

基于腔 QED 的多用户间的多原子量子信道的建立*

赵 晗 周小清[†] 杨小琳

(吉首大学物理科学与信息工程学院, 吉首 416000)

(2008 年 12 月 12 日收到 2009 年 2 月 19 日收到修改稿)

提出基于腔 QED 技术的多用户间的多原子 W 态和 GHZ 态量子信道的建立方案. 在量子网络的空闲时段, 各个用户和量子交换机共享 EPR 对. 量子交换机通过原子和腔场的相互作用将两个 EPR 对制备成 W 态, 再与另一个 EPR 对进行纠缠交换. 经过直接测量后为用户建立三原子 W 态量子信道. 同时讨论了四用户间的 W 态量子信道的建立方案. 量子交换机对三个 EPR 对进行纠缠交换, 将三个原子同时与腔场作用. 经过直接测量后为用户建立三原子 GHZ 态量子信道, 并将此方法推广到 N 个用户间的 GHZ 态量子信道的建立.

关键词: 腔 QED, 量子信道, 量子交换机, 纠缠交换

PACC: 0367

1. 引 言

量子纠缠在量子信息领域里扮演着极为重要的角色. 人们提出各种方案制备纠缠态, 通常采用两个系统之间的直接相互作用来产生纠缠^[1-3]. 为了量子通信的需要, 再把它们分发到不同的地方. 但是分发过程中, 由于受外界环境噪声的影响, 就会不可避免地导致不同程度的纠缠品质下降, 距离越远, 下降的程度越大. 为了避免这个问题, 人们提出了一个方法, 使两个从来没有直接作用的系统产生纠缠, 这就是纠缠交换 (ES)^[4], 这也是量子交换机的基本思想. Greenberger 等^[5]和 Bose 等^[6]已经提出通过纠缠交换产生多粒子纠缠态的方案. 同时实验上也取得了突破^[7-9]. 通常在纠缠交换过程中, 实现 Bell 基测量是成功的关键. 随着腔量子电动力学 (CQED) 技术的发展, 纠缠交换也得到了应用^[10-12]. Yang 等人提出在 CQED 中实现无 Bell 基测量的纠缠交换方案^[13, 14], Wu 等人在他们工作的基础上提出的无 Bell 基测量的纠缠交换方案可以制备两种不同的两量子比特最大纠缠态^[15].

Dür 等在研究三粒子纠缠时发现, 在随机性局域操作和经典通信 (SLOCC) 下, 任意的三粒子纠缠态可转换为两种基本形式之一: 高亮度高质量

Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) 型纠缠态或 W 型纠缠态^[16]. 众所周知, 三粒子 GHZ 态是最大违背 Bell 不等式的, 且对测量结果的互信最大, 以及抗噪声能力强等优点^[17]; 但在抗粒子丢失方面, 它具有易碎性. 而三粒子 W 态在抗量子比特丢失方面有很高的承受能力^[16], 当任何一个粒子丢失时, 另外两个粒子仍然保持纠缠特性. 所以, 这两种形式的纠缠态在一定的情况下都可作为量子信道. 其实, 在利用纠缠交换来建立量子信道已有报道, 如 Song 等提出了建立 GHZ 态量子信道的方案^[18]; 最近, 文献^[19]也提出了建立 W 态量子信道的方案. 而文献^[18]仅讨论了多个用户间 GHZ 态的量子信道的建立; 文献^[19]只讨论了两用户间 N 原子的纠缠的产生.

基于以上问题, 我们拟提出一种基于 CQED 系统的量子交换机模型, 每个用户和量子交换机都具有共同的初始状态, 量子交换机根据用户的通信要求, 为用户建立 GHZ 态或 W 态量子信道. 量子信道的建立方案主要步骤为: 量子网络中的各个用户与量子交换机共享 EPR 态, 量子交换机再通过若干次 ES 和 LOCC, 为多个用户建立 W 态或 GHZ 态量子信道. 本文分别在第二部分从理论上给出了基于 CQED 系统的 3 原子和 4 原子 W 态量子信道建立方案; 在第三部分给出了基于 CQED 系统的 3 原子和 N 原子 GHZ 态量子信道的建立方案.

* 湖南省科技计划项目(批准号 2008FJ3078)资助的课题.

[†] E-mail: zhouxq_jd@163.com

2. 多原子 W 态量子信道的建立

2.1. 量子交换机的初始状态和热腔模型

如图 1(a)所示,用户 Alice, Bob 和监控端 Cliff^[20] 分别和量子交换机共享一个 EPR 态

$$|\phi^+_{i' i'}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00_{i' i'}\rangle + |11_{i' i'}\rangle), \quad (1)$$

式中 $i = 1, 2, 3$ 和 $i' = 1', 2', 3'$, 其中粒子 1, 2 和 3 分别属于 Alice, Bob 和 Cliff, 而粒子 1', 2' 和 3' 则属于量子交换机. 用户 Alice, Bob 和 Cliff 是我们从量子网络中任意选取的三个用户, 其他用户和量子交换机都具有同样的初始状态.

首先, 量子交换机必须通过 $|\phi^+_{1' 1'}\rangle$ 和 $|\phi^+_{2' 2'}\rangle$ 制备一个三粒子 W 态. 假设我们的粒子都是两能级原子, 所以有 $|0\rangle \rightarrow |g\rangle$ 和 $|1\rangle \rightarrow |e\rangle$, 且量子交换机除了原子 1', 2' 和 3' 外, 还有一个处于单模辐射腔场.

