得多.

## 5. 结 论

将复杂网络理论应用于大规模电力系统的复杂性研究是电力系统研究领域的一个热点课题.本文从电力网络本身的演化机理入手,结合复杂网络领域最新的研究成果,提出并研究了一种可以模拟电力网络演化规律的新型局域世界网络演化模型,

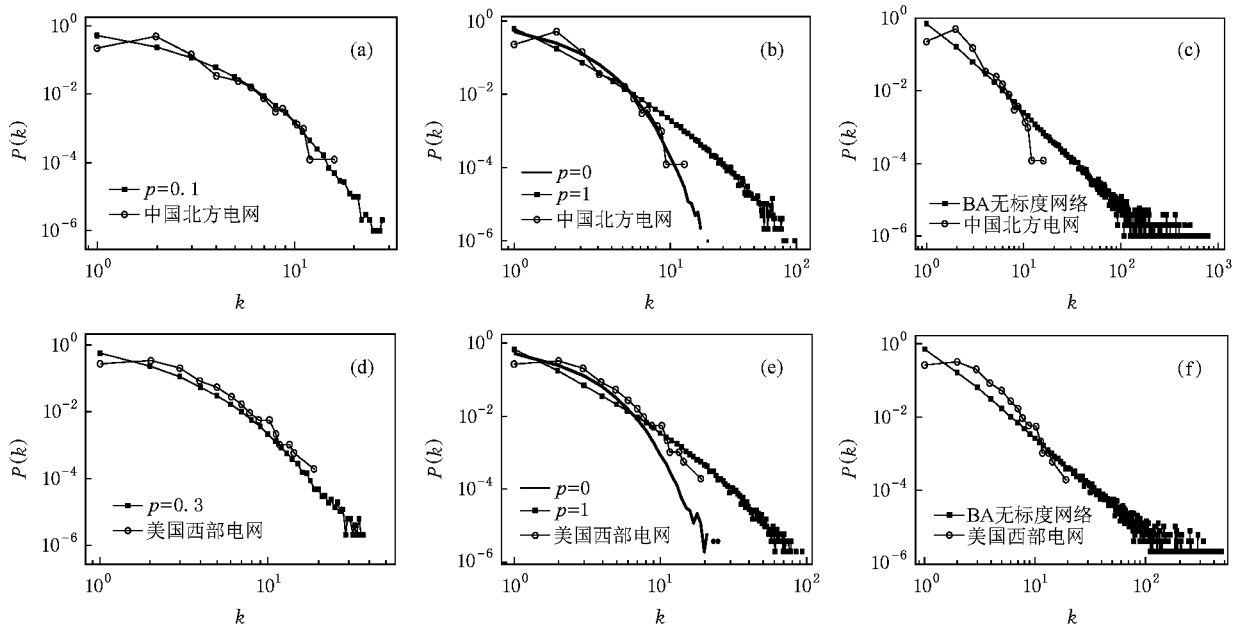


图4 中国北方电网和美国西部电网与不同网络模型的度分布比较 (a)中国北方电网与新模型( $p=0.1$ )比较 (b)中国北方电网与新模型( $p=0.1$ )比较 (c)中国北方电网与BA无标度网络比较 (d)美国西部电网与新模型( $p=0.3$ )比较 (e)美国西部电网与新模型( $p=0.1$ )比较 (f)美国西部电网与BA无标度网络比较

通过理论分析给出了新模型的度分布规律,最后通过对中国北方电网和美国西部电网的仿真以及和BA无标度网络、随机网络的对比,验证了该模型可以很好地拟合电力网络的演化,并且进一步证实了电力网络既不是BA无标度网络,也不是完全的随

机网络.仿真结果说明,中国电网的无标度性低于美国电网,小规模电网停电事故还较多,但耐受袭击的能力较强,因此大规模事故的可能性要小得多.该模型的提出对于将复杂网络理论应用于大规模电力系统的复杂特性研究具有重要意义.