考虑 N 个全同二能级原子与单模辐射腔场相互作用, 在一个强经典场的驱动下, 且经过旋波近似后, 系统的有效哈密顿量为^[21, 22]

$$H = \omega_0 \sum_{i'=1}^n S_{z, i'} + \omega_a a^\dagger a + \sum_{i'=1}^n \left[g(a^\dagger S_{i'}^- + a S_{i'}^+) + \Omega(S_{i'}^+ e^{-i\omega t} + S_{i'}^- e^{i\omega t}) \right], \quad (2)$$

这里 $S_{i'}^+ = |e_{i'}\rangle \langle g_{i'}|$, $S_{i'}^- = |g_{i'}\rangle \langle e_{i'}|$, $S_{z, i'} = \frac{1}{2}(|e_{i'}\rangle \langle e_{i'}| - |g_{i'}\rangle \langle g_{i'}|)$, $|e_{i'}\rangle$ 和 $|g_{i'}\rangle$ 是第 i' 个原子的激发态和基态, a^\dagger 和 a 是腔场的产生和湮没算符, g 为原子与腔的耦合强度系数, Ω 是强经典场的拉比振荡频率, ω_0 , ω_a 和 ω 分别是原子的本征跃迁频率, 腔场的频率, 和强经典场的频率. 假设 $\omega_0 = \omega$, 那么在相互作用表象中的相互作用的哈密顿量为^[17]

$$H_I = \sum_{i'=1}^n \left[g(e^{-i\delta t} a^\dagger S_{i'}^- + e^{i\delta t} a S_{i'}^+) + \Omega(S_{i'}^+ + S_{i'}^-) \right], \quad (3)$$

其中 $\delta = \omega_0 - \omega_a$. 在大失谐条件 $\delta \gg g/2$ 和强驱动场极限 $2\Omega \gg \delta, g$ 下, 有效哈密顿量能够表述为

$$H_{\text{eff}} = \lambda \left[\frac{1}{2} \sum_{i'=1}^n (|e_{i'}\rangle \langle e_{i'}| + |g_{i'}\rangle \langle g_{i'}|) + \sum_{i', j'=1}^n (S_{i'}^+ S_{j'}^+ + S_{i'}^- S_{j'}^- + \text{H.c.}) \right],$$

$$i' \neq j', \quad (4)$$

$\lambda = g^2/2\delta$. 根据文献[23], $H_0 = \Omega \sum_{i'=1}^n (S_{i'}^+ + S_{i'}^-)$, 很容易得到 $[H_0, H_{\text{eff}}] = 0$, 所以系统的时间演化算符为

$$U(t) = e^{-iH_0 t} e^{-iH_{\text{eff}} t}. \quad (5)$$

由于系统的有效哈密顿量与光子数无关, 且可令腔场初始处于热态.

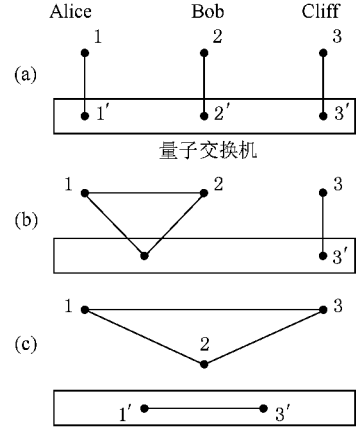


图 1 三原子 W 态量子信道的建立

2.2. 将两个 EPR 对制备成三原子 W 态

为了将两个 EPR 对制备成三原子 W 态. 首先, 量子交换机把原子 1' 和 2' 同时注入腔场, 同时被腔内的强经典场驱动. 作用前, 两个 EPR 对的联合态矢为

$$\begin{aligned} |\psi_{11'22'}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|gg_{11'}\rangle + |ee_{11'}\rangle) \\ &\otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|gg_{22'}\rangle + |ee_{22'}\rangle) \\ &= \frac{1}{2}(|gg_{12}| |gg_{1'2'}\rangle + |ge_{12}| |ge_{1'2'}\rangle \\ &\quad + |eg_{12}| |eg_{1'2'}\rangle + |ee_{12}| |ee_{1'2'}\rangle). \end{aligned} \quad (6)$$

经过作用时间 t 后, 这个系统的态矢演化为

$$\begin{aligned} |\psi|_{11'22'}\rangle &= \frac{1}{2} \{ e^{-i\lambda t} |g_{12}| |g_{1'2'}\rangle [\cos\lambda t (\cos\Omega t |g_{1'2'}\rangle \\ &\quad - \sin\Omega t |e_{1'2'}\rangle) (\cos\Omega t |g_{12}\rangle - \sin\Omega t |e_{12}\rangle) \\ &\quad - \sin\lambda t (\cos\Omega t |e_{1'2'}\rangle - \sin\Omega t |g_{1'2'}\rangle) \\ &\quad \times (\cos\Omega t |e_{12}\rangle - \sin\Omega t |g_{12}\rangle) \\ &\quad + e^{-i\lambda t} |g_{12}| |e_{1'2'}\rangle [\cos\lambda t (\cos\Omega t |g_{1'2'}\rangle \\ &\quad - \sin\Omega t |e_{1'2'}\rangle) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times (\cos\Omega t |e_{2'} - i\sin\Omega t |g_{2'}) \\
& - i\sin\lambda t (\cos\Omega t |e_{1'} - i\sin\Omega t |g_{1'}) \\
& \times (\cos\Omega t |g_{2'} - i\sin\Omega t |e_{2'}) \\
& + e^{-i\lambda t} |e_{1'} |g_{2'} [\cos\lambda t (\cos\Omega t |e_{1'} - i\sin\Omega t |g_{1'}) \\
& \times (\cos\Omega t |g_{2'} - i\sin\Omega t |e_{2'}) \\
& - i\sin\lambda t (\cos\Omega t |g_{1'} - i\sin\Omega t |e_{1'}) \\
& \times (\cos\Omega t |e_{2'} - i\sin\Omega t |g_{2'}) \\
& + e^{-i\lambda t} |e_{1'} |e_{2'} [\cos\lambda t (\cos\Omega t |e_{1'} - i\sin\Omega t |g_{1'}) \\
& (\cos\Omega t |e_{2'} - i\sin\Omega t |g_{2'}) \\
& - i\sin\lambda t (\cos\Omega t |g_{1'} - i\sin\Omega t |e_{1'}) \\
& \times (\cos\Omega t |g_{2'} - i\sin\Omega t |e_{2'})]]. \quad (7)
\end{aligned}$$

如果我们选择作用时间并适当调整经典场的 Rabi 频率 Ω , 使得 $\lambda t = \pi/4$, $\Omega t = k\pi$ (k 为整数), 从 (7) 式可得到

$$\begin{aligned}
|\psi_{11'22'}\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} e^{-i\pi/4} [& |g_{1'}(|gg_{1'2'} - i|ee_{1'2'})|g_{2'} \\
& + |g_{1'}(|ge_{1'2'} - i|eg_{1'2'})|e_{2'} \\
& + |e_{1'}(|eg_{1'2'} - i|ge_{1'2'})|g_{2'} \\
& + |e_{1'}(|ee_{1'2'} - i|gg_{1'2'})|e_{2'}]. \quad (8)
\end{aligned}$$

此时对原子 2' 进行直接测量. 测量的结果有两种可能. 原子将会坍塌到基态或者激发态, 概率都为 1/2. 下面分别对两种情况进行讨论.

1) 当原子 2' 处在 $|g_{2'}$ 时,

$$\begin{aligned}
|\psi_{11'2}\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} e^{-i\pi/4} (& |ggg_{11'2} - i|gee_{11'2} \\
& + |eeg_{11'2} - i|ege_{11'2}), \quad (9)
\end{aligned}$$

经过酉变换 $U_{1st}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}_2$ 作用后 (9) 式变为

$$\begin{aligned}
|\psi_{11'2}\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} e^{-i\pi/4} (& |ggg_{11'2} + |gee_{11'2} \\
& + |eeg_{11'2} + |ege_{11'2}). \quad (10)
\end{aligned}$$

2) 当原子 2' 处在 $|e_{2'}$ 时,

$$\begin{aligned}
|\psi_{11'2}\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} e^{-i\pi/4} (& -i|geg_{11'2} + |gge_{11'2} \\
& - i|egg_{11'2} + |eee_{11'2}). \quad (11)
\end{aligned}$$

经过酉变换 $U_{2nd}^{-1} = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}_2$ 作用后 (11) 式变为

$$\begin{aligned}
|\psi_{11'2}\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} e^{-i\pi/4} (& |geg_{11'2} + |gge_{11'2} \\
& + |egg_{11'2} + |eee_{11'2}). \quad (12)
\end{aligned}$$

此时, 量子交换机将原子 1' 输入 $X_{1'}$ 门后, 可得到

$$|\psi_{11'2}^2\rangle = |\psi_{11'2}^1\rangle. \quad (13)$$

根据文献 [16] 经过 SLOCC, 任意三粒子纠缠态都可以转化为 GHZ 态或 W 态. 将 (10) 式作用 U_{3rd}^{-1} , 可将 $|\psi_{11'2}^1\rangle$ 转化为 W 态, U_{3rd}^{-1} 为

$$U_{3rd}^{-1} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} e^{i\pi/4} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}_1 \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}_{1'} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}_2, \quad (14)$$

可得

$$|\psi_{11'2}^1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|gee_{11'2} + |eeg_{11'2} + |ege_{11'2}). \quad (15)$$

(15) 式再经过三个 X 门的作用后

$$U_{4th}^{-1} = X_1 X_{1'} X_2, \quad (16)$$

最终可得

$$|\psi_{11'2}^W\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|gge_{11'2} + |geg_{11'2} + |egg_{11'2}). \quad (17)$$

该式即是量子交换机通过两个 EPR 对制备而成的三原子 W 态.