- [1] Crucitti P, Latora V, Marchiori M 2004 *Phys. Rev. E* **69** 045104
- [2] Stubna M D, Fowler J 2003 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **13** 237
- [3] Bae K, Thorp J S 1999 *Decision Support Systems* **24** 259
- [4] Solé R V, Rosas-Casals M, Corominas-Murtra B, Valverde S 2008 *Phys. Rev. E* **77** 026102
- [5] Carreras B A, Lynch V E, Dobson I, Newman D E 2004 *Chaos* **14** 643
- [6] Sachtjen M L, Carreras B A, Lynch V E 2000 *Phys. Rev. E* **61** 4877
- [7] Carreras B A, Lynch V E, Dobson I, Newman D E 2002 *Chaos* **12** 985
- [8] Chassin D P, Posse C 2005 *Physica A* **355** 667
- [9] Watts D J, Strogatz S H 1998 *Nature* **393** 440
- [10] Barabási A L, Albert R 1999 *Science* **286** 509
- [11] Ding M, Han P P 2007 *Automation of Electric Power Systems* **31** 6 (in Chinese)[丁明、韩平平 2007 电力系统自动化 **31** 6]
- [12] Albert R, Jeong H, Barabási A L 2000 *Nature* **406** 378
- [13] Meng Z W, Lu Z X, Song J Y 2004 *Automation of Electric Power Systems* **28** 21 (in Chinese)[孟仲伟、鲁宗相、宋靖雁 2004 电力系统自动化 **28** 21]
- [14] Cao Y J, Chen X G, Sun K 2006 *Electric Power Automat Ion Equipment* **26** 1 (in Chinese)[曹一家、陈晓刚、孙可 2006 电力自动化设备 **26** 1]
- [15] Albert R, Albert I, Nakarado G L 2004 *Phys. Rev. E* **69** 025103
- [16] Kinney R, Crucitti P, Albert R, Latora V 2005 *Eur. Phys. J. B* **46** 101
- [17] Yan D, Qi G N 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3799 (in Chinese)[闫栋、祁国宁 2006 物理学报 **55** 3799]
- [18] Zhang P P, He Y, Zhou T, Su B B, Chang H, Zhou Y P, Wang B H, He D R 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 60 (in Chinese)[张培培、何阅、周涛、苏蓓蓓、常慧、周月平、汪秉宏、何大韧 2006 物理学报 **55** 60]
- [19] Guo J L, Wang L N 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5635 (in Chinese)[郭进利、汪丽娜 2007 物理学报 **56** 5635]
- [20] Li J, Wang B H, Jiang P Q, Zhou T, Wang W X 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4051 (in Chinese)[李季、汪秉宏、蒋品群、周涛、王文旭 2006 物理学报 **55** 4051]
- [21] Li X, Chen G R 2003 *Physica A* **328** 274

- [ 22 ] Cao Y J , Wang G Z , Jiang Q Y , Han Z X 2006 *Phys . Lett . A* **349** 462
- [ 23 ] Erdős P , Rényi A 1960 *Publ . Math . Inst . Hung . Acad . Sci .* **5** 17
- [ 24 ] He S C 2007 *Science & Technology Economy Market* **2** 53 ( in Chinese ) [ 何士产 2007 科技经济市场 **2** 53 ]
- [ 25 ] Barabási A L , Albert R , Jeong H 1999 *Physica A* **272** 173

## A novel local-world evolving network model for power grid<sup>\*</sup>

Wang Guang-Zeng<sup>1)</sup> Cao Yi-Jia<sup>1) 2)</sup> Bao Zhe-Jing<sup>1)</sup> Han Zhen-Xiang<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> College of Electrical Engineering , Zhejiang University , Hangzhou 310027 , China )

<sup>2)</sup> College of Electrical and Information Engineering , Hunan University , Changsha 410082 , China )

( Received 8 September 2008 ; revised manuscript received 31 October 2008 )

### Abstract

Many systems in the real world can be described by evolving models of complex network , one of which is power system . Classical network models show great inconsistency with practical power grids . Based on the essential evolution characteristics of power grid , we propose a new local-world evolving network model for complex power grid , which exists in many physical complex networks . The statistical properties and dynamics of the proposed model are analytically studied . It is found that the degree distribution of this new model has a power-law tail , and its scaling exponent is between 3 and  $\infty$  . Numerical simulations for West American power grid and North China power grid and their comparison with random network and scale-free network indicate that the new evolving network model captures the essential features of real-world power grid . Furthermore , it is proved that power grid is neither a random network nor a scale-free network .

**Keywords :** power grid , evolving model , local-world model , power-law distribution

**PACC :** 0250 , 0565

<sup>\*</sup> Project supported by the National Basic Research Program of China ( Grant No. 2004CB217902 ) , The Science Fund for Creative Research Groups of the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 60421002 ) , the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 50677062 ) , and the Program for New Century Excellent Talents in University of Ministry of Education of China ( Grant No. NCET -07-0745 ) .

<sup>†</sup> Corresponding author . E-mail : yijiacao@zju.edu.cn