2.3. 通过纠缠交换建立三原子 W 态量子信道

在 $|\psi_{11'2}^W\rangle$ 制备成功后, 量子交换机再次将原子 1' 和 3' 送入腔, 与腔场发生作用, 作用前整个系统态矢为

$$\begin{aligned}
|\psi_{11'233'}\rangle = \frac{1}{2\sqrt{3}} [& (|gg_{1'3'} - i|ee_{1'3'}) \\
& \times (|geg_{123} + |egg_{123}) \\
& + (|ge_{1'3'} - i|eg_{1'3'}) (|gee_{123} + |ege_{123}) \\
& + (|eg_{1'3'} - i|ge_{1'3'}) |ggg_{123} \\
& + (|ee_{1'3'} - i|gg_{1'3'}) |gge_{123}]. \quad (18)
\end{aligned}$$

我们选择同样的作用时间和调整经典场的 Rabi 频率 Ω , 仍使得 $\lambda t = \pi/4$, $\Omega t = k\pi$ (k 为整数), 此时的系统的态矢演化为

$$\begin{aligned}
|\psi_{11'233'}\rangle = \frac{1}{2\sqrt{3}} [& |gg_{1'3'} (|geg_{123} \\
& + |egg_{123} - i|gge_{123}) \\
& + |ee_{1'3'} (|gge_{123} \\
& - i|geg_{123} - i|egg_{123}) \\
& + |ge_{1'3'} (|gee_{123} \\
& + |ege_{123} - i|ggg_{123}) \\
& + |eg_{1'3'} (|ggg_{123} \\
& - i|gee_{123} - i|ege_{123})]. \quad (19)
\end{aligned}$$

由上式可知,量子交换机无需进行 Bell 基测量,而是对原子 1'和 3'进行直接测量.测量后每个原子将会坍塌到基态或激发态上.所以测量可能产生 4 种结果,每种结果的概率是 1/4.量子交换机通过经典信道向用户发布测量结果.三个用户根据测量结果做相应的旋转操作和酉变换.量子交换机便可在三个用户间建立起一个三原子 W 态量子信道,且成功率为 1.表 1 列出了量子交换机的测量结果和相应的酉变换矩阵.

表 1 三原子 W 态量子信道建立中量子交换机的测量结果和相应的酉变换矩阵

量子交换机测量结果	各用户要执行的酉变换矩阵
$ \beta_{gg}{}_{1'3'}\rangle$	I
$ \beta_{eg}{}_{1'3'}\rangle$	I
$ \beta_{ge}{}_{1'3'}\rangle$	X_3
$ \beta_{ee}{}_{1'3'}\rangle$	X_3

2.4. 四原子 W 态量子信道的建立

建立四原子 W 态量子信道的主要过程为:首先,量子交换机分别将四个 EPR 对制备成两个 W 态,如图 2(a)所示;然后,将两个 W 态进行纠缠交换,达到建立四原子 W 态量子信道的目的,如图 2(b)所示.

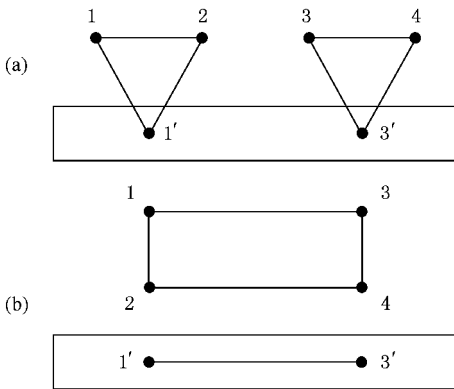


图 2 四原子 W 态量子信道的建立

根据 2.2 节的方法,将两个 EPR 对制备成 W 态的方法,量子交换机分别将原子 1'和 2',原子 3'和 4'与腔场相互作用,制备出两个三原子 W 态: $|\psi_{11'2}^W\rangle$ 和 $|\psi_{33'4}^W\rangle$,如图 2(a)所示.

量子交换机此时仍拥有原子 1'和 3',而原子 1, 2, 3 和 4 分别处在四个用户的站点中.在 $|\psi_{11'2}^W\rangle$ 和 $|\psi_{33'4}^W\rangle$ 制备成功后,量子交换机再次将原子 1'和 3'

送入腔场作用,选择原子与腔场的作用时间,并适当调整经典场的 Rabi 频率 Ω ,再次使得 $\lambda t = \pi/4$, $\Omega t = k\pi$ (k 为整数),便可得到 $|\psi_{11'2}^W\rangle$ 和 $|\psi_{33'4}^W\rangle$ 的联合态矢

$$\begin{aligned}
 |\psi_{11'233'4}^W\rangle = & \frac{1}{3\sqrt{2}} [(|gg\rangle_{1'3'} - i |ee\rangle_{1'3'}) \\
 & \times (|gege\rangle_{1234} + |geeg\rangle_{1234} \\
 & + |egge\rangle_{1234} + |egeg\rangle_{1234}) \\
 & + (|ge\rangle_{1'3'} - i |eg\rangle_{1'3'}) \\
 & \times (|gegg\rangle_{1234} + |eggg\rangle_{1234}) \\
 & + (|eg\rangle_{1'3'} - i |ge\rangle_{1'3'}) \\
 & \times (|ggge\rangle_{1234} + |ggeg\rangle_{1234}) \\
 & + (|ee\rangle_{1'3'} - i |gg\rangle_{1'3'}) |gggg\rangle_{1234}].
 \end{aligned} \tag{20}$$

经过整理后得

$$\begin{aligned}
 |\psi_{11'233'4}^W\rangle = & \frac{1}{3\sqrt{2}} [|gg\rangle_{1'3'} (|gege\rangle_{1234} + |geeg\rangle_{1234} \\
 & + |egge\rangle_{1234} + |egeg\rangle_{1234} - i |gggg\rangle_{1234}) \\
 & + |ee\rangle_{1'3'} (|gggg\rangle_{1234} - i |gege\rangle_{1234} \\
 & - i |geeg\rangle_{1234} - i |egge\rangle_{1234} - i |egeg\rangle_{1234}) \\
 & + |ge\rangle_{1'3'} (|gegg\rangle_{1234} + |eggg\rangle_{1234} \\
 & - i |ggge\rangle_{1234} - i |ggeg\rangle_{1234}) \\
 & + |eg\rangle_{1'3'} (|ggge\rangle_{1234} + |ggeg\rangle_{1234} \\
 & - i |gegg\rangle_{1234} - i |eggg\rangle_{1234})].
 \end{aligned} \tag{21}$$

由上式可知,量子交换机对原子 1'和 3'进行直接测量.测量后每个原子将会坍塌到激发态或基态上.所以可能产生 4 种结果,每种结果的概率是 1/4.量子交换机通过经典信道,向用户发布测量结果.四个用户根据测量结果做相应的旋转操作和酉变换后,四原子 W 态量子信道即可建立.但是建立量子信道的成功率为 0.5.表 2 列出了量子交换机的测量结果和相应的酉变换矩阵.

表 2 四原子 W 态量子信道建立中量子交换机的测量结果和相应的酉变换矩阵

量子交换机测量结果	各用户要执行的酉变换矩阵
$ \beta_{gg}{}_{1'3'}\rangle$	建立失败
$ \beta_{ee}{}_{1'3'}\rangle$	建立失败
$ \beta_{ge}{}_{1'3'}\rangle$	I
$ \beta_{eg}{}_{1'3'}\rangle$	I

3. 多原子 GHZ 态量子信道的建立

3.1. 三原子 GHZ 态量子信道的建立

我们考虑建立三原子 GHZ 态量子信道. 整个系统初始状态如图 3(a) 所示. 其态矢为

$$\begin{aligned}
 |\psi_{11'22'33'}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|gg_{11'}\rangle + |ee_{11'}\rangle) \\
 &\otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|gg_{22'}\rangle + |ee_{22'}\rangle) \\
 &\otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|gg_{33'}\rangle + |ee_{33'}\rangle) \\
 &= \frac{1}{2\sqrt{2}}(|ggg_{123}\rangle |ggg_{1'2'3'}\rangle \\
 &\quad + |gge_{123}\rangle |gge_{1'2'3'}\rangle + |geg_{123}\rangle |geg_{1'2'3'}\rangle \\
 &\quad + |gee_{123}\rangle |gee_{1'2'3'}\rangle \\
 &\quad + |egg_{123}\rangle |egg_{1'2'3'}\rangle + |ege_{123}\rangle |ege_{1'2'3'}\rangle \\
 &\quad + |eeg_{123}\rangle |eeg_{1'2'3'}\rangle + |eee_{123}\rangle |eee_{1'2'3'}\rangle). \quad (22)
 \end{aligned}$$

量子交换机把原子 1', 2' 和 3' 同时注入腔场, 并被腔内的强经典场驱动. 整个系统演化为

$$\begin{aligned}
 &|\psi\rangle_{11'22'33'} \\
 &= \frac{1}{2\sqrt{2}}\{e^{-i\lambda t}|ggg_{123}\rangle \\
 &\quad \times [\cos\lambda t(\cos\Omega t|g_{1'}\rangle - \text{isin}\Omega t|e_{1'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|g_{2'}\rangle - \text{isin}\Omega t|e_{2'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|g_{3'}\rangle - \text{isin}\Omega t|e_{3'}\rangle) \\
 &\quad - \text{isin}\lambda t(\cos\Omega t|e_{1'}\rangle - \text{isin}\Omega t|g_{1'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|e_{2'}\rangle - \text{isin}\Omega t|g_{2'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|e_{3'}\rangle - \text{isin}\Omega t|g_{3'}\rangle)] \\
 &\quad + e^{-i\lambda t}|gge_{123}\rangle[\cos\lambda t(\cos\Omega t|g_{1'}\rangle - \text{isin}\Omega t|e_{1'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|g_{2'}\rangle - \text{isin}\Omega t|e_{2'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|e_{3'}\rangle - \text{isin}\Omega t|g_{3'}\rangle) \\
 &\quad - \text{isin}\lambda t(\cos\Omega t|e_{1'}\rangle - \text{isin}\Omega t|g_{1'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|e_{2'}\rangle - \text{isin}\Omega t|g_{2'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|g_{3'}\rangle - \text{isin}\Omega t|e_{3'}\rangle)] \\
 &\quad + e^{-i\lambda t}|geg_{123}\rangle[\cos\lambda t(\cos\Omega t|g_{1'}\rangle - \text{isin}\Omega t|e_{1'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|e_{2'}\rangle - \text{isin}\Omega t|g_{2'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|g_{3'}\rangle - \text{isin}\Omega t|e_{3'}\rangle) \\
 &\quad - \text{isin}\lambda t(\cos\Omega t|e_{1'}\rangle - \text{isin}\Omega t|g_{1'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|g_{2'}\rangle - \text{isin}\Omega t|e_{2'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|e_{3'}\rangle - \text{isin}\Omega t|g_{3'}\rangle)] \\
 &\quad + e^{-i\lambda t}|eee_{123}\rangle[\cos\lambda t(\cos\Omega t|e_{1'}\rangle - \text{isin}\Omega t|g_{1'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|e_{2'}\rangle - \text{isin}\Omega t|g_{2'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|g_{3'}\rangle - \text{isin}\Omega t|e_{3'}\rangle) \\
 &\quad - \text{isin}\lambda t(\cos\Omega t|g_{1'}\rangle - \text{isin}\Omega t|e_{1'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|g_{2'}\rangle - \text{isin}\Omega t|e_{2'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|e_{3'}\rangle - \text{isin}\Omega t|g_{3'}\rangle)]. \quad (23)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\times (\cos\Omega t|e_{3'}\rangle - \text{isin}\Omega t|g_{3'}\rangle)] \\
 &\quad + e^{-i\lambda t}|gee_{123}\rangle[\cos\lambda t(\cos\Omega t|g_{1'}\rangle - \text{isin}\Omega t|e_{1'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|e_{2'}\rangle - \text{isin}\Omega t|g_{2'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|e_{3'}\rangle - \text{isin}\Omega t|g_{3'}\rangle) \\
 &\quad - \text{isin}\lambda t(\cos\Omega t|e_{1'}\rangle - \text{isin}\Omega t|g_{1'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|g_{2'}\rangle - \text{isin}\Omega t|e_{2'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|g_{3'}\rangle - \text{isin}\Omega t|e_{3'}\rangle)] \\
 &\quad + e^{-i\lambda t}|egg_{123}\rangle[\cos\lambda t(\cos\Omega t|e_{1'}\rangle - \text{isin}\Omega t|g_{1'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|g_{2'}\rangle - \text{isin}\Omega t|e_{2'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|g_{3'}\rangle - \text{isin}\Omega t|e_{3'}\rangle) \\
 &\quad - \text{isin}\lambda t(\cos\Omega t|g_{1'}\rangle - \text{isin}\Omega t|e_{1'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|e_{2'}\rangle - \text{isin}\Omega t|g_{2'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|e_{3'}\rangle - \text{isin}\Omega t|g_{3'}\rangle)] \\
 &\quad + e^{-i\lambda t}|ege_{123}\rangle[\cos\lambda t(\cos\Omega t|e_{1'}\rangle - \text{isin}\Omega t|g_{1'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|g_{2'}\rangle - \text{isin}\Omega t|e_{2'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|e_{3'}\rangle - \text{isin}\Omega t|g_{3'}\rangle) \\
 &\quad - \text{isin}\lambda t(\cos\Omega t|g_{1'}\rangle - \text{isin}\Omega t|e_{1'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|e_{2'}\rangle - \text{isin}\Omega t|g_{2'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|g_{3'}\rangle - \text{isin}\Omega t|e_{3'}\rangle)] \\
 &\quad + e^{-i\lambda t}|eeg_{123}\rangle[\cos\lambda t(\cos\Omega t|e_{1'}\rangle - \text{isin}\Omega t|g_{1'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|e_{2'}\rangle - \text{isin}\Omega t|g_{2'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|g_{3'}\rangle - \text{isin}\Omega t|e_{3'}\rangle) \\
 &\quad - \text{isin}\lambda t(\cos\Omega t|g_{1'}\rangle - \text{isin}\Omega t|e_{1'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|g_{2'}\rangle - \text{isin}\Omega t|e_{2'}\rangle) \\
 &\quad \times (\cos\Omega t|e_{3'}\rangle - \text{isin}\Omega t|g_{3'}\rangle)]. \quad (23)
 \end{aligned}$$

选择作用时间并适当调整经典场的 Rabi 频率 Ω , 还是使得 $\lambda t = \pi/4$, $\mu t = k\pi$ (k 为整数), 系统演化为

$$\begin{aligned}
 |\psi_{11'22'33'}\rangle &= \frac{1}{4}e^{-i\pi/4}\{ |ggg_{123}\rangle(|ggg_{1'2'3'}\rangle - i|eee_{1'2'3'}\rangle) \\
 &\quad + |gge_{123}\rangle(|gge_{1'2'3'}\rangle - i|eeg_{1'2'3'}\rangle) \\
 &\quad + |geg_{123}\rangle(|geg_{1'2'3'}\rangle - i|ege_{1'2'3'}\rangle) \\
 &\quad + |gee_{123}\rangle(|gee_{1'2'3'}\rangle - i|egg_{1'2'3'}\rangle) \\
 &\quad + |egg_{123}\rangle(|egg_{1'2'3'}\rangle - i|gee_{1'2'3'}\rangle) \\
 &\quad + |ege_{123}\rangle(|ege_{1'2'3'}\rangle - i|geg_{1'2'3'}\rangle)
 \end{aligned}$$

$$+ |eeg\rangle_{123} (|eeg\rangle_{1'2'3'} - i |gge\rangle_{1'2'3'}) + |eee\rangle_{123} (|eee\rangle_{1'2'3'} - i |ggg\rangle_{1'2'3'})], \quad (24)$$

$$|\psi\rangle_{11'22'33'} = \frac{1}{4} e^{-i\pi/4} [|ggg\rangle_{123} (|ggg\rangle_{123} - i |eee\rangle_{123}) + |eee\rangle_{1'2'3'} (|eee\rangle_{123} - i |ggg\rangle_{123}) + |gge\rangle_{1'2'3'} (|gge\rangle_{123} - i |eeg\rangle_{123}) + |eeg\rangle_{1'2'3'} (|eeg\rangle_{123} - i |gge\rangle_{123}) + |geg\rangle_{1'2'3'} (|geg\rangle_{123} - i |ege\rangle_{123}) + |ege\rangle_{1'2'3'} (|ege\rangle_{123} - i |geg\rangle_{123}) + |gee\rangle_{1'2'3'} (|gee\rangle_{123} - i |egg\rangle_{123}) + |egg\rangle_{1'2'3'} (|egg\rangle_{123} - i |gee\rangle_{123})]. \quad (25)$$

根据(25)式可知,量子交换机对原子 1'、2'和 3' 进行直接测量,每个原子将会坍塌到基态或激发态上.测量的结果有 8 种,每种结果的概率为 1/8.量子交换机根据测量结果,通过经典信道通知三个用户做相应的旋转操作和酉变换.经过变换后,用户间的三个原子产生纠缠,即三用户间的 GHZ 态量子信道,如图 3(b)所示,且信道建立的成功率为 1.其量子交换机的测量结果和相应的酉变换矩阵如表 3 所示.

表 3 三原子 GHZ 态量子信道建立中量子交换机的测量结果和相应的酉变换矩阵

量子交换机测量结果	各用户要执行的酉变换矩阵	量子交换机测量结果	各用户要执行的酉变换矩阵
$ ggg\rangle_{1'2'3'}$	I	$ geg\rangle_{1'2'3'}$	X_2
$ eee\rangle_{1'2'3'}$	I	$ ege\rangle_{1'2'3'}$	X_2
$ gge\rangle_{1'2'3'}$	X_3	$ gee\rangle_{1'2'3'}$	X_1
$ eeg\rangle_{1'2'3'}$	X_3	$ egg\rangle_{1'2'3'}$	X_1

3.2. N 原子 GHZ 态量子信道的建立

N 个用户和量子交换机已经共享 EPR 对,原子 i 属于第 i 个用户,标号为 i' 的原子都属于量子交换机,系统共有 2N 个原子(如图 3(c)所示),其态矢为

$$|\psi\rangle_{11'22'...i'i'...nn'} = \sqrt{2^{-n}} \prod_{i=1, i'=1}^{n, n'} (|gg\rangle_{i i'} + |ee\rangle_{i i'}), \quad (26)$$

量子交换机将原子 i' 同时注入腔场,同时被强经典场驱动,整个系统演化为

$$|\psi\rangle_{11'22'...i'i'...nn'} = \sqrt{2^{-n}} e^{-i\lambda t} \sum_{i=1}^{2^n} \prod_{i=1, i'=1}^{n, n'} |\xi\rangle_i$$

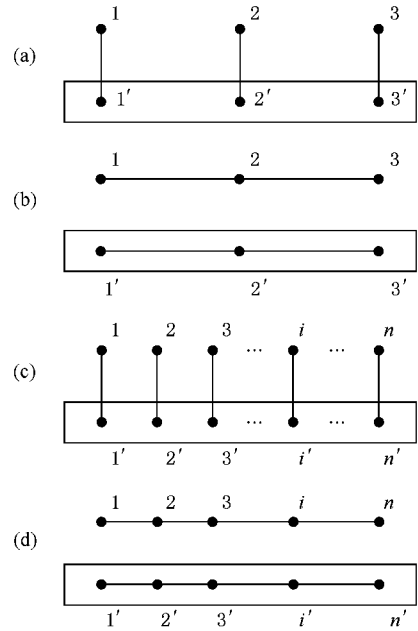


图 3 多原子 GHZ 态量子信道的建立

$$\times \left[\cos\lambda t \prod_{i'=1}^{n'} (\cos\Omega t |\xi\rangle_{i'} - i \sin\Omega t |\bar{\xi}\rangle_{i'}) - i \sin\lambda t \prod_{i'=1}^{n'} (\cos\Omega t |\bar{\xi}\rangle_{i'} - i \sin\Omega t |\xi\rangle_{i'}) \right] \quad (27)$$

这里 $\prod_{i=1}^n |\xi\rangle = |\xi_1 \xi_2 \dots \xi_{(2n-1)}\rangle$ 且 $(\xi, \bar{\xi}) \in \{g, e\}$. 量子交换机对原子 i' 进行直接测量,每个原子都会坍塌到基态或者激发态上.测量的结果有 2^n 种,每种结果的概率为 1/2^n.测量后的系统的态矢为

$$\prod_{i=1, i'=1}^{n, n'} \xi |i'\rangle \otimes |\varphi\rangle_{NGHZ} = \left(\prod_{i=1}^n |\xi\rangle_i - i \prod_{i=1}^n |\bar{\xi}\rangle_i \right). \quad (28)$$

量子交换机根据测量结果,通过经典信道通知用户,用户根据结果做相应的旋转操作和酉变换.量子交换机可以成功的制备 N 原子 GHZ 态量子信道(如图 3(d)所示),制备的成功率为 1.

4. 结 论

本文提出量子交换机在多用户间建立多原子 W 态和 GHZ 态量子信道的方案.在量子网络的空闲时段,各个用户和量子交换机共享 EPR 对.量子交换机通过原子和腔场的相互作用将两个 EPR 对制备成 W 态,与另一个 EPR 对进行纠缠交换,即量子交换机将持有的原子再次和腔场发生作用.经过作

用后,量子交换机对腔内原子进行直接测量,并将测量结果通过经典信道向各个用户广播.用户经过相应的酉变换,成功建立三原子 W 态量子信道,且成功率为 1.量子交换机将四个 EPR 对原子制备成两个三原子 W 态,经过纠缠交换后再采用直接测量,即可建立四原子纠缠量子信道.制备的成功率为 0.5.在建立三原子 GHZ 态量子信道,量子交换机将

自己持有三个原子同时与腔场作用,然后对它们进行直接测量,制备三用户间的三原子 GHZ 态量子信道,制备的成功率为 1.此方法还可以推广到 N 个用户间 GHZ 态量子信道的建立.同理,量子交换机持有的 N 个原子与腔场作用后,量子交换机依次对各个原子直接测量,量子交换机可以在 N 个用户之间的建立 N 原子 GHZ 态量子信道.

- [1] Kwiat P G , Mattle K , Weinfurter H , Zeilinger A 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 4337
- [2] Zheng S B , Guo G C 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 2392
- [3] Osnaghi S , Bertet P , Auffeves A , Maioli P , Brune M , Raimond J M , Haroche S 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 037902
- [4] ZukoWski M , Zelinger A , Horne M A , Ekert A K 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 4287
- [5] Greenberger D , Zeilinger A 1995 *Ann. N. Y. Acad. Sci.* **755** 91
- [6] Bose S , Vedral V , Knight P L 1998 *Phys. Rev. A* **57** 822
- [7] Briegel H J , Dür W , Cirac J I , Zoller P 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 5932
- [8] Zhang T C , Goh K W , Chou C W , Lodahl P , Kimble H J 2003 *Phys. Rev. A* **67** 033802
- [9] DeRiedmatten H , Marcikic I , VanHouwelingen J A W , Tittel W , Zbinden H , Gisin N 2005 *Phys. Rev. A* **71** 050302
- [10] Lai Z J , Yang Z Y , Bai J T , Sun Z Y 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3733 (in Chinese) [赖振讲、杨志勇、白晋涛、孙中禹 2004 物理学报 **53** 3733]
- [11] Feng F Y , Zhang Q 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1924 (in Chinese) [冯发勇、张 强 2007 物理学报 **56** 1924]
- [12] Wang J X , Yang Z Y , An Y Y 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6420 (in Chinese) [王菊霞、杨志勇、安毓英 2007 物理学报 **56** 6420]
- [13] Yang M , Song W , Cao Z L 2005 *Phys. Rev. A* **71** 034312
- [14] Chen C Y , Yu Y 2006 *Commun. Theor. Phys.* **45** 1023
- [15] Wu Z Z , Fang M F , Jiang C L 2006 *Commun. Theor. Phys.* **46** 553
- [16] Dür W , Vidal G , Cirac J I 2000 *Phys. Rev. A* **62** 062314
- [17] Gisin N , Bechmann-Pasquinucci H 1998 *Phys. Lett. A* **246** 1
- [18] Song K H , Jiang Y K , Shi B S , Guo G C 1999 *Phys. Lett. A* **264** 261
- [19] Song J , Xia Y , Song H S 2008 *Phys. Rev. A* **78** 024302
- [20] Zhou X Q , Wu Y W , 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1881 (in Chinese) [周小清、邬云文 2007 物理学报 **56** 1881]
- [21] Solano E , Agarwal G S , Walther H 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 027903
- [22] Zheng S B 2002 *Phys. Rev. A* **66** 060303
- [23] Zheng S B 2003 *Phys. Rev. A* **68** 035801

Establishment of multi-user quantum channel of entangled multi-atom based on cavity QED^{*}

Zhao Han Zhou Xiao-Qing[†] Yang Xiao-Lin

(College of Physics Science and Information Engineering , Jishou University , Jishou 416000 , China)

(Received 12 December 2008 ; revised manuscript received 19 February 2009)

Abstract

We present a scheme for establishing a multi-user quantum channel of multi-atom entangled W states and GHZ states based on cavity QED. Each user has shared EPR pairs with quantum switch during the leisure time of quantum network. An entangled W state is prepared base on two EPR pairs in cavity field by quantum switch at first ,and entanglement swapping and direct measurement is operated on the other EPR pairs to establish a quantum channel of W states between three users. In the same way , we can establish a quantum channel of four atoms entangled W state. Three atoms of quantum switch simultaneously interact with cavity field to establish a quantum channel of entangled GHZ states between three users after direct measurement , and we also establish an N users ' quantum channel of entangled GHZ states.

Keywords : cavity QED , quantum channel , quantum switch , entanglement swapping

PACC : 0367

^{*} Project supported by the Science and Technology Plan of Hunan Province ,China(Grant No.2008FJ3078).

[†] E-mail :zhouxq_jd@163.com